

Mathematikdidaktik in der Physiklehrerbildung? - Projekte zur fachdidaktisch-verbindenden Lehrerbildung -

Eduard Krause*

*Herrengarten, Siegen
krause@mathematik.uni-siegen.de

Kurzfassung

Der Rolle der Mathematik in der Physik wird in der Physikdidaktik berechtigterweise ein reges Forschungsinteresse gewidmet. Neben rein fachlichen und erkenntnistheoretischen Aspekten sind auch mathematikdidaktische Gesichtspunkte in diesen Diskussionen relevant. Der fachdidaktisch-verbindende Ansatz der Universität Siegen sieht den gleichberechtigten Austausch über den Zusammenhang von Mathematik und Physik sowie den Vergleich didaktischer Theorien beider Fächer vor. Im Vortrag soll anhand von Projekten vorgestellt werden, warum und wie bereits in der ersten Phase der Lehrerbildung fachdidaktisch-verbindendes Arbeiten umgesetzt werden kann.

1. Einleitung

Dass die Mathematik ein wichtiger Bestandteil der Physik ist, schlägt sich auch in der Physiklehrerbildung nieder. Vor allem in der Lehrerausbildung müssen angehende Physiklehrerinnen und -lehrer Kurse zur mathematischen Bildung belegen. Diese Kurse, meist als „Mathematik für Physiker“ oder ähnlich bezeichnet, besuchen Lehramts- und Fachstudierende häufig gemeinsam. Dabei werden mathematische Grundlagen komprimiert behandelt und Anwendungen für die Physik vertieft. Eine mathematikdidaktische Veranstaltung für Studierende des Lehramts für Physik ist jedoch in den allerwenigsten Studienordnungen vorgesehen. Der vorliegende Artikel zeigt auf, wieso eine solche Lehrveranstaltung in der Physiklehrerbildung gewinnbringend ist und wie eine mögliche Umsetzung aussehen kann.

2. Zum Zusammenhang von Mathematik und Physik

2.1. Perspektiven auf den Zusammenhang von Mathematik und Physik

Dass Mathematik und Physik zahlreiche Verbindungen aufweisen, ist landläufig bekannt. Worin genau diese bestehen und welcher Art sie sind, kann aus unterschiedlichen Perspektiven geklärt werden. So besteht beispielsweise ein reges Interesse reiner fachhistorischer Forschung darin, herauszufinden, wie und wo genau sich beide Disziplinen in ihrer Genese befruchtet haben, um z. B. auch Prioritätenstreiten auf den Grund zu gehen. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die Mathematik und Physik mit einem Meta-Formalismus zu beschreiben und über diese Beschreibung wissenschaftstheoretische Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu diskutieren. Dabei wäre der Strukturalismus ein möglicher Meta-Formalismus, der um den Philosophenkreis von Stegmüller, Balzer und Sneed verfasst wurde [1] und

mit dem auch schon physikalische und mathematische Theorien rekonstruiert wurden [2].

Da der Zusammenhang beider Fächer beim Lernen und Lehren in der Schule eine wichtige Rolle spielt, haben sich auch die entsprechenden Fachdidaktiken diesem Thema gewidmet. So sind in jüngerer Vergangenheit Dissertationen zur Rolle der Mathematik in der Physik entstanden (z. B. [3] und [4]) sowie weitere fachdidaktische Beiträge verfasst worden, wie z.B. das Themenheft in der Zeitschrift Praxis der Naturwissenschaften - Physik [5]. Diese Arbeiten wurden im Wesentlichen aus der Perspektive einer Didaktik verfasst. Der Ansatz, der diesem Artikel und der vorgestellten Projekten zugrunde liegt, sieht einen interdisziplinären Austausch der Mathematik- und Physikdidaktik in gleichberechtigter Weise vor. Bevor genauer auf diesen Ansatz eingegangen werden kann, sollen zunächst die Kernpunkte des Zusammenhangs von Mathematik und Physik zusammengefasst werden.

2.2. Zur Rolle der Mathematik in der Physik

2.2.1. Mathematik als Werkzeug der Physik

Da die Physik an vielen Stellen die quantitative Auswertung von Daten vorsieht, fungiert die Mathematik in der Physik natürlich auch als Werkzeug (z. B. bei der Fehlerrechnung im Rahmen der Auswertung eines Experiments). Damit ist die Rolle der Mathematik aber noch lange nicht erschöpft.

2.2.2. Mathematik als Sprache der Physik

Mit der Mathematik lassen sich Inhalte sehr knapp und präzise ausdrücken. Gerne wird Galilei mit folgendem Zitat angeführt, um die Rolle der Mathematik als Sprache der Physik zu unterstreichen:

„Die Philosophie steht in dem großen Buch - ich meine das Universum - das stets offen vor uns liegt, aber wir können es erst verstehen, wenn wir die

Sprache und die Buchstaben verstehen, in denen es geschrieben ist. Es ist in der Sprache der Mathematik geschrieben und seine Buchstaben sind Dreiecke, Kreise und andere geometrische Figuren, ohne die es dem Menschen unmöglich ist, ein einziges Wort daraus zu verstehen“ [6].

So lässt sich z. B. das zweite newtonsche Axiom, das Newton noch verbalsprachlich auf Latein folgendermaßen formuliert hat:

“*Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.*“ in der Sprache der Mathematik wesentlich kürzer ausdrücken: $\vec{v} \propto \vec{F}$.

Wenn die Syntax und Semantik dieser Sprache bekannt ist, kann man auch über Ländergrenzen hinweg problemlos kommunizieren.

So bedeutsam der Sprachaspekt ist, reicht er noch nicht aus, um die Rolle der Mathematik für die Physik hinreichend zu beschreiben. Die Mathematik ist auch erkenntnistheoretisch essentiell in der Physik, wie im nächsten Abschnitt ausgeführt werden soll.

2.2.3. Mathematik als Glied im Prozess der Erkenntnisgewinnung

Theoriebildungs- und Erkenntnisgewinnungsprozesse der Physik sind unter dem Schlagwort „Nature of science“ schon vielfach diskutiert worden. Dabei sind zahlreiche Modelle zu deren Beschreibung entstanden. Hier soll exemplarisch ein solches Modell angeführt werden, das Einstein in einem Brief an seinen Freund Maurice Solovine verfasst hat (eine ausführliche Betrachtung kann in [7] nachgelesen werden). Nach diesem Modell ist zwar noch die Empirie Ausgangspunkt des Theoriebildungsprozesses in der Physik, aber die Begriffe und Axiome sind als geistige Schöpfungen ad-hoc-Setzungen. Aus diesen lassen sich Sätze folgern, welche sich in der Empirie bewähren müssen (vgl. Abbildung 1).

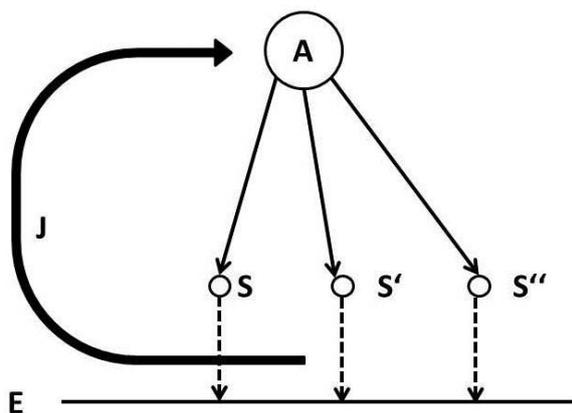


Abb. 1: Reproduktion von Einsteins Skizze zur Theoriebildung, die als EJASE-Modell bekannt geworden ist. E steht für (Sinnes-) Erfahrungen, J für Jump, A für Axiomen-System und S für gefolgerte Sätze [vgl. 8].

Dieser Deduktion von allgemeinen Begriffen und Axiomen zu konkreten überprüfbar Sätzen ent-

spricht in der Physik meist eine mathematische Herleitung. So kann z. B. aus dem fermatschen Prinzip

$$\delta t = \delta \int_A^B \frac{dl}{c} = 0 \tag{1}$$

das Brechungsgesetz hergeleitet werden. Entsprechend Abbildung 2 ergibt sich die Zeit zu:

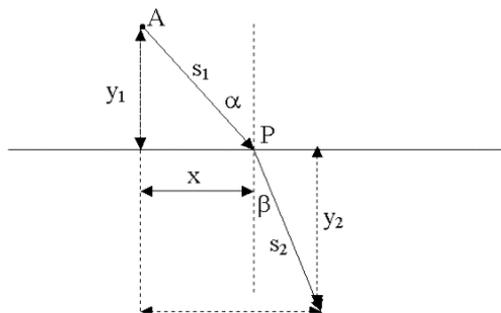


Abb. 2: Skizze zur Herleitung des Brechungsgesetzes.

$$t = \frac{s_1}{c_1} + \frac{s_2}{c_2} = \frac{1}{c_1} \sqrt{x^2 + y_1^2} + \frac{1}{c_2} \sqrt{(x_2 - x)^2 + y_2^2} \tag{2}$$

Damit kann das snelliussche Brechungsgesetz wie folgt hergeleitet werden:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{c_1 \sqrt{x^2 + y_1^2}} - \frac{x_2 - x}{c_2 \sqrt{(x_2 - x)^2 + y_2^2}} \tag{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dt}{dx} = \frac{x}{c_1 s_1} - \frac{x_2 - x}{c_2 s_2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} \tag{4}$$

Durch wenige mathematische Deduktionen kann so neue physikalische Erkenntnis zu Tage gefördert werden, die sich allerdings noch in der Empirie bewähren muss. Es lässt sich sagen, dass die Mathematik ein essentielles Glied im Prozess der Erkenntnisgewinnung der Physik darstellt.

2.3. Zur Rolle der Physik in der Schulmathematik

Im vorherigen Abschnitt wurde gezeigt, wie wichtig die Mathematik für die Physik ist. Andererseits hat die Physik auch schon häufig zur Entwicklung der Mathematik beigetragen. Im Folgenden soll die Rolle der Physik beim Lernen von Mathematik in der Schule herausgestellt werden.

2.3.1. Physik als Anwendungspool der Mathematik

Mathematik soll in der Schule möglichst in authentischen Anwendungen in realem Sachkontext vermittelt werden [9]. Nach Heinrich Winter ist Mathematikunterricht dann allgemeinbildend, wenn er den Lernenden (u. a.) ermöglicht „Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen“ [10]. Die Erscheinungen aus der Natur, die mittels Mathematik in einer spezifischen Art wahrgenommen und verstanden werden sollen, ergeben sich meist aus chemischen, biologischen oder auch phy-

sikalischen Kontexten. Zahlreiche stoffdiaktische Aufarbeitungen weisen auf den Mehrwert einer physikalischen Kontextualisierung beim Lernen von Mathematik auf. Als Beispiel kann die Kinematik beim Lernen des Ableitungsbegriffs genannt werden [11].

2.3.2. Schulmathematik als Quasi-Naturwissenschaft

Die Physik liefert der Schulmathematik aber nicht nur motivierende und illustrierende Kontexte, sondern die Schulmathematik als Ganzes weist durch die Kontextorientierung einige erkenntnistheoretische Parallelen zur Physik auf [12]. Während Lehrerinnen und Lehrer gerne eine abstrakt-formale mathematische Theorie geschickt veranschaulichen wollen, lernen ihre Schülerinnen und Schüler tatsächlich eine empirisch-gegenständliche Theorie über die Veranschaulichungsmittel ([13] und [14]). Hierzu die Schulgeometrie als Beispiel: Die Euklidische Geometrie wurde erstmals von David Hilbert 1899 vollständig axiomatisiert. Das Axiomensystem besitzt 20 Axiome. Im Geometrieunterricht aller Schulformen wird dieses abstrakt-formale Axiomensystem nicht an den Anfang gestellt. Stattdessen werden die Inhalte mit Hilfe von Figuren, die man auf Zeichenblättern oder an der Tafel konstruiert, „veranschaulicht“. Schülerinnen und Schüler erwerben dann aber nicht die abstrakt-formale Geometrie i.S.v. Hilberts Grundlagen, die mit Hilfe von Zeichenblattfiguren nur geschickt veranschaulicht wurde, sondern eine empirisch-gegenständliche Theorie von Zeichenblattfiguren [13]. Dies belegen u.a. empirische Untersuchungen von Alan Schoenfeld [15], der Schülerinnen und Schüler beim Lösen von geometrischen Problemen beobachtet hat und deren „belief system“, also deren Auffassung von Geometrie untersuchte. Er ordnet Schülern ein „empirical belief system“ zu, im Gegensatz zum „mathematical belief system“ von Mathematikern.

2.4. Konsequenzen aus dem Zusammenhang von Mathematik und Physik für die Fachdidaktiken

Physik und Mathematik haben sich nicht nur in ihrer geschichtlichen Genese mannigfach befruchtet. Auch beim Lernen beider Disziplinen gibt es vielfache Synergien. Neben der inhaltlichen Schnittmenge sind auch erkenntnistheoretische Parallelen Grund dieser engen Verbindung. Für beide Fachdidaktiken scheint demnach eine enge Zusammenarbeit verheißungsvoll. Im Folgenden soll eine solche interdisziplinäre Wissenschaftskooperation als fachdidaktisch-verbindend bezeichnet werden.

3. Fachdidaktisch-verbindendes Arbeiten

3.1. Begriffsbeschreibung

Fachdidaktisch-verbindende Vorhaben ersetzen nicht die Arbeit der einzelnen Fachdidaktiken, sondern ergänzen sie in einem abgesteckten thematischen Rahmen über einen begrenzten Zeitraum –

„von Fall zu Fall“. Der Vergleich fachdidaktischer Zugänge der beteiligten Disziplinen ist die Grundlage der Verbindung und kann neue didaktische Phänomene hervorbringen. Die personelle Zusammenarbeit von Forschern verschiedener Fachdidaktiken ist dabei zentral. Fachdidaktisch-verbindende Vorhaben folgen einer übergeordneten gemeinsamen Zielsetzung und berücksichtigen dabei neben dem geeigneten Thema als Ausgangspunkt der inhaltlichen Kooperation vor allem fachspezifische Auffassungen, Methoden, Arbeitsweisen, Denkhaltungen und Erkenntniswege. Die so eröffnete gemeinsame Perspektive ergänzt die beteiligten Fachdidaktiken durch die neuen Phänomene, was das Vorhaben gewinnbringend macht für alle Beteiligten [16].

3.2. Mögliche Inhalte fachdidaktisch-verbindenden Arbeitens

Um die inhaltliche Schnittmenge und die erkenntnistheoretischen Parallelen beider Fächer und die damit verbundenen Implikationen für beide Fachdidaktiken zu thematisieren, eignen sich z. B. folgende Themen:

3.2.1. Experimentieren

Da das Experimentieren einen wichtigen Aspekt der Methode der Physik ausmacht, hat sich auch die Physikdidaktik vielfach dazu geäußert, welche erkenntnistheoretische Rolle das Experiment beim Lernen von Physik spielt, wie es in den Unterricht eingebunden werden kann und wie man bei Lernenden die experimentelle Kompetenz fördern kann. In der Mathematikdidaktik wird seit einigen Jahren verstärkt das Experiment für den Unterricht betont. In jüngerer Vergangenheit wurden dazu einige Themenhefte herausgegeben [17] [18]. Dabei wird häufig zwischen innermathematischem Experimentieren [19] und material- und werkzeuggebundenem Experimentieren unterschieden. Vor allem letzteres weist einige Parallelen zur Physik auf. In einem fachdidaktisch-verbindenden Austausch könnte die Mathematikdidaktik von der Expertise der Physikdidaktik in diesem Thema profitieren und auch der Physikdidaktik kann so die Gelegenheit gegeben werden ihre Theorien zu reflektieren.

3.2.2. Modellieren und Umgang mit Modellen

Im Physikunterricht werden zahlreiche Modelle thematisiert, aber eher selten wird das Entwickeln von Modellen oder der rechte Umgang damit behandelt. Dieser Fokus auf inhaltsbezogene Aspekte und weniger auf prozessbezogene Kompetenzen beim Thema Modelle wird schon länger in der Physikdidaktik moniert. So meint Silke Mikelskis-Seifert beispielsweise: „Weil das Modellieren eher stiefmütterlich im Physikunterricht behandelt wird und um den naiven Realismus der Schüler bezogen auf die naturwissenschaftliche Erkenntnisgewinnung überwinden zu können, sollte das Arbeiten mit Modellen anhand von vielfältigen Themen geübt werden.“ [21].

In der Mathematik ist Modellieren eine ausgewiesene prozessbezogene Kompetenz, die explizit für die Schule als Zielvorgaben gesetzt ist und vielfach von der Didaktik diskutiert wird [22]. Dabei berufen sich Mathematikdidaktiker gelegentlich auf Physiker, wie z.B. Heinrich Hertz [9]:

„Das Verfahren aber, dessen wir uns zur Ableitung des Zukünftigen aus dem Vergangenen und damit zur Erlangung der erstrebten Voraussicht stets bedienen, ist dieses: Wir machen uns innere Scheinbilder oder Symbole der äußeren Gegenstände, und zwar machen wir sie von solcher Art, dass die denotwendigen Folgen der Bilder stets wieder die Bilder seien von den naturnotwendigen Folgen der abgebildeten Gegenstände.“

In den Austausch zwischen der Mathematik- und Physikdidaktik zum Thema Modellieren und Umgang mit Modellen können durch das Einbringen unterschiedlicher Expertisen anregende Diskussionen entstehen.

4. Fachdidaktisch-verbundene Projekte der Universität Siegen

An der Universität Siegen werden auf Grundlage des fachdidaktisch-verbindenden Ansatzes mehrere Projekte durchgeführt, z.B. der Forscherverbund MINTUS, oder auch die Projekte Inter TeTra und C-STEM. Hier soll exemplarisch ein Projekt angeführt werden, das diesen Ansatz in der Lehrerbildung implementiert und den Namen „In ForM PLUS“ (Interdisziplinäres Forschungsseminar zur Mathematik- und Physikdidaktik in der Lehramtsausbildung an der Universität Siegen) trägt. Dieses Seminar besteht zunächst aus einem größeren Theorieblock, in dem für beide Fächer interessante Themen fachdidaktisch-verbundend diskutiert werden (wie z.B. in 3.2.1 und 3.2.2). Da es sich bei den Teilnehmern um Masterstudierende handelt, kann schon einiges an Vorwissen vorausgesetzt werden. Die Sitzungen bestehen demnach darin, dass die Mathematikstudierenden den Physikstudierenden mathematikdidaktische Theorien vorstellen und entsprechend andersrum. Die Aufgabe des Lehrenden in diesem Teil des Seminars besteht darin, diesen Austausch zu moderieren und vergleichende Diskussionen anzuregen.

In einem weiteren Block werden von den Studierenden Unterrichtsentwürfe mit Hilfe von Lehrern der Partnerschule konzipiert und in der Schule durchgeführt. Diese können auch fachübergreifend oder gar fächerverbindend sein. In dem wohl wichtigsten Teil des Seminars werden diese Unterrichtsstunden in Anlehnung an die Theorie reflektiert. Als Grundlage der Reflexion dient die Videoaufzeichnung der Stunde, die von dem Lehrenden und den Studierenden gemeinsam angesehen und besprochen wird. Dabei werden vor allem die Aspekte, die im ersten Teil in der Theorie behandelt wurden, fokussiert. So soll die Unterrichtsrelevanz der Theorie erkennbar

werden und andererseits soll aus der Praxis eine Rückkopplung zur Theorie ermöglicht werden.

5. Zusammenfassung und Ausblick

Da die Mathematik im Physikunterricht einen wesentlichen Teil ausmacht, sollten Lehrende der Physik nicht nur fachmathematisch sicher sein, sondern sollten auch die Rolle der Mathematik in der Physik didaktisch reflektieren können. Darauf sollten Lehrkräfte bereits in der Phase ihrer Ausbildung (und später auch im Rahmen von Weiterbildungen) vorbereitet werden. Die Zusammenarbeit mit den Kolleginnen und Kollegen aus der Mathematikdidaktik ist dabei unabdingbar. Aus den Projekten in Siegen, die eine solche Zusammenarbeit umsetzen, kann berichtet werden, dass fachdidaktisch-verbindendes Arbeiten nicht nur in der Lehrerbildung wichtig ist, sondern auch zahlreiche interessante Forschungsfragen anregt.

6. Literatur

- [1] Stegmüller, W. (1979): Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie. Eine kritische Einführung. Band II (6. Auflage). Stuttgart: Kröner.
- [2] Sneed, J. (1971): The Logical Structure of Mathematical Physics. Second Edition. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- [3] Uhden, O. (2012): Mathematisches Denken im Physikunterricht – Theorieentwicklung und Problemanalyse. Dissertation an der Technischen Universität Dresden.
- [4] Krey, O. (2012): Zur Rolle der Mathematik in der Physik. Wissenschaftstheoretische Aspekte und Vorstellungen Physiklernender. Dissertation an der Universität Potsdam.
- [5] Pospiech, G.; Karam, R. (2016): Mathematik im Physikunterricht. Themenheft in: Naturwissenschaften im Unterricht – Physik. 153/154 (27).
- [6] Galilei, G.(1623): Saggiatore; z.B. Blumenberg, H.: Galileo Galilei. Siderius Nuncius. Nachricht von den Sternen. Frankfurt: Suhrkamp 1980.
- [7] Krause, E. (2017): Einsteins EJASE-Modell als Ausgangspunkt physikdidaktischer Forschungsfragen – Anregungen aus einem Modell zur Natur der Naturwissenschaft. In: Physik und Didaktik in Schule und Hochschule (PhyDid A), 1/16, S. 57-66.
- [8] Holton, G. (1981): Thematische Analyse der Wissenschaften – Die Physik Einsteins und seiner Zeit. Frankfurt am Main: suhrkamp Verlag.
- [9] Büchter, A. und Henn, H.-W. (2015): Schulmathematik und Realität Verstehen durch Anwenden. In: Bruder, R.; Hefendehl-Hebeker, L.; Schmidt-Thieme, B.; Weigand, H.-G. (Hrsg.): Handbuch der Mathematikdidaktik. Berlin Heidelberg: Springer Verlag.
- [10] Winter, H. (1996): Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: Mitteilungen der Gesell-

- schaft für Didaktik der Mathematik Nr. 61, 3746.
- [11] Danckwerts, R. und Vogel, D. (2010): Analysis verständlich unterrichten. 5. Auflage. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- [12] Krause, E. (2016): Erkenntnistheoretische Parallelen zwischen Schulmathematik und – physik, In: Beiträge zum Mathematikunterricht. 49.
- [13] Struve, H., (1990): Grundlagen einer Geometriedidaktik. Mannheim et al.
- [14] Witzke, I. & Spies, S. (2016): Domain-Specific Beliefs of School Calculus. In: Journal für Mathematik- Didaktik 37(1), S. 131- 161.
- [15] Schoenfeld, A. H. (1985): Mathematical Problem Solving. San Diego: Academic press.
- [16] Witzke, I und Holten, K. (2017): Chancen und Herausforderungen von fachdidaktischverbindenden Elementen in der Lehramtsausbildung. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. 50.
- [17] Ludwig, M. und Oldenburg, R. (2007): Experimentieren. In: Mathematiklehren 141, März 2007.
- [18] Goy, A. und Kleine, M. (2015): Experimentieren. In: Praxis der Mathematik in der Schule - Sekundarstufe I und II 65, Oktober 2016
- [19] Leuders, T. & Philipp, K. (2012). Innermathematisches Experimentieren – Empirie gestützte Entwicklung eines Kompetenzmodells und Evaluation eines Förderkonzepts. In: Rieß, W., Wirtz, M., Barzel, B. (Hrsg). Experimentieren im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht – Theoretische Fundierung und empirische Befunde. Münster: Waxmann. S.285-300.
- [20] Goy, A. und Kleine, M. (2015): Experimentieren – mathematische Zusammenhänge erforschen. Praxis der Mathematik in der Schule;65: S. 2-8.
- [21] Mikelskis-Seifert, S., Kasper, L. (2011): Modellieren in der Physik, im Alltag und im Unterricht. Hintergründe und unterrichtliche Orientierung zum Thema Modelle. In: Naturwissenschaften im Unterricht. Physik, 22 (2011), 122, S. 4-12.
- [22] Leuders, T. und Maaß, K.: Modellieren-Brücken zwischen Welt und Mathematik, Praxis der Mathematik, Heft 3, 2006, S.1-7.