

## Strukturbildende Phänomene im Schulunterricht

Lenka Bzduskova\*

\*Universität Siegen, Didaktik der Physik, Adolf-Reichwein Str. 2, 57068 Siegen  
bzduskova@physik.uni-siegen.de

### Kurzfassung

Auf unserer Erde, auf anderen Planeten, ja im gesamten Universum sind unterschiedliche Strukturmuster auffindbar. Die Oberfläche der Sonne weist eine Granulation auf, welche durch die thermische Konvektionsbewegung der Materie verursacht wird. Auch planetare Wolkensysteme können aus Konvektionszellen bestehen. Dies ist eine der möglichen Strukturen, die sich z.B. durch thermisches Ungleichgewicht ausbilden kann.

Ebenfalls zeigen auch Meereswellen Strukturmuster, welche entstehen, wenn Luft und Wasser aneinander vorbei gleiten. Diese Phänomene lassen sich ebenfalls in der Atmosphäre der Erde und auf Gasplaneten beobachten. Strukturmuster entstehen auch, wenn schwere Materie auf leichterer Materie aufliegt. Durch dieses Phänomen hat etwa der Krebsnebel sein Aussehen erhalten. In diesem Beitrag sollen drei strukturbildende Phänomene und ihre Umsetzung in der Schule vorgestellt werden: Die Kelvin-Helmholtz Instabilität, die Rayleigh-Bénard Konvektion und die Rayleigh-Taylor Instabilität.

### 1. Die Kelvin-Helmholtz Instabilität

Bewegen sich zwei inkompressiblen Fluide relativ zueinander, dann entstehen unterschiedliche Drücke in den einzelnen Fluiden. Dies ist besonders gut an der Bernoulli-Gleichung abzulesen, die sich sehr leicht herleiten lässt.

Geht man davon aus, dass keine Reibung wirkt, dann gilt die Energieerhaltung der Mechanik. Strömungen haben im Allgemeinen eine kinetische und eine potentielle Energie, deren Summe in einem abgeschlossenen System konstant bleiben muss. Dividiert man diese Energiesumme durch das Teilvervolumen  $V$ , so ergibt sich eine Druckgleichung (Drücke können im Prinzip als Energiedichten aufgefasst werden):

$$p_{ges} = \frac{\rho}{2}v^2 + \rho gh + p_{st} = \textit{konstant} \{1\}$$

Die Gleichung {1} nennt man Bernoulli-Gleichung. In {1} tritt neben den kinetischen und potentiellen Energieanteilen noch die Größe  $p_{st}$  auf, die einem äußeren statischen Druck entspricht, der auf dem Gesamtsystem lastet. Die Größe  $\rho gh$  entspricht dem hydrostatischen Druck und die Größe  $\frac{\rho}{2}v^2$  dem Staudruck.

Nachfolgend wenden wir die Gleichung {1} auf die Kelvin-Helmholtz-Instabilität an. An der Grenzschicht ist sowohl der hydrostatische als auch der Gesamtdruck in beiden Fluiden gleich. Hat das eine Fluid eine größere Geschwindigkeit als das andere,

dann muss sich der Staudruck vergrößern. Dem entsprechend wird unter Wegfall des hydrostatischen Druckes die Bernoulli-Gleichung {1} für zwei Fluide zu:

$$p_1 + \frac{\rho}{2}v_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2}v_2^2 \{2\}.$$

Ist die Geschwindigkeit des oberen Fluids größer als die des unteren, also  $v_1 < v_2$ , dann verhält sich der Druck nach {2} gerade entgegengesetzt, somit gilt:  $p_1 > p_2$ .

Aus diesem Grund entstehen ein Unterdruck in der oberen Schicht und ein Überdruck in der unteren Schicht. Es entwickelt sich in beiden Fluiden durch die Druckdifferenz ein nach oben gerichteter Sog. Dazu äquivalent kann mit Lernenden auch eine Argumentation über die entsprechenden Kräfte geführt werden.

Der Druck ist als der Betrag der Kraft definiert, der senkrecht auf eine Fläche wirkt. Deshalb gilt in diesem Fall:

$$p_1 = \frac{|F_1|}{A} \rightarrow A = \frac{|F_1|}{p_1} \{3\}$$

Die Fläche  $A$  (dies ist die Grenzfläche zwischen den Fluiden) ist bei beiden Fluiden identisch, deshalb

können der Druck und die Kraft der Fluide gleichgesetzt werden. Dann gilt:

$$\frac{|F_1|}{p_1} = \frac{|F_2|}{p_2} \quad \{4\}$$

$$\Rightarrow |F_1| \cdot p_2 = |F_2| \cdot p_1 \quad \{5\}$$

Somit ist der Betrag der Kraft  $|F_1|$  größer als  $|F_2|$ . Der Betrag der Kraft  $|F_1|$  ist von der Grenzschicht gesehen nach oben gerichtet und der Betrag der Kraft  $|F_2|$  nach unten. Da der Betrag der Kraft  $|F_1|$  größer ist als  $|F_2|$ , kann der Sog nach oben entstehen.

### 1.1 Konstruktion eines Modells der Kelvin-Helmholtz Instabilität für den Schulunterricht

#### Benötigte Materialien:

- 1 Ballsammelröhre für Tennisbälle aus Kunststoff (zu finden im Tennisbedarf)
- 1 Tube MS Polymer
- Olivenöl/ Sonnenblumenöl
- Wasser
- Flüssige Lebensmittelfarbe (blau, aber andere Färbungen sind auch möglich)
- 1 Metallschere
- 2 dünne Metallplatten 15 × 15 cm
- Zauberschwamm (findet man in der Drogerie)



Abb. 1: Ballsammelröhre

Die Ballsammelröhre für Tennisbälle ist ungefähr einen Meter lang. Sie muss vorbereitet werden, bevor sie zum Einsatz kommen kann. Auf einer solchen Röhre befindet sich meistens eine Aufschrift,

welche entfernt werden muss. Dazu werden die oben erwähnten Zauberschwämme verwendet.

Die Ballsammelröhre hat zwei vorgefertigte Deckel, welche von oben offen sind. Die Öffnungen müssen verschlossen werden. Dazu werden die zwei Metallplatten benötigt. Auf die Metallplatten werden zwei Kreise eingezeichnet, welche einen etwas größeren Radius haben sollen als die Öffnungen an den Deckeln. Anschließend werden die Kreise mit einer Metallschere ausgeschnitten.

Die Metallkreise werden dann mit der Hilfe des MS Polymerklebers in die Deckel geklebt. Der Kleber sollte von beiden Seiten aufgetragen werden und mindestens zwei Tage trocknen.



Abb. 2: Der aufgetragene Kleber von innen



Abb. 3: Der aufgetragene Kleber von außen

Danach sollte überprüft werden, ob beide Deckel dicht sind und keine Flüssigkeit durchlassen, sonst muss noch einmal der Kleber aufgetragen werden. Anschließend wird einer der Deckel auf die Ballsammelröhre geklebt und wieder darauf hin überprüft, ob keine Flüssigkeiten austreten.

Zum Schluss wird Wasser und Öl in die Röhre geschüttet (die Röhre sollte bis zum Rand gefüllt werden) und danach mit dem zweiten Deckel verschlossen (wieder geklebt). Die Röhre sollte zwei Tage trocknen. Sie sollte auch in einem Behälter oder

Waschbecken stehen, falls, trotz aller Vorsicht, die Flüssigkeiten austreten sollten [1].

### 1.1.1 Versuchsdurchführung

Die Versuchskonstruktion wird waagrecht auf einen Tisch gelegt. Die zwei Flüssigkeiten ordnen sich horizontal an. Das Öl befindet sich entsprechend seiner geringeren Dichte oben und das gefärbte Wasser unten (siehe Abb. 4). Danach wird die Röhre zur Seite gekippt (siehe Abb. 5).

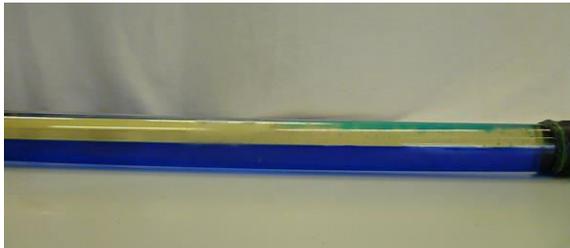


Abb. 4: Die fertige Versuchskonstruktion und ihre Ausrichtung

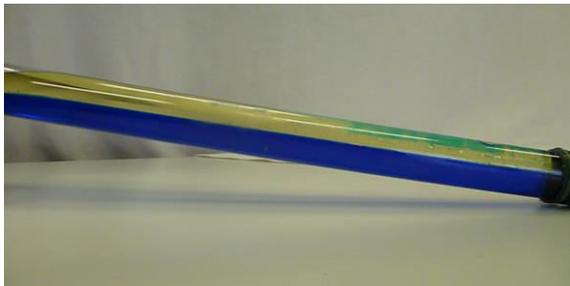


Abb. 5: Gekippte Versuchsanordnung



Abb. 6: Die Kelvin-Helmholtz Instabilität

## 2. Die Rayleigh-Bénard Konvektion

Die Rayleigh-Bénard-Konvektion ist ein Spezialfall der natürlichen freien Konvektion. Sie ist eine Ausgleichsbewegung einer von unten erwärmten, sehr dünnen und horizontal liegenden Fluidschicht und der damit verbundenen Dichteänderung, die einen Auftrieb zur Folge hat. Diese Art der Konvektion erzeugt bienenwabenähnliche Strukturen [5].

Die Rayleigh-Bénard-Konvektion bzw. die bienenwabenartigen Zellen können sich z.B. in der Granulation der Sonnenoberfläche oder in der Atmosphäre der Erde in Form von Wolkenstraßen ausbilden.

Die Konvektion entsteht erst bei wohl definierten Bedingungen. Womöglich findet die Wärmeübertra-

gung in der Schicht nur durch Wärmeleitung statt. Sobald die Konvektion aber einsetzt, entstehen auch Konvektionszellen. Diese haben eine walzenförmige Form, wenn beide Seiten des Fluids von unten und oben durch Platten begrenzt sind. Ist nur der untere Teil durch eine Platte begrenzt, dann bilden sich wabenförmige Strukturen aus. Nimmt der Temperaturgradient weiter zu, dann werden aus den hexagonalen Strukturen ungeordnete, chaotische Muster.

### 2.1 Konstruktion und Versuchsaufbau zur Rayleigh-Bénard Konvektion

#### Benötigte Materialien:

- 1 Marmeladenglas
- Deckel (aus Metall, sollte den Durchmesser des Marmeladenglases haben)
- Sonnenblumenöl
- Graphitpulver (entweder fertig kaufen oder selbst Bleistiftminen raspeln) oder Farbstoffpulver
- Wasser
- Wasserkocher

In das Innere des Deckels wird Öl gegeben, so dass sich eine dünne Ölschicht bildet. Das Öl wird mit Graphit/ Farbstoffpulver versetzt, damit man die Konvektionsbewegungen bzw. Konvektionszellen später sehen kann.



Abb. 7: Der verwendete Deckel



Abb. 8: Das verwendete Marmeladenglas



Abb. 9: Der Komplettaufbau

Anschließend wird Wasser im Wasserkocher erhitzt und das Marmeladenglas randvoll mit Wasser gefüllt. Dann wird der Deckel mit dem Öl auf das Marmeladenglas gesetzt. Nach kürzester Zeit lassen sich die ersten Konvektionszellen erkennen.



Abb. 10: Konvektionszellen

Die Größe der Konvektionszellen ist vom Volum bzw. von der Dicke der Ölschicht abhängig. Falls die Zellen zu klein sein sollten, um sie gut zu erkennen, sollte die Schichtdicke erhöht werden oder ein Deckel mit einem größeren Durchmesser bei gleicher Schichtdicke genommen werden.

### 3. Die Rayleigh-Taylor Instabilität

Die Rayleigh-Taylor Instabilität entsteht, wenn zwei Fluide mit unterschiedlichen Dichten gegeneinander beschleunigt werden. Ist zum Beispiel ein schwereres auf ein leichteres Fluid geschichtet und es wirkt die Schwerkraft, dann bezeichnet man diese Schichtung als Rayleigh-Taylor instabil. Ein Beispiel für diese Instabilität ist der Vorgang einer Supernovaexplosion, bei der sich die Materie aus dem Kern des Sterns an seiner Hülle vorbei schiebt, so dass die soeben angesprochenen Grenzschichten zwischen Fluiden unterschiedlicher Dichte im Schwerfeld auftreten. So hat auch der Krebsnebel im Sternbild des Stiers typische morphologische Strukturmuster erhalten. Auf Bildern erkennt man die fingerartigen

Gebilde, die eine Folge der Rayleigh-Taylor Instabilität darstellen. Ganz allgemein entsteht diese spezielle Form der Instabilität, weil die Schwerkraft der Auftriebskraft entgegenwirkt. Dadurch ergibt sich der folgende Druckunterschied an der Grenzfläche zwischen den beiden Fluiden:

$$\Delta p_1 = \frac{F}{A} = \frac{\Delta \rho \cdot g \cdot V}{A} = \Delta \rho \cdot g \cdot h \quad \{6\}$$

$h$  = Vertikale Verschiebung an der Grenzfläche

$\Delta \rho$  = Dichtedifferenz

$g$  = Gravitationsbeschleunigung

Wie wir gleich sehen, nimmt die Instabilität näherungsweise die Form einer Kugel an, deshalb gilt:

$$\Delta p_1 = \Delta \rho \cdot g \cdot 2R \quad \{7\}$$

$R$  = Kugelradius

Dem entgegen wirkt die Oberflächenspannung, die versucht den Flächeninhalt der Oberfläche zu minimieren, weil auf die Oberflächenmoleküle lediglich eine nach unten gerichtete Kraft wirkt, im Gegensatz zu den Molekülen im Inneren des Mediums. Dadurch haben die Oberflächenmoleküle eine größere potentielle Energie als die inneren Moleküle. Das bedeutet, dass Arbeit verrichtet werden muss um die Oberfläche zu vergrößern oder anders ausgedrückt: das sich selbst überlassene System wird einen Zustand minimaler potentieller Energie annehmen. Dadurch wird die Oberfläche minimiert und es entwickelt sich ein kreisförmiger Tropfen. Die Oberflächenspannung erzeugt die stabilisierende Druckdifferenz:

$$\Delta p_2 = \frac{F}{A} = 2 \cdot \frac{\sigma}{R} \quad \{8\}.$$

$R$  = Krümmungsradius der Grenzfläche

$\sigma$  = Oberflächenspannung

Dividiert man die Drücke  $\Delta p_1$  und  $\Delta p_2$  miteinander, so ergibt sich ein Maß dafür, wie sich der durch Schwerkraft bedingte Druckunterschied relativ zum Druck, der durch die Oberflächenspannung bedingt ist, verhält:

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} = \frac{\Delta \rho \cdot g \cdot R^2}{\sigma} \quad \{9\}$$

Der Wert dieses Verhältnisses bestimmt die Stabilität der Grenzfläche und die Form des Tropfens. Es wird auch als Bond-Zahl bezeichnet [2]. Ist die Bond-Zahl kleiner als eins, dann spielt die Gravitati-

on kaum eine Rolle und der Tropfen ist kugelförmig. Ist die Zahl größer als eins, dann wird die Gestalt eher ellipsenförmig. Es bildet sich ein tropfenartiges Gebilde, welches sich aus der kontinuierlichen Grenzschicht ablöst. Dabei kommt es zusätzlich zu Entstehung eines „Fadens“ bei der Ablösung des Tropfens durch Einschnürung. In hoch viskosen Medien können sich die Moleküle allerdings nicht in den Tropfen oder in die Grenzschicht zurückziehen, weil die Reibung die dazu erforderliche Bewegung „einfriert“. Die Einschnürungsregion und der Faden bleiben als eigenständiges Gebilde erhalten. Die Tropfen mit Einschnürung lassen sich sehr gut im Krebsnebel erkennen.

### 3.1 Konstruktion des Modells zur Rayleigh-Taylor Instabilität

#### Benötigte Materialien:

- 1 Gefrierbeutel
- Eiswürfel
- Becherglas (länglich)
- Kleiner Becher
- Lebensmittelfarbe
- Wasser
- Wasserkocher
- Spritze
- Dünne Metallplatte

Der Aufbau ist leicht nachvollziehbar. Zuerst wird Wasser im Wasserkocher erhitzt. Dieses Wasser wird danach mit Lebensmittelfarbe eingefärbt.

Das Becherglas wird mit Wasser (Zimmertemperatur) fast randvoll gefüllt. Das eingefärbte heiße Wasser kommt in die Spritze.

Mit der Spritze wird langsam das heiße über das kalte Wasser geschichtet. Um den Effekt besser sichtbar zu machen, kann auch das kalte Wasser mit Lebensmittelfarbe versetzt werden (siehe Abb. 10).



Abb. 11: Die gebildete Schichtung

Danach wird das Becherglas mit einer Metallplatte abgedeckt, auf die ein Beutel mit Eiswürfeln gelegt wird (die Platte dient nur der Stabilisierung des Beutels, muss aber eine hinreichend große thermische Leitfähigkeit besitzen).

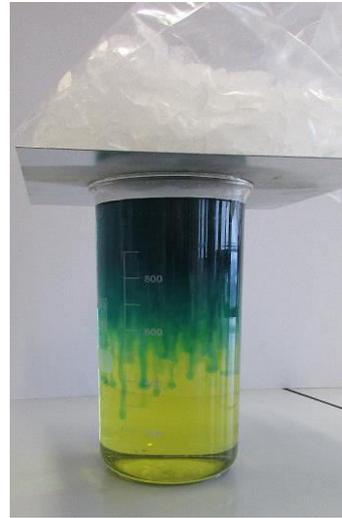


Abb. 12: Aufbau Rayleigh-Taylor Instabilität

Nach einigen Minuten kühlt sich das Wasser oben ab und sinkt nach unten. Dabei kann die Rayleigh-Taylor Instabilität beobachtet werden.



Abb. 13: Nach einigen Minuten bildet sich eine fingerartige Struktur, wie beim Krebsnebel

## 4. Zusammenfassung

Die drei Modelle können im Grundschulbereich, sowie im Sekundarbereich I & II eingesetzt werden. Im Grundschulbereich sollen die SuS nur diese strukturbildenden Phänomene kennen lernen. Eine genaue physikalische Erklärung ist in diesem Bereich nicht möglich. Das Interesse der Kinder an der Physik soll einfach durch solche optisch ansprechenden Modelle geweckt werden. In der Sekundarstufe I & II kann näher auf die Entstehungsgründe der strukturbildenden Phänomene eingegangen werden.

## 5. Literatur

- [1] Bzduskova Lenka, Ein Modell der Kelvin-Helmholtz Instabilität für den Unterricht, In: *Astronomie + Raumfahrt im Unterricht* (2/158) (2017), S. 20-24

- [2] Guyon Etienne, Hulin Jean-Pierre, Petit Luc; Hydrodynamik; Vieweg Verlag 1997, S. 40-43
- [3] Bzduskova Lenka(2015): The Kelvin-Helmholtz Instability at school. Astronomie Lehrerfortbildung. Astronomiedidaktisches Kolloquium für Promovierende, Universität Jena, 14.07.2015
- [4] Bzduskova Lenka (2015): The Kelvin-Helmholtz Instability at school. Tagung der Astronomischen Gesellschaft, Universität Kiel, 17.09.2015
- [5] Polifke Wolfgang; Kopitz Jan, Wärmeübertragung: Grundlagen, analytische und numerische Methoden; Pearson Verlag 2005; 10., überarbeitete Auflage. S. 239