

## Mit Schätzaufgaben zu einem adäquaten Verständnis von Messungenauigkeiten

Lisa Stinken\*

\*Westfälische Wilhelms-Universität Münster  
Lisa.Stinken@uni-muenster.de

### Kurzfassung

Der Umgang mit Schätzungen und Schätzwerten kann den Schlüssel zum grundlegenden Verständnis von Messungen darstellen (Nührenböcker, 2001). Durch die Analyse der Genauigkeit von Schätzungen können Schülerinnen und Schülern beispielsweise erste Einsichten in das Phänomen der Messungenauigkeiten gewinnen (Bönig, 2001). Im Rahmen einer Interviewstudie mit 50 Schülerinnen und Schülern der fünften bis zehnten Klasse wurde das intuitive Verständnis von Ungenauigkeiten beim Schätzen untersucht. Es zeigte sich, dass bereits Fünftklässler ein intuitives Verständnis von Ungenauigkeiten besitzen, dass große Ähnlichkeit zur Beschreibung von Messungenauigkeiten durch Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen nach GUM aufweist. Schülerinnen und Schüler beschreiben Ungenauigkeiten beim Schätzen am Häufigsten durch ein Trapez-, Normal- oder Dreiecksverteilung, wobei keine Unterschiede zwischen den intuitiven Vorstellungen zwischen Fünft- und Zehntklässlern auftreten.

### 1. Einleitung

Studien haben gezeigt, dass Schülerinnen und Schüler häufig ein inadäquates Verständnis für Messungenauigkeiten besitzen. Sie vertreten oftmals eine deterministische Ansicht von der Existenz eines einzelnen, wahren Wertes (Séré et al., 1993) und vernachlässigen Messungenauigkeiten in ihren Messdaten (Heinicke & Riess, 2011). Ihnen ist weder bewusst, dass Messungenauigkeiten einen wichtigen Bestandteil des Ergebnisses darstellen, noch auf welche Weise sie quantifiziert werden können (Hellwig, 2012).

Im Gegensatz zu Messwerten sehen Schülerinnen und Schüler Schätzungen und Schätzwerte von vornherein als ungenau und Fehlerbehaftet an. Sie erkennen nicht, dass Schätzungen und Messungen in ihrem Wesen identisch sind und selbst Messungen streng gesehen nur Abschätzungen sind, die unter der Zuhilfenahme von Messgeräten entstanden sind. Die Analyse der (Un-) Genauigkeit von Schätzungen kann Schülerinnen und Schülern somit erste Einsichten in das Phänomen der Messungenauigkeiten liefern (Bönig, 2001) und den Schlüssel zum grundlegenden Verständnis von Messungen darstellen (Nührenböcker, 2001).

### 2. Methode

Um das intuitive Verständnis der Schülerinnen und Schüler über Messungenauigkeiten zu erheben wurden in einer Interviewstudie 50 Schülerinnen und Schülern der 5. bis 10. Klasse verschiedene Schätzaufgaben zu Alltagsobjekten gestellt, wie beispielsweise

- Wie lang ist eine Krawatte?
- Wie schwer ist eine Barbie-Puppe?
- Wie warm wird ein Taschenwärmer?

- Wie groß ist die Fläche eines ausgebreiteten Papiertaschentuches?

Im Anschluss an jede Schätzung wurden die Schülerinnen und Schüler gefragt, wie sicher sie sich bei ihrem Schätzwert und bei Werten, die leicht von ihrer Schätzung abweichen, sind. Je nach Altersstufe wurde ein passendes Messinstrument für das Vertrauen in die Schätzung gewählt.

In Abbildung 1 sind die verwendeten Messinstrumente dargestellt. Die Komplexität des Messinstrumentes nimmt mit dem Alter der befragten Schülerinnen und Schüler zu. Mit beiden dargestellten Instrumente wurde das Vertrauen in den eigenen Schätzwert und leicht abweichende Werte aufgenommen.

Fünft- und Sechstklässler wurden gebeten ihr Vertrauen in die Werte auf einer Skala von 1 („Ich bin mir überhaupt nicht sicher“) bis 7 („Ich bin mir absolut sicher“) zu beurteilen. Zur einfacheren Verständlichkeit war die Skala farblich hinterlegt (1 – rot, 7 – grün). Die grafische Auftragung des Vertrauens über den jeweiligen Wert wurde im Nachhinein vorgenommen.

Die älteren Schülerinnen und Schüler wurden hingegen aufgefordert ihr Vertrauen in die Werte direkt in einem Koordinatensystem darzustellen. Die x-Achse repräsentiert dabei die Werte, die y-Achse das Vertrauen in den jeweiligen Wert, wobei das Vertrauen ebenfalls auf der Skala von 1 bis 7 bestimmt wurde und die Fläche des Koordinatensystems farbig hinterlegt war. Die aufgenommenen Werte-Vertrauen-Funktionen können mathematisch in Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (WDF) überführt werden durch eine Verschiebung aller Vertrauenswerte um eins nach unten und einer anschließenden Normierung der Fläche unterhalb der Werte-Vertrauen-Funktion

$$WDF(SW_i) = \frac{V(SW_i) - 1}{\int_0^\infty [V(SW) - 1] dSW} \quad \{1\}$$

mit den Schätzwerten  $SW_i$  und dem zugehörigen Vertrauen  $V(SW_i)$ . Für die Auswertung macht es jedoch keinen Unterschied, ob die von den Schülerinnen und Schülern angegebene Vertrauensskala oder die daraus bestimmte WDF betrachtet wird, da beide die gleiche Gestalt aufweisen.

Insgesamt konnten in der Interviewstudie über 400 Werte-Vertrauen-Funktionen zu verschiedenen Schätzaufgaben aufgenommen werden. Diese wurden im Anschluss hinsichtlich ihrer Form analysiert. Funktionen mit ähnlichen Verläufen wurden zu Kategorien zusammengefasst.

### 3. Ergebnisse

Die Analyse der Daten ergab, dass Schülerinnen und Schüler grundsätzlich ein mittleres bis hohes Vertrauen in ihre eigene Schätzung haben. Im Schnitt bewerten sie auf der Skala von 1 bis 7 ihr Vertrauen in die eigene Schätzung mit 4,4.

Durch die unterschiedlich komplexen Messinstrumente waren alle Schülerinnen und Schüler in der Lage auch ihr Vertrauen in leicht abweichende Werte darzustellen. Es zeigte sich, dass bereits Fünftklässler ein intuitives Verständnis für Ungenauigkeiten beim Schätzen besitzen welches strake Ähnlichkeiten zur Beschreibung von Messungenauigkeiten durch Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen nach GUM (2008) aufweist. Um die Genauigkeit ihrer

Schätzwerte und leicht abweichender Werte zu beschreiben wählen 37% der Schülerinnen und Schüler eine Trapezverteilung, 30% eine Normalverteilung und 22% eine Dreiecksverteilung (vgl. Abbildung 2). 11% der gezeichneten Werte-Vertrauen-Funktionen konnten keiner klassischen Verteilung zugeordnet

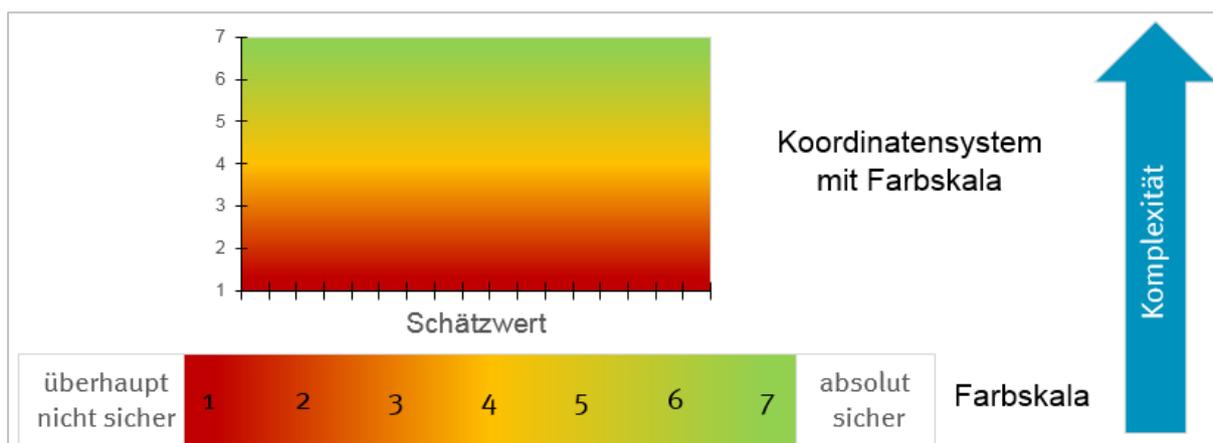
werden. Auch konnten keine Unterschiede in den intuitiven Vorstellungen zwischen Fünft- und Zehntklässlern nachgewiesen werden. Dies deutet darauf hin, dass die Vorstellungen von Ungenauigkeiten sich nicht mit dem Alter und zunehmenden Messerfahrungen aus dem Alltag und dem Physikunterricht verändern. Die Schülerinnen und Schüler sammeln zwar Erfahrungen im Messen, Ungenauigkeiten werden jedoch, wenn überhaupt, nur implizit thematisiert.

Bei der Darstellung des Vertrauens durch eine Dreiecksverteilung lässt sich durch die Angabe eines eindeutigen Maximums und des starken Abfallens der Vertrauens links und rechts von diesem vermuten, dass Schülerinnen und Schüler die diese Form wählen sich sehr sicher in ihrem Schätzwert sind. Werte die lediglich gering von ihrer Schätzung abweichen sehen sie als unwahrscheinlich an.

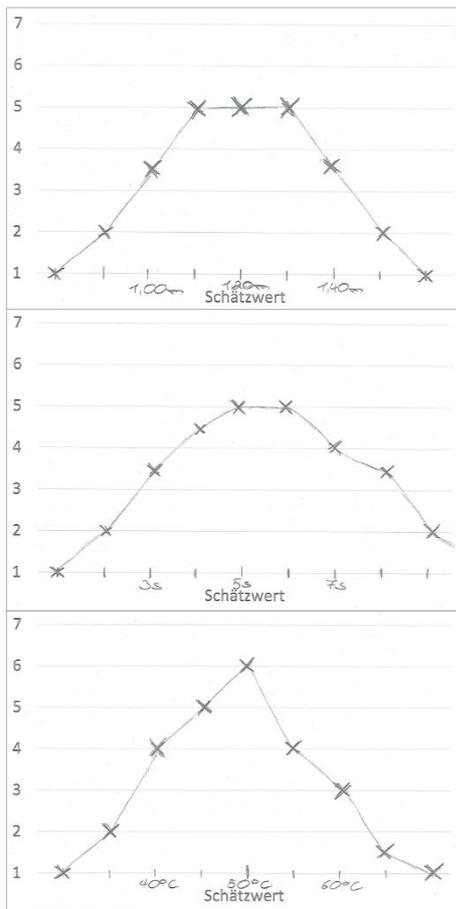
Die Trapezverteilung deutet hingegen eher darauf hin, dass die Schülerinnen und Schüler ihrem Schätzwert weniger Vertrauen schenken. Werte leicht ober- und unterhalb ihrer Schätzung halten sie für genauso wahrscheinlich und können sich nur schwer auf einen Wert festlegen. Sie fühlen sich jedoch in der Lage ein Intervall anzugeben, in dem der wahrscheinlichste Wert liegt. In den meisten Fällen liegt der Schätzwert der Schülerinnen und Schüler mittig in dem Intervall mit dem höchsten Vertrauen. Außerhalb des Intervalls mit der größten Sicherheit fällt das Vertrauen (stark) ab.

Die runde Form der Normalverteilung lässt vermuten, dass die Schülerinnen und Schüler ihrem Schätzwert zwar die größte Wahrscheinlichkeit zuordnen, jedoch Werten die nur gering von ihrem Schätzwert abweichen eine annähernd ähnliche, lediglich leicht geringere Wahrscheinlichkeit beimessen.

Besonders interessant ist das intuitive Verständnis der Schülerinnen und Schüler wenn man es mit den



**Abb.1:** Messinstrumente zur Messung des Vertrauens in den eigenen Schätzwert und in Werte, die leicht vom Schätzwert abweichen. Die Komplexität des Messgerätes nimmt mit dem Alter der Schülerinnen und Schüler zu. Fünft- und Sechstklässler beurteilten das Vertrauen in ihren Schätzwert auf einer Skala von 1 bis 7. Ältere Schülerinnen und Schüler zeichneten ihr Vertrauen in die jeweiligen Werte in einem Koordinatensystem ein. Die x-Achse repräsentiert dabei den jeweiligen Wert, die y-Achse das Vertrauen in diesen Wert auf der Skala von 1 bis 7. Zur besseren Orientierung waren sowohl die Skala, als auch das Koordinatensystem farbig hinterlegt.



**Abb.2:** Beispiele für typische Formen der Werte-Vertrauens Skala. 37% der Schülerinnen und Schüler geben eine Trapezverteilung (oben), 30% eine Normalverteilung (Mitte) und 22% eine Dreiecksverteilung (unten) zur Beschreibung ihres Vertrauens in ihren Schätzwert und leicht abweichende Werte an.

im GUM (2008) dargestellten WDF vergleicht. Auch wenn bisher keine expliziten Handreichungen für die Wahl der WDF in Abhängigkeit vom Messgerät veröffentlicht sind, kann aus den Empfehlungen des GUM abgeleitet werden, dass beim Ablesen eines Messgerätes mit einer digitalen Anzeige die Rechtecksfunktion die geeignete Wahl ist, für Messgeräte mit analogen Skalen bildet die Dreiecksverteilung eine adäquate WDF. Fast alle Schülerinnen und Schüler zeigen ein intuitives Verständnis für diese WDF, können dieses jedoch, wie frühere Studien zeigten, nicht auf Messwerte übertragen. Sie erkennen nicht, dass Schätzungen und Messungen beide mit Unsicherheiten behaftet sind. Durch die unterschiedlichen

Vorgehensweisen beim Schätzen und Messen und insbesondere die Verwendung von Messgeräten sind viele Schülerinnen und Schüler der Ansicht, dass Messwerte objektiv und allgemeingültig sind, Schätzungen hingegen ungenau und subjektiv.

#### 4. Ausblick

Es konnte gezeigt werden, dass Schülerinnen und Schüler ein intuitives Verständnis für Ungenauigkeiten beim Schätzen besitzen, welches in vielen Aspekten mit der fachlichen Beschreibung von Messungenauigkeiten übereinstimmt. Die aktuelle Herausforderung besteht darin, dieses intuitive Verständnis auf den Umgang mit Messdaten zu übertragen, wo Schülerinnen und Schüler im Gegensatz eine eher deterministische Sichtweise vertreten.

#### 5. Literatur

- [1] BIPM et al. (2008): Supplement 1 to the Guide to the expression of uncertainty in measurement. JGCM, 101.
- [2] Bönig, Dagmar (2001): Das Ungefähr der richtigen Antwort - Zur Bedeutung des Schätzens beim Umgang mit Größen. In: Die Grundschulzeitschrift, 141, S. 43-45
- [3] Heinicke, Susanne; Riess, Falk (2012): Missing Links in the Experimental Work: Student's Actions and Reasoning on Measurement and Uncertainty. In: L. Maurines & A. Redfors (Hrsg.), ESERA 2011 Proceedings, S. 52-56.
- [4] Hellwig, Julia (2012): Messunsicherheiten verstehen: Entwicklung eines normativen Sachstrukturmodells am Beispiel des Unterrichtsfaches Physik. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum
- [5] Lubben, Fred; Campbell, Bob; Buffler, Andy; Allie, Saalih (2001), Point and Set Reasoning in Practical Science Measurement by Entering University Freshman. In: Science Education 85 (4), S. 311ff
- [6] Nührenbörger, Marcus (2001), "Jetzt wird's schwer. Mit Stäben messen, kenn' ich nicht" Messgeräte und Maßeinheiten von Anfang an. In: Die Grundschulzeitschrift 141, S. 16-19
- [7] Séréa, Marie-Geneviève; Journeaux, Roger; Larchera, Claudine (1993), Learning the Statistical Analysis of Measurement Error. In: International Journal of Science Education, 15, S. 427-438