Erkenntnistheoretische Parallelen von Schulphysik und –mathematik

Vergleichende Beschreibungen im Rahmen des Konzeptes empirischer Theorien

Ingo Witzke*, Eduard Krause+

*Walter-Flex-Straße 3, 57068 Siegen, +Adolf-Reichwein-Straße 3, 57068 Siegen
witzke@mathematik.uni-siegen.de, krause@physik.uni-siegen.de

Kurzfassung

Schulmathematik beschreibt in weiten Teilen physikalische Gegenstandsbereiche (Anschauungsmittel, Anwendungskontexte, etc.) und schulmathematisches Argumentieren ist häufig ausgerichtet an empirischer Überprüfbarkeit. Die Rekonstruktion von Schulmathematik im Sinne sogenannter empirischer Theorien (Strukturalismus) ermöglicht interessante Diskussionspunkte mit der Physikdidaktik. Der Vortrag eröffnet einen vergleichenden Blick auf erkenntnistheoretische Parallelen beider Schulfächer und gibt Ausblicke, wie diese für fächerverbindendes Lehren und Forschen genutzt werden können.

1. Der pragmatische Zusammenhang von Mathematik und Physik

Mathematische Kompetenzen spielen bekanntlich eine große Rolle im Physikunterricht. Häufig benötigte Fertigkeiten sind dort beispielsweise das Umstellen von Gleichungen, das Ableiten von Funktionen oder das Bestimmen von Mittelwerten u.v.m. Reduziert man Mathematik in physikalischen Zusammenhängen auf diese (algebraischen) Fertigkeiten läuft man Gefahr der Mathematik einen reinen Werkzeugcharakter beizumessen und damit eine unangemessene Auffassung von Mathematik im Schulunterricht zu vermitteln.

Während Mathematik schon lange explizit eine wichtige Rolle im Physikunterricht spielt, erfreut sich nun auch der Umgang mit physikalischen Gegenständen und Kontexten im Mathematikunterricht zunehmender Beliebtheit. Dabei geht es nicht nur um die Anwendung mathematischer Inhalte auf physikalische Beispiele, sondern auch um die Methoden der Physik. Allen voran wird das Experimentieren, zunehmend im Mathematikunterricht eingesetzt [9].

Wenn, wie in manchen didaktischen Modellen beschrieben, die Physik nur auf den Anwendungspool für den Mathematikunterricht reduziert wird und die Mathematik wiederum nur als „Werkzeugkasten“ für die Naturwissenschaften gesehen wird, verliert man viel natürliches Kooperationspotential. Diese verkürzte Darstellung des Zusammenhangs und die darin angelegte strikte Trennung beider Fächer wird zudem den historischen Entstehungsgründen nicht gerecht. So wurde der Bezug zur (physikalischen) Empirie lange als ganz natürlicher Bestandteil der Mathematik gesehen. Moritz Pasch sagt beispielsweise: „Die geometrischen Begriffe bilden eine besondere Gruppe innerhalb der Begriffe, welche überhaupt zur Beschreibung der Außenwelt dienen […] und wonach wir in der Geometrie nichts weiter erblicken als einen Theil der Naturwissenschaft“ [10]. Leonhard Euler bezeichnet die Mathematik als eine „Wissenschaft der Größen, welche Mittel ausfindig macht, wie man diese ausmessen kann.“ [4]

Andererseits nutzt die Physik ganz natürlich deduktive Methoden, die eher mit der Mathematik verbunden werden. Spätestens seit Einführung der experimentellen Methode Galileis sind diese nicht nur Werkzeug, sondern als essentielles Glied in den Prozess der Erkenntnisgewinnung eingebunden [8]. Aus unserer Sicht sollten Mathematik- wie Physiklehrende sich solcher tiefliegenden erkenntnistheoretischen Parallelen bewusst sein, wie wir im Weiteren ausführen werden.

In wie fern sind nun physikalische Anwendungen und Methoden sinnvoll für den Mathematikunterricht und mathematische Schlüsse für den Physikunterricht? Welches Bild von Physik bzw. Mathematik wird durch diesen Bezug vermittelt? Welches sind (erkenntnistheoretische) Parallelen beider Fächer und wie können sie fächerverbindend gelehrt werden, um adäquate Vorstellungen des jeweils anderen Faches zu vermitteln? Diese Fragen sollen im Folgenden näher umrissen werden.

2. Anschaulicher und experimenteller Mathematikunterricht

Der anwendungsorientierte und experimentelle Mathematikunterricht gilt aus vielerlei Hinsicht als sinnvoll. Aus bildungstheoretischen Gründen sollten Schülerinnen und Schüler mit Hilfe der Mathematik Ereignisse in der Gesellschaft, Kultur und Natur in einer spezifischen Art und Weise wahrnehmen und verstehen [14]. Des Weiteren gibt es auch entwicklungspsychologische Argumente für das händische und induktive Schließen im Mathematikunterricht [vgl. 2]. Wie jeder didaktische Ansatz birgt der anwendungsorientierte und experimentelle Mathematikunterricht aber auch Risiken, die es zu beachten gilt. Alan Schoenfelds systematische Auswertung von Schülertransskripten in Problemlösekontexten macht deutlich, dass ein verkürzender anschauungsorientierter Mathematikunterricht Gefahr läuft, eine naiv-empirische Auffassung von Mathematik zu vermitteln. Als naiv-empirische Auffassung charakterisiert Schoenfeld vereinfacht gesagt solche, in denen rein anschaulich, d.h. ohne logische Schlüsse

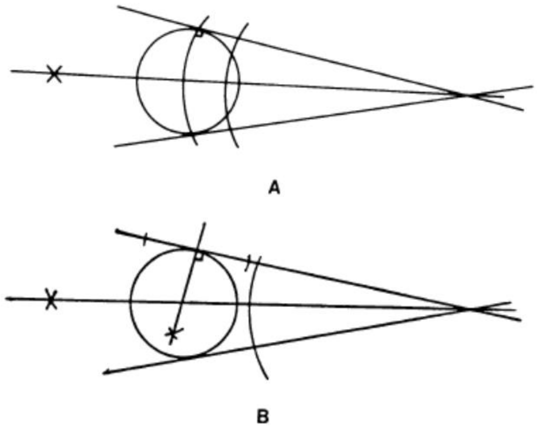

Abb. 1: Bei einer naiv-empirischen Auffassung von Physik können sich logisch widersprechende Lösungen als richtig angesehen werden, wenn die Zeichnung richtig anmutet [11].

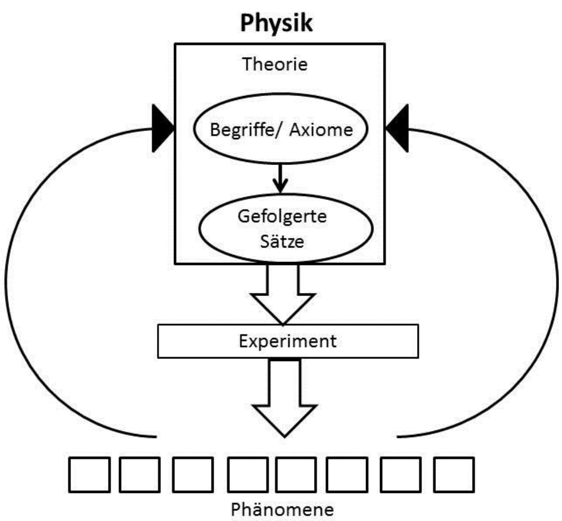

Abb. 2: Einsteins schematische Darstellung zur Methodik der Physik.

argumentiert wird. Charakteristisch für diese Mathematikauffassung ist, dass Ideen und Vermutungen über das Betrachten von Zeichnungen generiert werden und auch die Überprüfung von Hypothesen geschieht anhand von Zeichnungen. Damit spielen Deduktionen keine Rolle [11, S. 161]. Es werden beispielsweise zwei sich logisch widersprechende Lösungen eines geometrischen Problems gleichermaßen als richtig angesehen, weil die Zeichnungen jeweils „richtig aussehen“: Die konkrete Aufgabe zu der in Abb.1 gegebenen Schülerlösung war, zwischen zwei gegebenen sich in einem Punkt scheidenden Geraden einen Kreis zu konstruieren, der die beiden Geraden als Tangenten besitzt. Ein Berührpunkt war dabei vorausgesetzt. Die von zwei Schülern gegebene Lösung B ist korrekt, enthält sie doch u.a. den grundsätzlichen Zusammenhang, dass Radius und Tangente im Berührpunkt orthogonal sind. Lösung A, welche von denselben Schülern gleichzeitig als richtig angesehen wurde, widerspricht dieser Lösung aus logischen Gründen – erscheint aber im Ergebnis richtig zu sein. Diese als „naiv-empirisch“ titulierte Mathematikauffassung ist sicherlich einem für Schüler angemessenen Mathematikbild hinderlich, eine „empirische“, d.h. eine solche die reale ontolgische Bindungen mit deduktiven Schlussweisen verbindet, dagegen förderlich [vgl. 15 und 17].

Im Bereich dieses theoretischen Modells zur Beschreibung von Schülerauffassungen in Problemlöseprozessen sehen wir ein großes Anknüpfungspotential zur Physikdidaktik – denn auch hier, so eine vorsichtig zu formulierende These, erscheint in den letzten Jahre eine gewisse Tendenz zur einseitigen Vernachlässigung von deduktiven Schlüssen (z.B. im Sinne der experimentellen Methode) im Vergleich zu tentativ-induktiven Elementen erkennbar zu sein [12]. Damit wird auch die Vermittlung rudimentärer physikalischer Prinzipien vernachlässigt, die für die Entwicklung physikalischen Wissens eine wichtige Rolle spielen [7].

3. Schulmathematik und Physik als empirische Theorien

Zur exemplarischen Beschreibung der erkenntnistheoretischen Parallelen zwischen Schulmathematik und Physik soll ein Brief Einsteins an Solovine genutzt werden [reprinted und kommentiert bei 6]. Einstein spricht sich gegen die Auffassung aus, dass physikalische Gesetze zur Beschreibung der Natur ausschließlich durch induktive Verallgemeinerung generiert werden. Für ihn sind zentrale physikalische Begriffe und Axiome ad hoc-Setzungen, aus denen Sätze geschlussfolgert werden können. Diese gefolgerten Sätze werden in der Physik dann an der Empirie überprüft. Dieses Vorgehen, das schematisch in Abbildung 2 dargestellt ist, scheint gewisse Parallelen zu Vorgehensweisen im modernen Mathematikunterricht aufzuweisen.

Denn die die Begriffe und Axiome sind auch dort geistige Schöpfung, die aus ihnen gefolgerten Sätze sollen zum Zweck der Wirklichkeitserschließung auf die Realität angewendet werden. Struve führt beispielweise im Zusammenhang der (anschauungsgebundenen) Schulgeometrie aus: „Die so beschriebene Auffassung kann man mit der eines Naturwissenschaftlers vergleichen. Die Ergebnisse eines Experimentes „erklärt“ er mit Hilfe einer Theorie. Die Theorie gibt ihm aber nicht die Gewissheit, dass die Tatsache gilt, die er im Experiment nachgewiesen hat“ [3, S. 35].

Damit unterscheidet sich Schulmathematik von allgemeiner (Hochschul-) Mathematik, die – spätestens seit Hilbert – keine realistischen ontologischen Verpflichtungen mehr hat. In der formalistischen Mathematik ist Existenz und Wahrhaftigkeit durch innere Konsistenz und Widerspruchsfreiheit charakterisiert. Möchte man dagegen die Mathematik in der Schule anwendungsorientiert und anschauungsgebunden lehren und keine „naiv-empirische“ Auffassung anregen, so gibt das in Abbildung 2 schematisch dargestellte Konzept viele interessante Anknüpfungspunkte und Erklärungsansätze. In diesem Sinne lässt sich in der Physik [12] wie in der Schulmathematik [3 und 16] das wissenschaftstheoretische Konzept der empirischen Theorien, in ihrer strukturalistischen Rekonstruktion, gewinnbringend zur vergleichenden Beschreibung und Deutung von Erkenntnisprozessen nutzen [1].

4. Forschungspotential

Der Ansatz, Bereiche der Schulmathematik und der Physik im Sinne empirischer Theorien zu beschreiben, betont die Gemeinsamkeiten und nicht die (gewiss bestehenden) Unterschiede beider Disziplinen. Er stellt damit eine Grundlage für interdisziplinäres Forschen und Lehren dar. Im Forschungsverbund der MINT-Didaktiken der Universität Siegen (MINTUS) werden u.a. im Rahmen dieses Ansatzes erkenntnistheoretische Parallelen von Physik und Mathematik beschrieben und der didaktischen Community zugeführt (Dissertationsprojekt ErPaSS). Konkret geht es dabei u.a. um die Grundlegung und Konzeption von fächerverbindendem Unterricht sowie die Erforschung der Übergangsproblematik von der Schule zur Hochschule in den MINT-Fächern.

5. Literatur

[1] Balzer, W.; Moulines, C.U.; Sneed J. (1987): *An Architectonic for Science.* New York: Springer

[2] Bruner, J. S. , Oliver, R. S. & Greenfield, P. M. (1971): Studien zur kognitiven Entwicklung. Stuttgart: Kohlhammer.

[3] Burscheid, H. J.; Struve, H. (2010): Mathematikdidaktik in Rekonstruktionen. Ein Beitrag zu ihrer Grundlegung. Hildesheim: Franzbecker.

[4] Euler, L. (1770): Vollständige Anleitung zur Algebra. Teil 1, §2

[5] Gopnik, Alison; Meltzoff, Andrew N. (1998): *Words, thoughts, and theories*. Cambridge, MA: MIT Press (A Bradford book).

[6] Holton, G. (1981): Thematische Analyse der Wissenschaften – Die Physik Einsteins und seiner Zeit. Frankfurt am Main: Suhrkamp Verlag

[7] Krause, E. (2013): Das Erhaltungsprinzip in der Physik und seine Anwendung im Physikunterricht. Dissertation an der Universität Siegen.

[8] Kuhn, W. (2001): *Ideengeschichte der Physik.* Braunschweig: Vieweg-Verlag.

[9] Leuders, T. & Philipp, K. (2012). Innermathematisches Experimentieren – empiriegestützte Entwicklung eines Kompetenzmodells und Evaluation eines Förderkonzepts. In: Rieß, W., Wirtz, M., Barzel, B. (Hrsg). Experimentieren im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht – Theoretische Fundierung und empirische Befunde. Münster: Waxmann. S.285-300

[10] Pasch, M. (1882): *Vorlesungen über die neuere Geometrie*. Berlin: Springer-Verlag

[11] Schoenfeld, Alan H., (1985): *Mathematical Problem Solving*. Orlando et al.: Academic Press.

[12] Sneed, J. D. (1979): The Logical Structure of Mathematical Physics. Second Edition. Dordrecht: Reidel Publishing Company

[13] Uhden, O. (2012): Mathematisches Denken im Physikunterricht – Theorieentwicklung und Problemanalyse. Dissertation an der technischen Universität Dresden.

[14] Winter, H. (1996): Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik Nr. 61*, 37-46

[15] Witzke, I. (2009): Die Entwicklung des Leibnizschen Calculus. Eine Fallstudie zur Theorieentwicklung in der Mathematik, Texte zur mathematischen Forschung und Lehre, Bd. 69, Verlag Franzbecker, Berlin et al. (Dissertation).

[16] Witzke, I. (2014): Zur Problematik der empirisch-gegenständlichen Analysis des Mathematikunterrichtes. Der Mathematikunterricht, Jahrgang 60, 2, S. 19-32.

[17] Witzke, I. (2015): Different understandings of mathematics. An epistemological approach to bridge the gap between school and university mathematics. ESU 7, S. 304-322.