

Statistische Optik

– Messung von Lichtfluktuationen mit einer programmierbaren LED –

Kim-Alessandro Weber*, **Rüdiger Scholz**⁺

*Institut für Didaktik der Mathematik und Physik, Leibniz Universität Hannover

⁺Institut für Quantenoptik, Leibniz Universität Hannover

weber@iqo.uni-hannover.de, r.scholz@iqo.uni-hannover.de

Kurzfassung

Experimente zur Statistik von Lichtfluktuationen bieten Möglichkeiten spezifische Perspektiven der experimentellen Quantenoptik auszuprobieren. Speziell die Untersuchung klassischer Lichtfelder kann hierbei weiterführende Experimente mit einzelnen Photonen in der Quantenoptik einleiten. Zu diesem Zweck wird in dem vorliegenden Artikel eine pseudothermische Lichtquelle vorgestellt und statistisch charakterisiert. Die Quelle zeichnet sich dadurch aus, dass sie gleichermaßen einfach wie durchschaubar aufgebaut ist.

Originaltitel/Konferenzbeitrag: **Undergraduate experiments: Single photon optics**

In light of the vocational relevance of the bachelor degree there is a noticeable disproportion: While wave optics experiments are absolute standard in undergraduate labs, the explicit observation of the quantum nature of light seems to be still challenging today. Here we present a series of experiments from classical optics to real quantum optics opening the door to a contemporary understanding of optical physics. The experiments are governed by the analysis of interferometry and coincidence counting, determining the value of the second order correlation function. Important parts of the analysis focus on noise measurements and the influence of coincidence schemes on the uncertainty of the measurements.

1. Einleitung: Befund und Motivation

In den letzten Jahrzehnten hat sich im Bereich der Quantenphysik unfassbar viel verändert und entwickelt. Zahlreiche technologische Möglichkeiten waren vor einigen Jahrzehnten völlig undenkbar, man denke nur an die mediengängigen Beispiele Quantenkommunikation oder Quantenkryptographie. In ihrem Grundsatzpapier beschreibt die „Nationale Initiative „Quantentechnologie – Grundlagen und Anwendungen“ (QUTEGA)“ vier Säulen für ein auf Forschung und Entwicklung ausgerichtetes Quantentechnologieprogramm: Quantenkommunikation, Quantencomputer, Quantensensorik und Quantensimulation (QUTEGA, 2017). Damit wird die Dynamik zumindest spürbar, die dieses wissenschaftliche Feld auszeichnet. Am Schluss ihres Papiers formulieren die QUTEGA-Autoren ihre Anforderungen an Öffentlichkeitsarbeit und deren Verankerung mit Bildungsanstrengungen bis in die Lehrplanentwicklung hinein:

„Die Quantenphysik wird in der Öffentlichkeit zurzeit eher als wissenschaftliche Kuriosität wahrgenommen. Das gilt auch für weite Kreise in der Wirtschaft. Insbesondere die mit dem Begriff ‚Zweite

Quantenrevolution‘ verbundenen Konzepte und Potentiale für Anwendungen (d.h. zum Beispiel das Superpositionsprinzip und die Eigenarten des Quantenmessprozesses) sind weitgehend unbekannt. Aus der Sicht der QUTEGA-Initiative scheint ... eine besondere und gemeinsame Bildungsanstrengung außerordentlich wichtig, um sowohl die technisch interessierte als auch die breitere Öffentlichkeit mit diesem Thema vertraut zu machen. Konkret sollten diese Anstrengungen versuchen, die Quantenphysik mehr als bisher in den Lehrplan der Schulen zu integrieren, ...“ (QUTEGA, 2017)

Experimente zur Statistik von Lichtfluktuationen bieten hervorragende Möglichkeiten spezifische Perspektiven der experimentellen Quantenoptik auszuprobieren. Eine hervorragende Passung von Experiment und Theorie zeichnet diese Experimente für Ausbildungszwecke aus.

Scholz, Friege und Weber (Scholz, 2018) skizzieren einen „pedestrian approach“ zur Quantenoptik mit Realexperimenten, von der klassischen Wellenoptik bis zur Quantenoptik mit Einzelphotonen. Die Charakterisierung von Lichtquellen anhand ihrer Photo-

Photonenstatistik	Klassisches Äquivalent	$I(t)$	$(\Delta n)^2$
Superpoisson-Licht	Thermisches Licht	Zeitl. variierend	$> \bar{n}$
Poisson-Licht	Kohärentes Licht	Konstant	\bar{n}
Sub-Poissonlicht	kein	Konstant	$< \bar{n}$

Tabelle 1 Unterscheidung von Strahlungsfeldern nach ihrer Photonenzustatik (vgl. Fox)

nenstatistik ist ein zentrales Element des Kurses. Anhand der Standardabweichung der Photonenstatistik werden gemäß Tabelle 1 drei Fälle unterschieden. Um den Weg in die Quantenoptik zu ebnet, erfahren die ersten beiden Fälle (kohärentes Licht bzw. thermisches Licht) besondere Aufmerksamkeit. Die Untersuchung klassischer Lichtfelder setzt auf experimentelle Konzepte, die eben auch in der Quantenoptik eingesetzt werden. Hier benötigt man Lichtquellen, deren charakteristische thermische bzw. kohärente Fluktuationen gut messbar sind.

Liegen die Zeitskalen der Fluktuationen weit unterhalb der zeitlichen Auflösung der Detektoren oder ist die Bestrahlungsstärke des Lichtfeldes konstant, wird man stets eine Poisson-Verteilung der Photoelektronen messen (1.).

Hierzu eignen sich auch LED. Diese sind zwar den thermischen Lichtquellen zuzuordnen, ihre Fluktuationen spielen sich jedoch auf Zeitskalen ab, die durch den Detektor zeitlich nicht aufgelöst werden können (10^{-15} s). Dies gilt nicht nur für LED, sondern ist typisch für thermische Lichtquellen. Ein Zugang zu der Bose-Einstein-Verteilung in der Ausbildung ist daher direkt nur mit relativ viel Aufwand möglich. Ein Ausweg bietet die Untersuchung von *pseudothermischem Licht*.

Ein häufig gewählter Weg zur Erzeugung derartigen Lichts verwendet die Speckle-Streuung kohärenter Laserstrahlung durch eine rotierende Milchglascheibe (Martienssen & Spiller, 1962; Scholz et al., 2016). Hier stellen wir ein alternatives Verfahren vor, das deutlich leichter realisierbar ist und dabei sehr kostengünstig.

2. Thermisches Licht

Das Modell. Die Fluktuationen thermischen Lichts können mittels eines „Random-Phasor“-Modells erklärt werden (Loudon, 2000). Es werden ν emittierende Atome betrachtet, die elektromagnetische Wellen emittieren. Den Amplituden werden Zeiger zugeordnet. Jeder atomare Stoß unterbricht für die Dauer des Stoßes die Emission und erzeugt somit einen Phasensprung zufälliger Größe des emittierten Wellenzuges. Betrachtet man nur eine Polarisationsrichtung können die Zeiger einfach algebraisch addiert werden. Loudon (Loudon, 2000) zeigt, dass die resultierende Zeigerlänge durch eine zweidimensionale Gaußverteilung beschrieben werden kann. Die resultierende Bestrahlungsstärke ist proportional zum Quadrat der resultierenden Zeigerlänge.

Die Photonenstatistik. Betrachtet wird eine einzelne Mode mit der Frequenz ω innerhalb eines Hohlraums. Die Mode wird physikalisch als harmonischer Oszillator beschrieben und entsprechend quantisiert. Für die Energie-Eigenwerte ergibt sich:

$$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$$

Das Boltzmann-Gesetz beschreibt die Wahrscheinlichkeit n Photonen in der Mode zu finden:

$$P_\omega(n) = \frac{\exp(-E_n/k_b T)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-E_n/k_b T)}$$

Setzt man den Wert der geometrischen Reihe im Nenner ein kann die Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der mittleren Photonenzahl \bar{n} dargestellt werden (Bose-Einstein-Verteilung) (Fox, 2006):

$$P_\omega(n) = \frac{\bar{n}^n}{(\bar{n}+1)^{n+1}} \tag{1}$$

Als Varianz ergibt sich (Fox, 2006):

$$(\Delta n)^2 = \bar{n} + \bar{n}^2$$

Die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung. Die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung $g^{(2)}(\tau)$ beschreibt die Korrelation der Bestrahlungsstärke zweier um τ gegeneinander verzögerter Wellenzüge. Der Wert für $\tau = 0$ beschreibt die Feldfluktuationen:

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle I_1 I_2 \rangle}{\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle} = \frac{\langle N_1 \cdot N_2 \rangle}{\langle N_1 \rangle \langle N_2 \rangle} \tag{2}$$

Dabei bezeichnen N_1 und N_2 die Zählraten zweier Detektoren D_1 und D_2 . Diese Zählraten werden im Rahmen einer einfachen semiklassischen Detektortheorie als proportional zur den Bestrahlungsstärke am Detektoreingang angenommen (Loudon, 2000). Aus Gl. (1) lässt sich eine Beziehung zwischen $g^{(2)}(0)$ und der mittleren Photonenzahl \bar{n} im Strahlungsfeld und Varianz der Photonenstatistik $(\Delta n)^2$ ableiten (Loudon, 2000):

$$g^{(2)}(0) = 1 + \frac{(\Delta n)^2 - \bar{n}}{\bar{n}^2} \tag{3}$$

Jetzt wird klar, dass diese Größe einen trennscharfen Indikator für die Art des Lichts liefert. Setzt man für Einzelphotonenzustände $n = 1$ und $(\Delta n)^2 = 0$ ein (genau bekannte Zahl der Photonen) folgt $g^{(2)}(0) = 0$. Entsprechend erhält man für kohärentes Licht (Poisson verteilte Photonenzahl) $(\Delta n)^2 = \bar{n}$ und damit $g^{(2)}(0) = 1$. Thermisches Licht rauscht stärker als das kohärent Licht des idealen Lasers: $(\Delta n)^2 = \bar{n} + \bar{n}^2$. Die Korrelationsfunktion hat damit den Wert $g^{(2)}(0) = 2$.

Lichtart	\bar{n}	$(\Delta n)^2$	$g^{(2)}(0)$
Einzelphoton	1	0	0
Kohärent	\bar{n}	\bar{n}	1
Thermisch	\bar{n}	$\bar{n} + \bar{n}^2$	2

Tabelle 2 Übersicht – Lichtarten und ihre statistischen Eigenschaften

Zusammengefasst. Eine pseudothermische Lichtquelle führt bei der Untersuchung mit einem Binärdetektor zu einer Verteilung gemäß Gl. (2). Eine Korrelationsanalyse mittels zweier Detektoren führt zu einem Wert $g^{(2)}(0) = 2$. Die im Folgenden vorgestellte Quelle wird hinsichtlich dieser beiden Charakteristika untersucht.

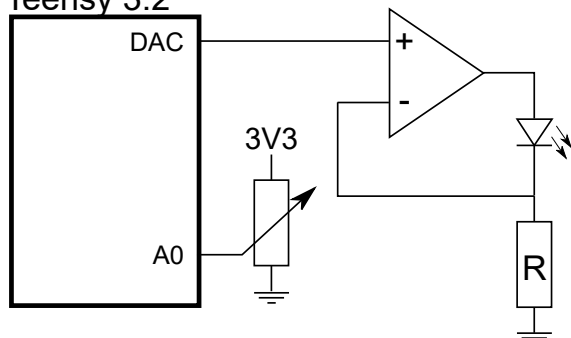
3. Eine neue Lichtquelle für pseudothermisches Licht

Als pseudothermisch bezeichnet man Licht, dessen Intensität, gemäß des im Abschnitt 2 beschriebenen Modells, moduliert wird. Dementsprechend eignen sich stochastische Modulationsverfahren: Das Kohärente Licht eines Lasers wird hierbei an stochastisch bewegten Zentren gestreut – ein stochastisch in der Zeit variierendes Speckle-Muster entsteht. Zur Umsetzung eignet sich zum Beispiel die Streuung an einer rotierenden Milchglasscheibe oder an Partikeln die eine Brownsche Bewegung ausführen (Milchemulsion) (Martienssen & Spiller, 1964).

Durch die beschriebenen Verfahren rücken jedoch zahlreiche Einflussfaktoren in den Fokus: Welches Milchglas eignet sich am besten, wie viel Milch sollte in der Emulsion gelöst sein, welche Temperatur sollte diese haben usw. – durchaus wichtige Fragen, die jedoch von der Kernfrage wegführen.

Bei der hier vorgestellten Lichtquelle wird das stochastische Verhalten als Monte Carlo Methode mit Hilfe eines Mikroprozessors simuliert. Mit der simulierten Bestrahlungsstärke wird anschließend der Diodenstrom einer LED moduliert. Hierzu wurde eine spannungsgesteuerte Stromquelle realisiert (Schaltung 1), welche direkt an dem Digital zu Analog Konverter Ausgang des Mikroprozessors (Teensy 3.2) betrieben wird. Als Variable kann die mittlere Zeit zwischen den Stößen über ein Potentiometer eingestellt werden.

Teensy 3.2



Schaltung 1 Der Digital Analog Konverter des Teensy 3.2 ermöglicht eine direkte Modulation der LED

Zur Simulation der Bestrahlungsstärke. Wie beschrieben wird die Variation des elektrischen Feldes durch eine zweidimensionale Gaußverteilung beschrieben. Auf dem Mikrokontroller werden daher zwei Gaußverteilte Pseudozufallszahlen (x,y) erzeugt, welche die Quadraturen repräsentieren (Komponenten des Zeigers). Die Länge des Zeigers ergibt sich zu:

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Mit der Zufallszahl z^2 wird die Bestrahlungsstärke moduliert.

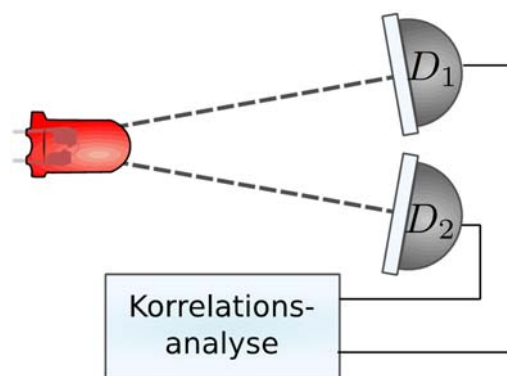


Abb. 1 Aufbau zur statistischen Analyse der pseudothermisch modulierten LED

4. Charakterisierung der Lichtquelle

Zur Charakterisierung der Lichtquelle wurde der in Abbildung 1 dargestellte Aufbau umgesetzt.

Der Aufbau besteht aus zwei Avalanche-Photodioden (APD)-Detektoren, einer Koinzidenzelektronik (2 Kanäle) und der modellierten LED als Lichtquelle.

Die zwei APD-Detektoren werden im Geigermode betrieben und mit einer Optik ausgestattet, die es ermöglicht die Lichtquelle auf die aktive Fläche der Diode abzubilden. Weiter ist im verwendeten Objektiv ein Laserlinienfilter verbaut, so dass das Experiment unempfindlich wird gegen Raumbelichtung.

Zur Charakterisierung der Lichtquelle werden die Photoelektronen-Statistik und die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung untersucht.

Für den Zugang zur Photoelektronen-Statistik werden 10.000 Messungen von einem der beiden Detektoren (D_1) im Histogramm dargestellt. Die Messzeit betrug hierbei 1 ms. Innerhalb der 10.000 Messungen wurden n (Hochachse) mal x (Längsachse) Ereignisse registriert.

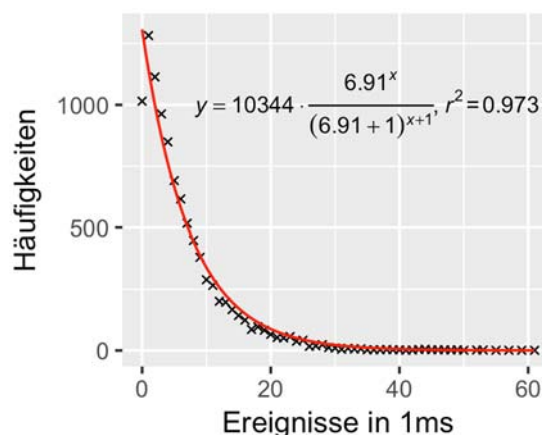


Abb. 2 Die Photoelektronen-Statistik folgt einer Bose-Einstein-Verteilung

Abbildung 2 stellt die Photoelektronen-Statistik als Histogramm dar – Die gemessenen Häufigkeiten werden dem aus der Theorie abgeleiteten Modell gegenüber (Bose-Einstein-Verteilung, Gl. (1)) gestellt.

Es zeigt sich eine hervorragende Passung zwischen Theorie und Experiment. Die Häufigkeit des Ereignisses „Null“ weicht von der Theorie ab – es werden zu wenig Nullen registriert. Dies ist der Dunkelzählrate der Detektoren zuzuschreiben. Im Mittel werden 6,91 Photoelektronen registriert.

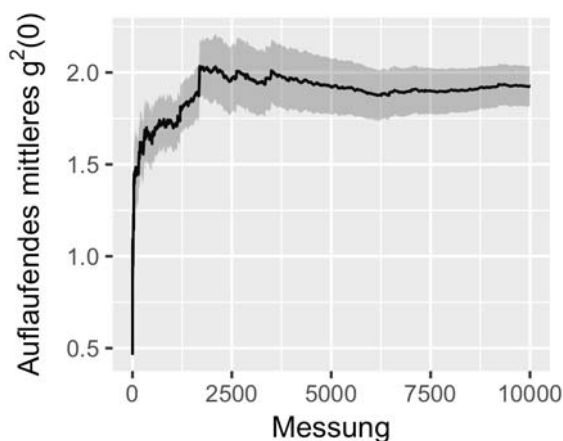


Abb. 3 Annäherung $g^{(2)}(0)$ gegen den Wert 2

Weiter wurde die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung betrachtet. Nach Gleichung (3) ist eine Annäherung an den Wert $g^{(2)}(0) = 2$ zu erwarten. Abbildung 3 zeigt die Entwicklung der gemittelten Korrelationsfunktion zweiter Ordnung $\langle g^{(2)}(0) \rangle$ bei einer auflaufenden Messreihe.

Der graue Bereich stellt die Standardabweichung dar. Der letzte gemessene Wert (längste Mittelung) beträgt $g^{(2)}(0) = 1,9258 \pm 0,0011$. Es ergibt sich eine Abweichung vom theoretischen Wert, welche auf die unterschiedlichen Langzeitverhalten der Detektoren zurückzuführen ist.

5. Zusammenfassung

Es wurde eine einfache und leicht durchschaubare pseudothermische Lichtquelle präsentiert, welche eine vollständige Kontrolle der Modulation der Bestrahlungsstärke ermöglicht. Hierdurch wird ein unkomplizierter Zugang zu den statistischen Eigenschaften pseudothermischer Lichtquellen bereitgestellt. Die theoretischen Vorhersagen bestätigen sich im Experiment. Studierende können an dem Aufbau statistische Methoden zur Analyse von Licht erarbeiten (Histogramm-Analyse) und darüber hinaus erste Erfahrungen im Umgang mit der Korrelationsanalyse sammeln, welche bei quantenoptischen Experimenten grundlegend sind.

Limitationen. Auf Speckle-Muster basierende Verfahren öffnen Wege zu Experimenten zur räumlichen Kohärenz (Pieper et al, 2018) und Untersuchungen im Interferometer. Dies ist mit der hier vorgestellten Lichtquelle nicht möglich.

6. Literatur

- [1] QUTEGA (2017): Leuchs, G. et al: Konzeptpapier der Nationalen Initiative zur Förderung der Quantentechnologie von Grundlagen bis Anwendungen (QUTEGA)
- [2] Scholz, R. et al (2018): Undergraduate quantum optics – Experimental steps to quantum physics. In: Eur. J. Phys. <https://doi.org/10.1088/1361-6404/aac355>
- [3] Scholz, R. et al (2016): Undergraduate experiments on statistical optics. In: Eur. J. Phys. **37**, 055302; <https://doi.org/10.1088/0143-0807/37/5/055302>;
- [4] Loudon, R. (2000). The Quantum Theory of Light (Third Edit). Oxford: Oxford University Press.
- [5] Fox, M. (2006). Quantum Optics (Second Edition). Oxford: Oxford University Press.
- [6] Martienssen, W. and Spiller E. (1964): Coherence and Fluctuations in light beams. Am. J. Phys. **32**(12), 919
- [7] Pieper, K., Bergmann, A., Dengler, R. and Rockstuhl, C.: Using a pseudo-thermal light source to teach spatial coherence". Eur. J. Phys, formal accepted on 23.03.1