Wie groß ist ein Neutronenstern?
- Elementarisierende Überlegungen und Abschätzungen -

Sascha Hohmann

Universität Siegen, Didaktik der Physik, Adolf-Reichwein-Straße 2, 57068 Siegen
hohmann@physik.uni-siegen.de

Kurzfassung

Neutronensterne gehören zu den wohl exotischsten Objekten im Universum, vereinen sie doch die Masse eines Sterns mit einem (nicht nur aus astronomischer Perspektive) extrem kleinen Radius – die Oberfläche eines Neutronensterns entspricht etwa der doppelten Fläche des Saarlandes. Gerade solche außergewöhnlichen Objekte üben eine Faszination auf Lernende aus, da sie vollkommen außerhalb der menschlichen Erfahrungswelt liegen. In diesem Artikel sollen verschiedene Möglichkeiten gezeigt werden, wie mithilfe elementarisierender Überlegungen aus verschiedenen Bereichen der Physik die Größenordnung von Neutronensternen bestimmt werden kann, ohne dass die – für präzise Berechnungen natürlich nicht zu vernachlässigende – Allgemeine Relativitätstheorie benötigt wird.
Speziell auf sehr schnell rotierende Neutronensterne, die so genannten Pulsare, soll hierbei eingegangen werden. Die von ihnen ausgesandten, zunächst für außerirdische Signale gehaltenen, extrem regelmäßigen Pulse, die die Erde erreichen, wurden später für die Entdeckung der ersten Exoplaneten genutzt.
Gleichzeitig bieten die hier vorgestellten Abschätzungen die Möglichkeit, mithilfe realer Daten die Überlegungen zu überprüfen.

1. Einführung

Diverse Studien – als Beispiel sei die ROSE-Studie genannt [1] – zeigen immer wieder, dass astronomische Themen und Kontexte für Lernende überdurchschnittlich interessant sind. Speziell exotische Objekte, die vollkommen außerhalb der menschlichen Erfahrungswelt liegen, üben eine große Faszination auf Schülerinnen und Schüler aus [2].

Gerade in Nordrhein-Westfalen, aber auch in anderen Bundesländern werden astronomische und astrophysikalische Themen in den Lehrplänen der Physik wenig oder gar nicht erwähnt [3], so dass die Behandlung von Themen aus diesen Bereichen im Wesentlichen auf freiwilliger Basis in Arbeitsgemeinschaften oder kontextorientiert im Physikunterricht erfolgen muss.

Um dies zu ermöglichen, müssen jedoch auch die Lehrenden die Grundzüge der Astrophysik kennen. Diese stellt jedoch nur einen kleinen Teil des Lehramtsstudiums der Physik dar, in einigen Universitäten werden Astronomie und Astrophysik gar nicht behandelt [3; 4]. Die vorgestellten Abschätzungen richten sich daher in erster Linie an Lehrende der Physik, das mathematische und physikalische Niveau kann aber auch in der Oberstufe eines Gymnasiums behandelt werden.

Die vorgestellten Abschätzungen bieten dabei die Möglichkeit, unterschiedliche Teilgebiete der Physik in einem astrophysikalischen Kontext zu behandeln.

2. Was ist ein Neutronenstern?

Neutronensterne werden – wie Weiße Zwerge und stellare Schwarze Löcher – zu den kompakten Objekten in der Astrophysik gezählt und zeichnen sich dementsprechend durch eine extrem hohe Dichte aus.

Die drei Klassen von Objekten verbleiben im Allgemeinen als Überrest eines ausgebrannten Hauptreihensterns, wobei die Masse des Sterns bestimmt, welches kompakte Objekt entsteht. Liegt die Masse zwischen etwa acht und 40 Sonnenmassen, so entsteht ein Neutronenstern, bei leichteren Sternen entstehen Weiße Zwerge, bei schwereren stellare Schwarze Löcher.

Während die detaillierte Zustandsgleichung von Neutronensternen noch zu großen Teilen unverstanden und ihr Aufbau daher (anders als bei Weißen Zwergen) noch aktueller Gegenstand wissenschaftlicher Diskussionen ist, können Weiße Zwerge und Neutronensterne in einer ersten, elementarisierten Näherung als physikalisch ähnlich betrachtet werden.

Beide Klassen von Himmelskörpern sind stabil, weil ein quantenmechanischer Entartungsdruck der Eigengravitation entgegenwirkt – bei Weißen Zwergen basiert dieser auf den Elektronen, bei Neutronensternen auf Neutronen. Der Entartungsdruck lässt sich elementar mithilfe des Pauli-Prinzips erklären: Da sowohl Elektronen als auch Neutronen zu den Fermionen gehören, können sie nicht beliebig dicht gepackt werden. Je dichter sie gepackt werden, desto größer wird der Entartungsdruck.

2.1. **Entdeckungsgeschichte**

Im Jahr 1930 wurden die ersten stimmigen Modelle zur Physik Weißer Zwerge von dem damals erst 19-jährigen Astrophysiker Subrahmanyan Chandrasekhar entwickelt, nachdem bereits im 19. Jahrhundert aufgrund der beobachteten Eigenbewegung von Sirius ein Begleiter vermutet wurde. Dieser konnte mit der damals zur Verfügung stehenden Physik nicht erklärt werden und stellte sich später als Weißer Zwerg heraus [5].

Bereits 1932 – kurz nach der Entdeckung des Neutrons durch James Chadwick – wurde von dem russischen Physiker Lew Landau der Neutronenstern postuliert [6], der dem Weißen Zwerg physikalisch ähnlich sein soll, jedoch durch entartete Neutronen stabilisiert wird. Dies führt zu einer ähnlichen Grenzmasse wie die von Weißen Zwergen, während der Radius erheblich geringer und die Dichte damit deutlich höher ist. Moderne Forschungen geben eine Grenzmasse von etwas mehr als zwei Sonnenmassen bei einem Radius in der Größenordnung von zehn Kilometern an [7].

Bis zur ersten Entdeckung eines Neutronensterns in Form eines Pulsars dauerte es jedoch rund 30 Jahre, erst in den 1960er Jahren gelang die erste Identifizierung.

Aus wissenschaftshistorischer Sicht ist eine Beschäftigung mit der Entdeckung kompakter Objekte interessant, da hier das Zusammenspiel zwischen Theorie und Beobachtung in beiden Richtungen schön verdeutlicht wird: Mitte des 19. Jahrhunderts wurde ein Begleiter um Sirius mit unerklärlichen Eigenschaften gefunden. Erst nachdem mehr als 50 Jahre später die Quantenmechanik entwickelt wurde, wurde diese schließlich auch auf den Begleiter und damit ein makroskopisches Objekt angewendet und die Beobachtung führte zu einer erweiterten Anwendung der Theorie und damit zur Beschreibung einer „neuen“ Klasse von Himmelskörpern.

Neutronensterne wurden dagegen auf rein theoretischer Basis beschrieben, die erste Beobachtung erfolgte erst deutlich später.

2.2. **Pulsare**

Pulsare sind ein Spezialfall von Neutronensternen. Bedingt durch die Entstehung von Neutronensternen als Überrest von langsam rotierenden, jedoch enorm stark ausgedehnten Hauptreihensternen rotieren die kompakten Objekte im Allgemeinen extrem schnell, da der Drehimpuls erhalten bleibt und zumindest in Teilen auf den Neutronenstern übertragen wird. Ein nicht zu vernachlässigender Betrag des Drehimpulses wird jedoch mit den äußeren Schichten des Sterns oder im Zuge einer Supernova abgestoßen.

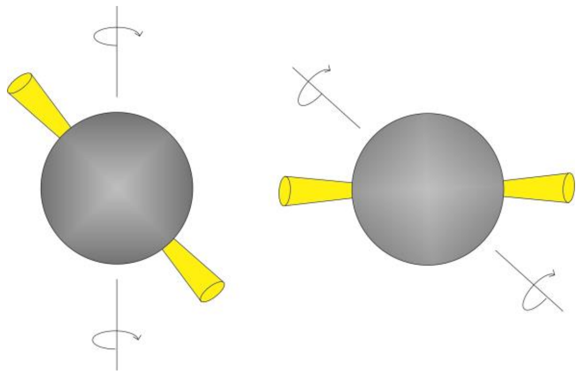

Abbildung 1: Schematische Darstellung eines Pulsars. Den linken Pulsar könnte man von der Erde aus nicht registrieren, da der Strahlungskegel nicht die Richtung des Beobachters (aus Sicht des Lesers) durchquert. Der rechte Pulsar könnte dagegen erfasst werden.

Die Neutronensterne sind in den meisten Fällen stark magnetisiert. Liegen die Pole des Magnetfeldes und die Rotationsachse des Objektes nun nicht in einer Linie, so werden in Richtung des Magnetfeldes mit extremer Regelmäßigkeit Pulse ausgesandt, die bei günstiger geometrischer Lage in Richtung der Erde zeigen und dementsprechend registriert werden können (vgl. Abb. 1).

Regelmäßige Verzögerungen der Pulse des 1990 entdeckten Pulsars *Lich* führten zur Entdeckung der ersten drei bekannten Exoplaneten, darunter der bis heute masseärmste bekannte Planet außerhalb des Sonnensystems (*Draugr* mit etwa einem Fünftel der Erdmasse) [8].

3. **Die Masse eines Neutronensterns**

Zunächst ist es notwendig, die (ungefähre) Masse eines Neutronensterns zu kennen. Diese kann entweder vorgegeben oder aber elementar hergeleitet werden (vgl. [9] für eine detaillierte Herleitung für einen Weißen Zwerg, die äquivalent verwendet werden kann und [10] für eine alternative Herleitung).

Für einen beliebigen Himmelskörper im hydrostatischen Gleichgewicht muss der Selbstgravitation ein Druck entgegenstehen:

$$P_{Grav} = P_{Gegen} \quad \{1\}$$

Für den Gravitationsdruck eines kugelförmigen Himmelskörpers konstanter Dichte mit der Masse M und dem Radius R lässt sich elementar folgender Term herleiten:

$$P_{Grav} = \frac{3GM^2}{8\pi R^4} \quad \{2\}$$

Nun kann als Vereinfachung angenommen werden, dass der Neutronenstern vollständig aus Neutronen aufgebaut ist und jedes dieser Neutronen einen bestimmten Raum mit dem Radius r einnimmt (vgl. Abb. 2). Damit ergibt sich sofort die folgende geometrische Überlegung für den Zusammenhang zwi-

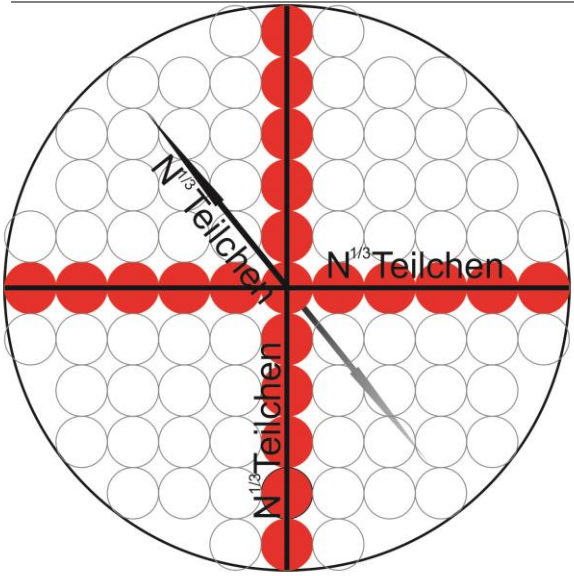

Abbildung 2: Zur Teilchenanzahl von Himmelskörpern, aus [11].

schen der Anzahl der Neutronen N und dem Gesamtradius R:

$$R = N^{\frac{1}{3}} \cdot r = \left(\frac{M}{m_N}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot r \quad \{3\}$$

Die Kombination der Gleichungen 2 und 3 ergibt dann einen Term für die maximale Masse eines Neutronensterns, der sich im hydrostatischen Gleichgewicht befindet und durch einen Gegendruck mit dem Betrag P_{Max} stabilisiert wird:

$$M_{Max} = \left(\frac{8\pi P_{Max} r^4}{3Gm_N^{\frac{4}{3}}}\right)^{\frac{3}{2}} \quad \{4\}$$

Um den Gegendruck abzuschätzen, kann das bereits erwähnte Pauli-Prinzip genutzt werden. Der Neutronenstern wird durch relativistisch entartete Neutronen stabilisiert. Da es sich dabei um Fermionen handelt, können diese nicht beliebig dicht gepackt werden – je höher die Dichte wird, desto größer wird der Gegendruck. Es gilt die Heisenberg'sche Unschärferelation:

$$p = \frac{\hbar}{r} \quad \{5\}$$

Abhängig vom verfügbaren Raum erhalten die Neutronen also einen Impuls p. Der maximale Impuls liegt in der Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit. Damit gilt näherungsweise:

$$r = \frac{\hbar}{mc} \quad \{6\}$$

Um den herrschenden Druck zu ermitteln, kann dieser nun als Energiedichte betrachtet werden. Mit dem Impuls mc ergibt sich für die Energie eines Neutrons klassisch betrachtet Folgendes:

$$E_N = \frac{1}{2} m_N c^2 \quad \{7\}$$

Somit gilt:

$$P_{Max} = \frac{E}{V} = \frac{3m_N^4 c^5}{8\pi\hbar^3} \quad \{8\}$$

Damit ergibt sich folgende maximale Masse:

$$M_{Max} = \left(\frac{c\hbar}{m_N^{\frac{4}{3}} G}\right)^{\frac{3}{2}} \approx 1{,}8\ M_{Sonne} \quad \{9\}$$

Die maximale Masse eines Neutronensterns liegt in dieser Modellierung also bei etwa 1,8 Sonnenmassen, das Ergebnis liegt damit in der gleichen Größenordnung wie die Ergebnisse komplexerer Modellierungen [7].

4. Der Radius eines Neutronensterns

Mit der zuvor bestimmten Masse können nun mithilfe unterschiedlicher Teilgebiete der Physik Abschätzungen gegeben werden, um den Radius eines Neutronensterns zu bestimmen.

4.1. Über den benötigten Raum eines Neutrons

Zunächst kann in dem verwendeten Modell weiter gearbeitet werden. Nutzt man die Gleichungen 3 und 6, so können beide kombiniert werden und es ergibt sich unmittelbar ein Radius von etwa 2,7 Kilometern. Dies liegt unter den im Allgemeinen vermuteten Radien für Neutronensterne und gleichzeitig unter dem Schwarzschild-Radius (siehe Kap. 4.2), der hier bestimmte Radius ist also zu klein, gibt aber zumindest eine grobe Größenordnung an. Gleichzeitig kann mit dieser Methode eine Masse-Radius-Beziehung für Neutronensterne hergeleitet werden, indem der Impuls nicht mc gesetzt, sondern eine beliebige Geschwindigkeit v angenommen wird. Dies kann vollkommen analog zu der Masse-Radius-

Abbildung 3: Größenvergleich eines Neutronensterns mit einem Radius von 2,7 Kilometern (Methode 4.1) mit der Fläche von Berlin.

Beziehung eines Weißen Zwerges geschehen, siehe dafür [9]. Dabei zeigt sich, dass massereiche Neutronensterne kleiner sind als massearme – ein Phänomen, das sich auch bei anderen entarteten Objekten (vor allem Weißen und Braunen Zwergen) feststellen lässt.

4.2. **Über den Schwarzschild-Radius**

Neutronensterne sind die dichtesten bekannten Objekte, die größer sind als der Schwarzschild-Radius. Dementsprechend darf der Radius nicht – wie in Kap. 4.1 – kleiner sein als der Schwarzschild-Radius. Dieser kann elementar hergeleitet werden, indem als Fluchtgeschwindigkeit von einem Körper mit der Masse M und dem Radius R_S die Lichtgeschwindigkeit angenommen wird. Es gilt:

$$R_S = \frac{2GM}{c^2} \qquad \{10\}$$

Mit der zuvor bestimmten Masse ergibt sich so ein Radius von etwa 5,3 Kilometern, der als absolute Untergrenze für sämtliche Abschätzungen gilt.

4.3. **Über die Neutronendichte**

Da ein Neutronenstern in der hier verwendeten Modellierung ausschließlich aus Neutronen besteht, sollte die Dichte des Objektes in der Größenordnung der Neutronendichte liegen. Nimmt man ein Neutron als kugelförmig an, so lässt sich die Dichte mithilfe des (gegebenen) Neutronenradius R_N bestimmen:

$$\rho_N = \frac{m_N}{\frac{4}{3}\pi R_N^3} \approx 10^{17}\,\frac{kg}{m^3} \qquad \{11\}$$

Somit gilt für den Radius eines Neutronensterns:

$$R = \left(\frac{3M}{4\pi\rho_N}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 17\ km \qquad \{12\}$$

Dieser Radius ist etwas größer als die im Allgemeinen angenommen Radien von Neutronensternen, die (mittlere) Dichte eines Neutronensterns liegt also über der Dichte von Neutronen. Nichtsdestotrotz ist die Größenordnung gut erfüllt.

Zu beachten ist aber, dass mithilfe der Neutronendichte eine plausible Größenordnung bestimmt werden kann, dies aber nicht zur Ermittlung einer Masse-Radius-Beziehung geeignet ist. Diese ist für Neutronensterne – wie bereits in Kap. 4.1 erwähnt – invers, so dass massereichere Neutronensterne kleiner werden. Mit einer konstanten Dichte (wie hier angenommen) würden massereichere Neutronensterne jedoch wachsen.

4.4. **Über die Rotationsgeschwindigkeit**

Die folgenden beiden Methoden machen sich die schnelle Rotation von Pulsaren zunutze (vgl. Kap. 2.2). Um die Größenordnung der Rotationsgeschwindigkeit eines Pulsars abzuschätzen, kann die Drehimpulserhaltung genutzt werden. Mit dem Trägheitsmoment I und der Winkelbeschleunigung ω gilt für den Drehimpuls L:

$$L = I \cdot \omega \qquad \{13\}$$

Betrachtet man eine Vollkugel konstanter Dichte, so gilt für das Trägheitsmoment:

$$I_K = \frac{2}{5}mr^2 = \frac{2}{5}m\left(\frac{3m}{4\pi\rho}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{5}\cdot\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot\frac{m^{\frac{5}{3}}}{\rho^{\frac{2}{3}}} \qquad \{14\}$$

Für den Drehimpuls einer Vollkugel gilt also:

$$L_K = I_K \cdot \omega = \frac{2}{5}\cdot\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot\frac{m^{\frac{5}{3}}}{\rho^{\frac{2}{3}}}\cdot\omega \qquad \{15\}$$

Soll der Drehimpuls einer Vollkugel erhalten bleiben, so ergibt sich:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{m_1^{\frac{5}{3}}}{\rho_1^{\frac{2}{3}}}\cdot\frac{\rho_2^{\frac{2}{3}}}{m_2^{\frac{5}{3}}} \qquad \{16\}$$

In der Spätphase eines Sternenlebens verliert ein Stern wesentliche Teile seiner Masse, so dass nicht die gesamte, ursprünglich vorhandene Sternenmasse in die Drehimpulserhaltung einbezogen werden darf. Vereinfachend kann angenommen werden, dass lediglich der Drehimpuls der später im Neutronenstern gebundenen Masse auf diesen übertragen wird. Dementsprechend können die Massen m_1 und m_2 gleichgesetzt werden, die übrige Masse des Vorgängersterns wird abgestoßen und ihr Drehimpuls auf die gewaltigen, langsam rotierenden Gaswolken übertragen, die den Neutronenstern umgeben.

Setzt man nun eine typische, zentrale Dichte für Hauptreihensterne mit einigen Sonnenmassen ein – diese liegt in der Größenordnung von etwa 5000 Kilogramm pro Kubikmeter – und nimmt für den Neutronenstern wieder die Dichte von Neutronen an, so zeigt sich, dass die Winkelgeschwindigkeit der Rotation eines Neutronensterns um einen Faktor von etwa einer Milliarde höher liegt als die eines Hauptreihensterns. Diese benötigen für eine Umdrehung meistens einige Wochen, so dass sich für Neutronensterne Rotationszeiten von wenigen Sekunden bis hin zu einigen Millisekunden ergeben.

Damit kann nun eine einfache Abschätzung getroffen werden: Nach der Speziellen Relativitätstheorie darf die Rotationsgeschwindigkeit am Äquator eines Neutronensterns nicht die Lichtgeschwindigkeit überschreiten. Es muss also Folgendes gelten:

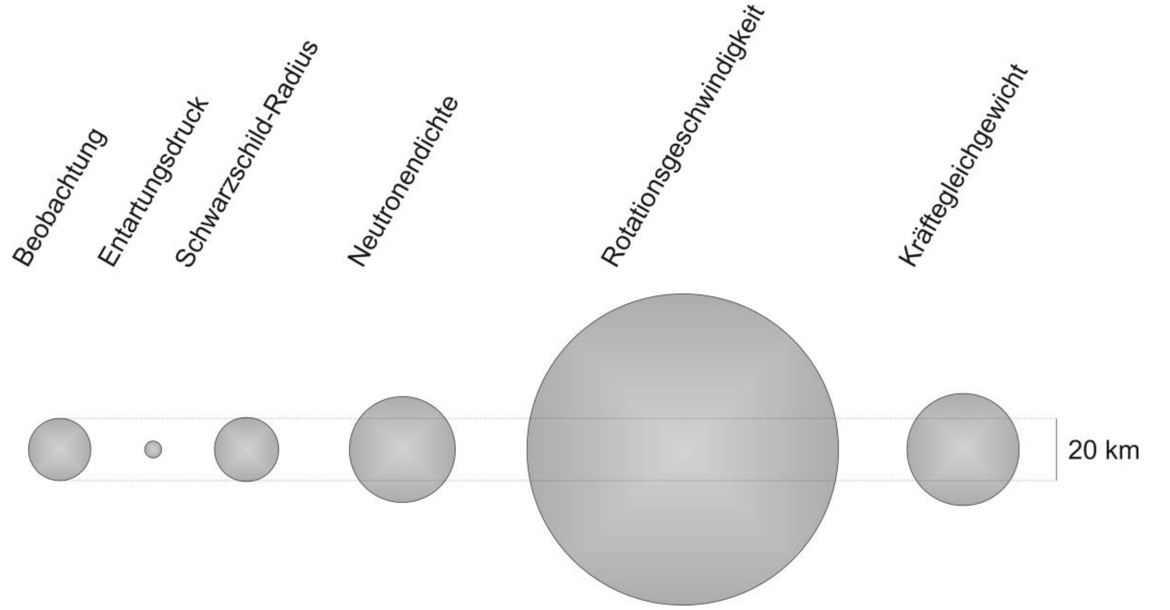

Abbildung 4: Vergleich der vorgestellten Methoden zur Bestimmung der Größe eines Neutronensterns. Der Radius zur Rotationsgeschwindigkeit ist ohne Längenkontraktion angegeben.

$$\frac{2\pi r}{t} \leq c \quad \{17\}$$

Mit einer Rotationsdauer von einer Millisekunde ergibt sich für den Fall, dass die Rotationsgeschwindigkeit gleich der Lichtgeschwindigkeit ist, ein (verhältnismäßig großer) Radius von 50 Kilometern, für Neutronensterne scheint dies also zunächst nicht relevant zu sein. Berücksichtigt man jedoch weiter die Spezielle Relativitätstheorie, so muss bei Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit auch die Längenkontraktion betrachtet werden. Generell gilt für eine beliebige Strecke l_0, die sich mit der Geschwindigkeit v gegenüber einem Beobachter bewegt, Folgendes:

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \{18\}$$

Dies wirkt sich bei den typischen Rotationsgeschwindigkeiten eines Pulsars auf den Umfang aus. Um eine sinnvolle Betrachtung zu ermöglichen, wird die äquatoriale Geschwindigkeit nun mit 90 Prozent der Lichtgeschwindigkeit gleichgesetzt, dies entspricht ohne Längenkontraktion einem Radius von 48 Kilometern und damit einem Umfang von etwa 300 Kilometern. Damit gilt:

$$U = 300km \cdot \sqrt{1 - \frac{(0{,}9c)^2}{c^2}} \approx 130km \quad \{19\}$$

Dies entspricht einem Radius von etwa 20 Kilometern. Relativistisch betrachtet limitiert also schon die Rotationsfrequenz die Größe eines Pulsars. Dies ist insbesondere interessant, da die Rotationsfrequenz von günstig gelegenen Pulsaren verhältnismäßig einfach und sehr präzise bestimmt werden kann.

4.5. Über das Kräftegleichgewicht der Rotation

Über die Betrachtung der bei einer Rotation wirkenden Kräfte kann eine weitere, elementarisierende Abschätzung gebildet werden. Pulsare sind stabile Himmelskörper, das heißt, dass die wirkenden Zentrifugalkräfte die entgegengesetzten Gravitationskräfte, die den Körper zusammenhalten, nicht überschreiten. Für die Zentrifugalkraft F_Z gilt:

$$F_Z = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \left(\frac{2\pi}{t}\right)^2 \cdot r \quad \{20\}$$

Setzt man diese betragsmäßig mit der Gravitationskraft gleich, so ergibt sich für den Radius eines Pulsars:

$$r = \left(\frac{gMt^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} \quad \{21\}$$

Setzt man wieder die zuvor bestimmten, typischen Werte ein, so ergibt sich ein Radius von etwa 18 Kilometern.

5. Vergleich der Methoden und Fazit

Betrachtet man die fünf vorgestellten Methoden, so zeigt sich, dass alle Abschätzungen Ergebnisse in einer plausiblen Größenordnung ergeben (vgl. Abb. 4) – die Ergebnisse mithilfe des Schwarzschild-Radius, der Neutronendichte der Rotationsgeschwindigkeit unter Einbeziehung der Längenkontraktion sowie des Kräftegleichgewichts liegen sogar sehr nah an den in aktueller Forschung angenommenen Werten.

Es ist also möglich, sich dem Phänomen Neutronenstern mithilfe unterschiedlichster Teilgebiete der Physik anzunähern:

- Mithilfe (elementarisierter) Quantenmechanik wird die Masse eines Neutronensterns berechnet, weiterhin kann auch der Radius abgeschätzt werden.
- Durch Anwendung von Methoden aus der Mechanik können die Fluchtgeschwindigkeit und damit der Schwarzschildradius bestimmt werden. Mithilfe der Gesetze der Rotation kann über die Rotationsgeschwindigkeit beziehungsweise über das Kräftegleichgewicht der Radius ermittelt werden.
- Die Spezielle Relativitätstheorie ermöglicht eine deutliche Verbesserung der Resultate bei der Bestimmung des Radius mithilfe der Rotationsgeschwindigkeit.

Es ist also möglich, den Radius eines Neutronensterns als Kontext in unterschiedlichen Bereichen der Physik abzuschätzen – wenn die Masse als gegeben gesetzt wird, ist dies bereits mit grundlegender Mechanik möglich. Insbesondere in den Einführungsvorlesungen zur Mechanik können also auch astrophysikalische Beispiele genannt werden, die über die üblichen Beispiele (wie etwa die Keplerschen Gesetze) hinausgehen. Dies erscheint gerade in Hinblick auf die in manchen Universitäten fehlenden astronomischen und astrophysikalischen Vorlesungen erstrebenswert, um gewisse Grundkenntnisse der Astrophysik bei angehenden Lehrenden herauszubilden [4].

6. **Literatur**

[1] Sjøberg, Svein und Schreiner, Camilla (2010): The ROSE Project: An overview and key findings. URL: https://roseproject.no/network/countries/norway/eng/nor-Sjoberg-Schreiner-overview-2010.pdf

[2] Elster, Doris (2007): In welchen Kontexten sind naturwissenschaftliche Inhalte für Jugendliche interessant? Ergebnisse der ROSE-Erhebung in Österreich und Deutschland. In: Plus Lucis 3, S. 2-8

[3] Hohmann, Sascha und Quast, Martin (2018): Astronomie in der Lehrerausbildung. In: PhyDid B, S. 141-147. URL: http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/866/1003

[4] Quast, Martin; Hohmann, Sascha und Schultz, Andreas (2018): Erhebung astronomischer Lehrinhalte in den Lehramtsstudiengängen deutscher Universitäten. In: Astronomie und Raumfahrt im Unterricht 55.6, S. 5-11

[5] Srinivasan, Ganesan (1999): From white dwarfs to black holes. The legacy of S. Chandrasekhar

[6] Yakovlev, Dmitry et. al. (2013): Lev Landau and the concept of neutron stars. In: Physics-Uspekhi 56.3, S. 289-295

[7] Rezzolla, Luciano; Most, Elias und Weih, Lukas (2018): Using Gravitational-wave Observations and Quasi-universal Relations to Constrain the Maximum Mass of Neutron Stars. In: The Astrophysical Journal 852.2, S. L25

[8] Roques, Françoise; Kral, Quentin und Schneider, Jean (2018): Exoplanet.eu. URL: http://exoplanet.eu/

[9] Hohmann, Sascha (2017): Eine Masse-Radius-Beziehung Weißer und Brauner Zwerge. Ein einfaches Modell. In: PhyDid B, S. 19-22. URL: http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/758/907

[10] Camenzind, Max (2016): Gravitation und Physik kompakter Objekte. Eine Einführung in die Welt der Weißen Zwerge, Neutronensterne und Schwarzen Löcher. 1. Aufl.

[11] Hohmann, Sascha (2017): Ein einfaches Modell zu Gasriesen. In: Astronomie und Raumfahrt im Unterricht 54.5, S. 40-41