

## Fächerverbindung von Mathematik und Physik im Unterricht und in der didaktischen Forschung

Eduard Krause\*, Ingo Witzke<sup>†</sup>

\*Adolf-Reichwein-Straße 2, Siegen <sup>†</sup>Walter Flex-Straße 3, 57068 Siegen  
[krause@physik.uni-siegen.de](mailto:krause@physik.uni-siegen.de), [witzke@mathematik.uni-siegen.de](mailto:witzke@mathematik.uni-siegen.de)

### Kurzfassung

Die Fächer Mathematik und Physik sind fachsystematisch und historisch eng miteinander verwoben. Aufgrund dieser Gemeinsamkeiten - aber auch wegen der Unterschiede - lässt sich diese Verbindung gewinnbringend für die entsprechenden Fachdidaktiken nutzen. In diesem Beitrag soll die Kooperation der Physik- und Mathematikdidaktik an der Universität Siegen im Rahmen eines gemeinsamen Seminars vorgestellt werden. Dabei wird herausgestellt, wie fächerverbindender Unterricht mit Mathematik und Physik gelingen und wie diese Verbindung für fachdidaktische Forschungen genutzt werden kann.

### 1. Einführung

Für das Unterrichten eines Faches in Verbindung zu anderen Fächern werden Begriffe wie „fachübergreifender“, „interdisziplinär“, „fächerverbindend“ und ähnliche verwendet. Im Folgenden wird der Ausdruck „fächerverbindend“ benutzt, der nach Peterßen wie folgt zu verstehen ist: „Im fächerverbindenden Unterricht ist nicht mehr das einzelne Fach Ausgangs- und Endpunkt des Lernens, sondern die Struktur des übergreifenden Themas bestimmt Auswahl und Anwendung fachlicher und lebensweltlicher Inhalte“ [1]. Dagegen wird der fachübergreifende Unterricht so beschrieben: „Der fachübergreifende Unterricht erweitert das eigene Fach, indem er es mit lebensweltlichen Erfahrungen der Schülerinnen und Schülern sowie mit Inhalten anderer Fächer verknüpft.“ Eine solche Fächerverbindung ist für den Unterricht explizit gefordert. Es heißt beispielsweise im Gutachten der Bund-Länder-Kommission von 2007: „So wichtig die Rahmung des Faches für den systematischen Wissenserwerb ist, so macht sie doch gleichzeitig auf die Grenzen der im Fach stellbaren und beantwortbaren Fragen aufmerksam. Das Fach weist, wenn es reflexiv unterrichtet wird, immer schon über sich selbst hinaus. Der fächerverbindende und fachübergreifende Unterricht ist nicht nur eine notwendige Ergänzung des Fachunterrichts, sondern Teil dessen Vollendung“ [2]. Der Blick in die Schulpraxis zeigt jedoch, dass fächerverbindender Unterricht im eigentlichen Sinne sehr selten umgesetzt wird. Das ist sicherlich der Tatsache geschuldet, dass ein solcher Unterricht einen hohen Organisationsaufwand erfordert, aber vielleicht sind auch die Lehrerinnen und Lehrer in ihrer Ausbildung nicht hinreichend darauf vorbereitet worden. An der Universität Siegen wird ein gemeinsames Seminar der Mathematik- und Physikdidaktik zur Vorbereitung auf fächerverbindenden Unterricht angeboten.

Neben diesem unterrichtsnahen Aspekt verspricht man sich durch fächerverbindendes Lehren an der Universität auch einen Gewinn für die Vermittlung didaktischer Theorie.

### 2. Projekt FäMaPDi an der Universität Siegen

Das Akronym FäMaPDi steht für „Fächerverbindendes Seminar zur Mathematik und Physikdidaktik“. Dabei handelt es sich um ein Vorbereitungsseminar für das Praxissemester für Lehramtsstudentinnen und -studenten mit den Fächern Mathematik oder Physik in der Masterphase, das von der Didaktik der Mathematik und Physik gemeinsam durchgeführt wird. Das allgemeine Ziel des Vorbereitungsseminars soll die unterrichtspraktische Vorbereitung sein. Zudem sollen auf Grundlage theoretischer Konzepte Beobachtungsfragen generiert werden, die die Grundlage für das forschende Lernen in der Praxisphase sein sollen. Bei diesem speziellen Vorbereitungsseminar werden fächerverbindende Unterrichtsentwürfe konzipiert und Forschungsfragen aus dem theoretischen Vergleich von Mathematik- und Physikdidaktik erarbeitet werden.

Das Seminar gliedert sich in drei Teile. In dem ersten Teil geht es um didaktisch-methodische Rahmensetzungen für die Unterrichtsversuche. Dabei werden auch die Standards und Kernlehrpläne beider Fächer einander gegenübergestellt.

In dem zweiten Teil werden didaktische Theorien der Mathematik- und Physikdidaktik miteinander verglichen. Konkret geht es um Auffassungen von Mathematik und Nature of science, Argumentieren und Problemlösen in der Mathematik- und in der Physikdidaktik, mathematisches Modellieren und der Modellbegriff in der Physik, Lernvoraussetzungen (Subjektive Erfahrungsbereiche in der Mathematikdidaktik und Präkonzepte in der Physikdidak-

Mathematikdidaktik	Physikdidaktik
Auffassungen von Mathematik	Nature of Science
Argumentieren & Problemlösen	
Modellieren	Modellbegriff
Subjektive Erfahrungsbereiche	Präkonzepte
Interaktionstheorie	Basismodelltheorie

**Abb. 1:** Fachdidaktisch-verbindende Themen der Theoriesitzungen

tik) sowie Interaktionstheorien in beiden Fächern (vgl. Abbildung 1).

Der unterrichtspraktische Teil wird von Lehrern begleitet. Die Studierenden sollen dabei fächerverbindende Unterrichtsentwürfe konzipieren und diese im Schülerlabor erproben. Diese Unterrichtsstunden werden von den Studentinnen und Studenten, die gerade nicht unterrichtet haben, anhand der zuvor formulierten Forschungsfragen beobachtet. Die von den Studentinnen und Studenten konzipierten Unterrichtsentwürfe hatten folgende Titel:

- Den Widerstand „kleinkriegen“ durch Notabschaltung (Widerstand – Rationale Zahlen)
- Wie lange hält das Fahrradlicht? (Kondensator – Integralrechnung)
- Strahlenschutz durch Abstandsvergrößerung (Radioaktivität – Exponentialfunktion)
- Wie funktioniert eine Kamera? (Strahlenoptik – Geometrie)
- Linsen und Geometrie. Mit Mathe und Physik verkleinern.

Die Durchführung im Schülerlabor wurde videographisch dokumentiert und kann so im Weiteren als Forschungsgrundlage dienen. Dabei führt die Analyse vor dem gesetzten theoretischen Rahmen zu diskussionswürdigen Ergebnissen. So zeigte sich z.B. im Unterrichtsversuch zu Linsen und Geometrie unter der Fragestellung „Warum können Kameras so schmal gebaut werden?“, dass das Studierendenteam trotz der ausführlichen vorangegangenen Thematisierung von fächerverbindendem Lehren und Lernen bei der Durchführung ihres Unterrichtsversuches stereotyp Mathematik und Physik voneinander abgrenzten. Diese grundsätzliche Trennung, der wohl die eng gezogenen Fächergrenzen sowie stark vereinfachende Modellierungsvorstellungen zu Grunde liegen, zeigte sich bei einigen Studierenden auch im Post-Test (vgl. Abb. 2), der in Form offener gestalteter Fragebögen durchgeführt wurde. Der Auftrag für den kommenden Durchgang des Vorbereitungsseminars, der sich aus diesen Erfahrungen ergibt, ist, dass den Studierenden noch enger die Verzahnung von mathematisch und naturwissen-

Mathematik	Physik
deduktiv	induktiv, experimentell
abstrakt	gegenständlich, anwendbar
ideal	konkret, messbar
formal-beschreibend	erklärend, begründend

**Abb. 2:** Stereotype Auffassungen von Mathematik und Physik.

schaftlichen Arbeiten erfahrbar gemacht werden muss, damit diese auch in anforderungsreichen Unterrichtssituationen berücksichtigt werden kann. Zudem soll eine vergleichende Schulbuchanalyse dazu beitragen die erkenntnistheoretischen Parallelen von Schulmathematik und Schulphysik deutlicher zu machen; denn der Wirklichkeitsbezug der (Schul-) Mathematik (und die damit implizierten Schluss- und Denkweisen) verbindet sie mit den Naturwissenschaften. Mathematik gegenüber dem „Rest der Welt“ abzutrennen, erscheint unauthentisch und unangemessen. [vgl. 3].

Das Seminar wurde in der ersten Durchführung (WiSe 2014/2015) mit offenen Fragebögen befragt, die Auskunft über die Auffassungen der Studierenden von Mathematik und Physik, sowie deren Zusammenhang auf fachlicher als auch auf didaktischer Ebene ermöglichen sollten. Auf die detaillierte Auswertung dieser Umfragen soll hier nicht eingegangen werden. Es lässt sich aber sagen, dass die Studierenden in dieser Thematik eine hohe Relevanz für ihre Ausbildung sehen.

Die entstandenen Diskussionen in den Theoriesitzungen, sowie einige Aspekte der Unterrichtsentwürfe haben einen regen wissenschaftlichen Austausch der Mathematik- und Physikdidaktik angeregt, auf die in der Lehramtsausbildung eingegangen werden sollte und aus denen sich auch aus für die Forschung viele spannende Forschungsfragen generieren lassen. Der Zusammenhang dieser beiden Disziplinen ist auf wissenschaftstheoretischer, wissenschaftshistorischer sowie rein fachlicher Ebene oft thematisiert worden, doch mit didaktischer Schwerpunktsetzung wird diese Debatte selten geführt. Dabei ist es doch sowohl für den Mathematik- als auch für den Physikunterricht wichtig, ein fundiertes Verständnis dieses Zusammenhangs zu haben. Die Anregungen aus dem Seminar sind in dem nächsten Kapitel überblicksartig zusammengetragen.

### 3. Der Zusammenhang von Mathematik und Physik auf didaktischer Ebene

Die Vorstellung, dass die Physik für die Mathematik nur als Anwendungspool und die Mathematik für die Physik lediglich als Werkzeug fungiert, wird sicherlich auch durch manch eine Unterrichtsstunde vermittelt. Dass die wechselseitige Beziehung aber viel

tiefergehender ist, bringen folgende Zitate deutlich zum Ausdruck: „Es ist unmöglich, die Naturgesetze und deren Schönheit angemessen zu vermitteln, wenn jemand die Mathematik nicht versteht (Richard Feynman)“ und „Mathematik wird im Mathematikunterricht zu großen Teilen als naturwissenschaftliche Theorie mit realem Gegenstandsbereich vermittelt. (Horst Struve)“. Das Seminar hat deutlich auf die Notwendigkeit dieses Themas für die Didaktik hingewiesen und veranlasste die Durchführer sich intensiver damit auseinanderzusetzen. Einige Auszüge aus diesen Überlegungen sollen im Folgenden überblicksartig vorgestellt werden.

### 3.1. Die Physik im Mathematikunterricht

In der Mathematikdidaktik wird seit einiger Zeit die Hypothese diskutiert, dass Schülerinnen und Schüler im anschauungsgebundenen Unterricht eine empirische (quasi-naturwissenschaftliche) Auffassung von Mathematik entwickeln. Diese unterscheidet sich fundamental von der modernen abstrakten Hochschulmathematik [4], und ist damit für die Übergangsproblematik von der Schule an die Hochschule von hoher Relevanz. Konkret lässt sich die empirische Auffassung darauf zurückführen, dass die Referenzobjekte der Schulmathematik meist Gegenstände aus der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler sind, wohingegen in der Hochschule mit abstrakt definierten Begriffen operiert wird. Auch auf der Begründungsebene (und damit im Wahrheitsbegriff) findet dieser Unterschied in den Auffassungen von Mathematik seinen Niederschlag. Wenn in der Hochschule ausschließlich deduktiv durch logische Rückführung auf Axiome oder bereits bewiesene Sätze begründet wird, so wird in der Schule der Wahrheitsgehalt einer Aussage in vielen Fällen induktiv durch Experimentieren gesichert. Damit sind numerische oder auch quasi-naturwissenschaftliche Experimente gemeint. So wird beispielsweise der Winkelsummensatz in Dreiecken durch Abreißen und Aneinanderlegen der Ecken „bewiesen“. Durch den verpflichtenden Bezug zur sinnlich erfahrbaren Welt und die Art der Argumentation und Begründung lässt sich die Schulmathematik als quasi-naturwissenschaftlich bezeichnen. So kommt es, dass auch in der Mathematikdidaktik Themen diskutiert werden, die im Kern eher in der Naturwissenschaftsdidaktik anzusiedeln wären, wie z. B. Experimentierkreisläufe [z. B. in 3]. Die Kooperation mit der Physikdidaktik stellt einen Gewinn für die mathematikdidaktische Forschung und Lehrerbildung dar.

### 3.2. Die Mathematik im Physikunterricht

Wenn der physikalische Anfangsunterricht noch recht gut ohne mathematische Hilfsmittel auskommt, weil es lediglich um die qualitative Beschreibung von Phänomenen geht, so ist spätestens beim quantitativen Arbeiten, also ab der Mitte der Sekundarstufe, die Mathematik nicht wegzudenken. Die Bezeichnung als Werkzeug wird der Rolle der Ma-

thematik im Prozess der Erkenntnisgewinnung in der Physik aber nicht gerecht. Es ist ein essentieller Baustein, der durch kein Experiment wettzumachen

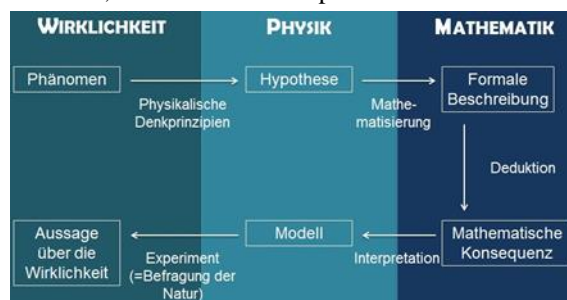


Abb. 3: Modell zur Rolle der Mathematik in der Physik

ist. So lässt sich z. B. der Faktor  $\frac{1}{2}$  im Weg-Zeit-Gesetz der gleichmäßig Beschleunigten Bewegung nie induktiv-experimentell bestimmen. Nur durch mathematisch-deduktives Schlussfolgern lässt sich entscheiden, dass es  $\frac{1}{2}$  sein muss und nicht  $\frac{13}{27}$  oder  $\frac{131}{260}$ . In erster Näherung könnte man den Weg der Erkenntnisgewinnung in der Physik wie in Abb. 3 dargestellt beschreiben. Vom komplexen Phänomen gelangt man über physikalische Denkprinzipien und Vereinfachungen zu einer Hypothese [5]. Diese wird anschließend in die Mathematik übersetzt. Aus der formalen Beschreibung können dann innermathematisch Konsequenzen

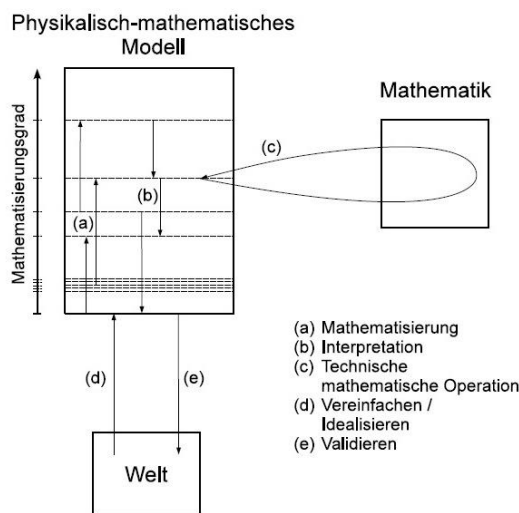


Abb. 4: Verbessertes Modell zur Rolle der Mathematik in der Physik.

deduziert werden (indem man z. B. eine DGL löst). Die Interpretation derselben führt zu einem physikalischen Modell, das es dann noch über das Experiment zu falsifizieren gilt, um eine Aussage über die Wirklichkeit machen zu können. Dass dieses Modell so noch einige Schwachstellen hat, hat Olaf Uhden in seiner Dissertation gut herausgearbeitet um entsprechende Details ergänzt [6]. Zum einen wird es dem historisch belegbaren Umstand nicht gerecht, dass sich Mathematik und Physik nicht trennscharf, sondern vielmehr als Einheit zeigen. Außerdem lässt

es keine Unterscheidung zwischen strukturellen und technischen mathematischen Fähigkeiten zu. De Weiteren sieht er für notwendig zwischen den Mathematisierungsgraden zu differenzieren. Diese Forderungen hat er in seinem Modell, das in Abb. 4 dargestellt ist, einfließen lassen.

Für den Schulalltag lassen sich aus diesen Überlegungen ganz konkrete Schlussfolgerungen ziehen. So zielen z. B. sehr viele Aufgaben im Physikunterricht auf die Entfaltung mathematischer Fertigkeiten, wobei physikalische Kompetenzen kaum relevant sind. Nimmt man sich z. B. die Behandlung von Wurfbewegungen vor, so ist das zugrundeliegende physikalische Prinzip (Superpositionsprinzip) oft gar nicht oder nur beiläufig erwähnt. Den Kern solcher Aufgaben macht oft eher das Umstellen von Gleichungen aus. Diese Fertigkeiten sind für den Physikunterricht nicht unwichtig, doch sollte sich der Physiklehrer bewusst sein, was mathematische und was physikalische Kompetenzen sind und welche er wie im Unterricht fördern sollte.

#### 4. Zusammenfassung

Das Projekt FäMaPDi der Universität Siegen zeigt wie sich fächerverbindendes Unterrichten auch an der Lehrerbildung an der Universität umsetzen lässt. Diese Format ist nicht nur zur Vermittlung didaktischer Theorien und zur Vorbereitung angehender Lehrerinnen und Lehrer auf fächerverbindenden Unterricht dienlich – es regt die entsprechenden Didaktiken auch an, den Zusammenhang zwischen Mathematik und Physik auf didaktischer

Ebene zu diskutieren. Forschungen in diesem Zusammenhang sind trotz ihrer hohen Relevanz eher selten thematisiert. Das gemeinsame Unterrichten macht diese Notwendigkeit wieder wichtig.

#### 5. Literatur

- [1] Peterßen, Wilhelm (2000): Fächerverbindender Unterricht. München: Oldenbourg.
- [2] Bildungskommission der Länder Berlin und Brandenburg (2007): Bildung und Schulle in Berlin und Brandenburg – Herausforderungen und gemeinsame Entwicklungsperspektiven, S.90
- [3] Meyer, M. & Voigt, J. (2010): Rationale Modellierungsprozesse. In B. Brandt & M. Fetzter & M. Schütte (Hrsg.): Auf den Spuren interpretativer Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik. Münster: Waxmann, S. 117 – 148.
- [4] Burscheid, Joachim; Struve, Horst (2010): Mathematikdidaktik in Rekonstruktionen. Hildesheim: Verlag Franzbecker.
- [5] Beumann, Sarah (2014): Mathematik mal anders – Einblicke in den Experimentierkurs MATHematische Experimente. In: Beiträge zum Mathematikunterricht, S. 177-180
- [6] Krause, Eduard (2013): Das Erhaltungsprinzip in der Physik und seine Anwendung im Unterricht. Dissertation an der Universität Siegen
- [7] Uhden, Olaf (2012): Mathematisches Denken im Physikunterricht – Theorieentwicklung und Problemanalyse. Dissertation an der technischen Universität Dresden