

Berechnung einer Hysteresekurve mittels Tabellenkalkulation

Tomasz Blachowicz*, Andrea Ehrmann⁺

*Silesian University of Technology, Institute of Physics, Gliwice / Polen, ⁺FH Bielefeld, Fachbereich Ingenieurwissenschaften und Mathematik, Bielefeld
tomasz.blachowicz@polsl.pl, andrea.ehrmann@fh-bielefeld.de

Kurzfassung

Hysteresekurven treten in vielen wissenschaftlichen Untersuchungen und technischen Anwendungen auf, angefangen von ferromagnetischen Materialien über Kraft-Dehnungs-Diagramme in mechanischen Zugversuchen bis hin zu zellbiologischen Prozessen. Mathematische Modelle zur Beschreibung solcher Hysteresekurven existieren, sind jedoch häufig schwierig zu verstehen und wenig hilfreich bei dem Versuch, Studierenden ein Gefühl für die Parameter zu vermitteln, die die Form einer solchen Hysteresekurve beeinflussen.

Daher wurde ein leicht zu verstehendes und zu veränderndes Programm entwickelt, das auf einer Tabellenkalkulation beruht und die mikroskopischen Vorgänge in einem System verdeutlicht, die zur Ausbildung einer Hysteresekurve führen. Das Programm nutzt zur Vereinfachung ein Ising-Modell, in dem nur die beiden Zustände +1 und -1 auftreten können. Mittels eines Step-by-Step-Modus kann jeder einzelne Schritt im Übergangsprozess zwischen den beiden Sättigungszuständen betrachtet werden; ein zusätzliches Makro erlaubt die Erstellung vollständiger Hysteresekurven in Abhängigkeit von verschiedenen Parametern.

Das vorgestellte Programm steht frei zur Verfügung und kann daher in Hochschulen sowie Schulen eingesetzt werden. Weiterführende Programmversionen mit diversen Erweiterungen, beispielsweise für Systeme verschiedener Größe oder speziell für sogenannte Exchange-Bias-Systeme, sind bei den Autoren erhältlich.

1. Einleitung

Jeder Studierende der Physik kennt Hysteresekurven, die beispielsweise in Zusammenhang mit ferromagnetischen Materialien auftreten [1], aber auch in ferroelektrischen Stoffen zu finden sind [2], bei der Adsorption einer Flüssigkeit in einem porösen Material [3], in Kraft-Dehnungs-Diagrammen [4] etc. Trotz ihres häufigen Auftretens sind Hysteresekurven mathematisch nicht trivial zu beschreiben. Vorhandene Modelle sind häufig mathematisch sehr anspruchsvoll [5,6] oder lassen sich nur bedingt auf eine physikalische Situation übertragen [7].

In einem aktuellen Projekt wurde daher ein einfaches Programm entwickelt, das auf einer Tabellenkalkulation beruht und es Studierenden erlaubt, auch ohne Programmierkenntnisse die Parameter zu variieren, die die Form einer Hysteresekurve beeinflussen. Das Programm „MagCalc“ enthält neben der Möglichkeit, vollständige Hysteresekurven zu durchfahren, auch einen manuellen Modus, in dem Ummagnetisierungsprozesse Schritt für Schritt betrachtet werden können, um so zu einem tieferen, intuitiven Verständnis der Prozesse zu gelangen.

2. Mathematische Modellierung

In dem hier vorgestellten Programm wird die zeitabhängige Veränderung eines „Partikels“ einer belie-

bigen Größe in einem äußeren Feld betrachtet. Das System enthält äquidistant verteilte Zellen, von denen jede die Werte +1 oder -1 annehmen kann. Diese Art der Modellierung entspricht einem sogenannten Ising-Modell [8].

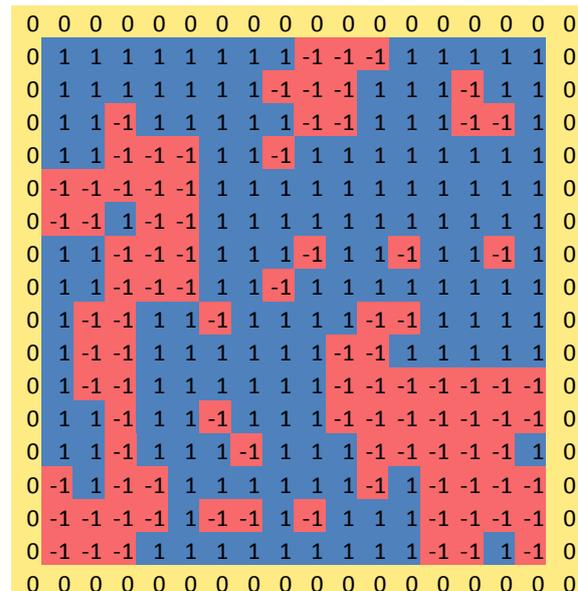


Abb. 1: Beispiel der Verteilung der Momente in einem Ising-System der Größe 16 x 16 Zellen bei verschwindendem äußerem Feld.

Abbildung 1 zeigt ein Beispiel für eine Momentaufnahme eines solchen Ising-Systems von 16×16 Zellen Größe ohne den Einfluss eines äußeren Feldes. Man erkennt die Ausbildung von Clustern, d. h. Regionen, in denen verstärkt positive bzw. negative Werte auftreten.

Jede Zelle wird durch ihre vier nächsten Nachbarn beeinflusst. Die Ummagnetisierung einer Zelle, also der Wechsel von $+1$ zu -1 oder umgekehrt, wird beschrieben durch die Ummagnetisierungsenergie – je größer sie ist, desto unwahrscheinlicher ist die Ummagnetisierung einer Zelle.

Um nicht nur rein deterministische Systeme zu beschreiben, sondern eine zufällige Komponente zu integrieren, wie sie für reale Systeme bei Temperaturen oberhalb des absoluten Nullpunkts üblich ist, wird außerdem ein Parameter eingeführt, der die Wahrscheinlichkeit einer „falschen“ Magnetisierung definiert. Ist dieser Wert 0, so handelt es sich um ein deterministisches System; für einen Wert von 0,5 liegt beispielsweise ein paramagnetisches System vor und für höhere Werte bis zu 1 ein antiferromagnetisches System. Der für viele Anwendungen interessanteste Bereich zwischen 0 und 0,5 entspricht einem ferromagnetischen System (falls magnetische Partikel betrachtet werden).

Ferner kann der Wert des externen Feldes angegeben werden, wobei Werte von ± 1 ausreichen, um alle anderen Wechselwirkungen zu dominieren. In den voreingestellten Hysteresekurven werden Maximalfelder von $\pm 0,1$ ($\pm 0,2$) genutzt.

Zuletzt muss die Geschwindigkeit betrachtet werden, mit der das äußere Feld variiert wird. Hierzu kann einerseits das voreingestellte Makro verändert werden; einfacher lässt sich der Einfluss der Feldänderungsgeschwindigkeit untersuchen, wenn die Iterationszahl in dem Tabellenkalkulationsprogramm von 1 auf einen höheren Wert verändert wird.

3. Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden beispielhaft einige der Ergebnisse dargestellt, die Studierende mit Hilfe des Programms „MagCalc“ erzielen können.

Zunächst ist in Abbildung 2 der Einfluss der Wahrscheinlichkeit eines „falschen“ Magnetisierungszustandes dargestellt. Im vollständig deterministischen Fall (Wahrscheinlichkeit 0) erhält man die breiteste Hysteresekurve, die sich für einen kleinen Wert der Wahrscheinlichkeit eines „falschen“ Zustandes von 0,1 bereits deutlich verändert. Zunehmende Werte dieser Wahrscheinlichkeit führen zu einem wachsenden „paramagnetischen“ (bzw. reversiblen) Anteil in der Hysteresekurve, bis die Kurve ab einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 schließlich vollständig reversibel ist (hier nicht dargestellt).

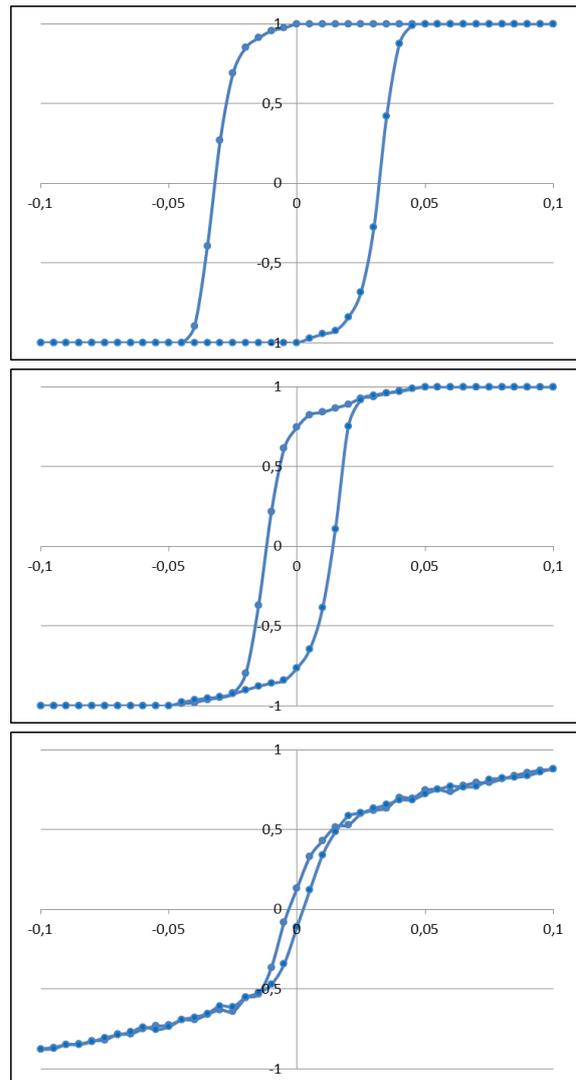


Abb. 2: Hysteresekurven, berechnet für einen Einfluss der Ummagnetisierungsenergie von 0,1 und eine Wahrscheinlichkeit des „falschen“ Zustandes von 0 (oben, deterministischer Fall), 0,1 (Mitte), 0,3 (unten, großer paramagnetischer Anteil).

Abbildung 3 zeigt die Auswirkungen einer Veränderung der Ummagnetisierungsenergie. Ist dieser Wert 0, kann jede Zelle ohne jeglichen Energieaufwand umschalten. Ihr Wert wird daher ausschließlich von den Nachbarzellen bestimmt. Die entsprechende Hysteresekurve ist relativ schmal, der komplette Ummagnetisierungsprozess ist schnell vollzogen, weshalb die Hysteresekurve relativ steile Flanken aufweist.

Sobald die Ummagnetisierungsenergie eingeschaltet wird (Abbildung 3, mittleres Bild), wird die Hysteresekurve deutlich breiter, und die Steigung der Flanken nimmt ab. Hier sind offensichtlich größere Änderungen des externen Feldes notwendig, um eine Veränderung der Gesamtmagnetisierung zu bewirken. Im Extremfall einer maximalen Ummagnetisierungsenergie von 1 haben die Nachbarn keinen Ein-

fluss mehr auf das Verhalten einer Zelle; deren Wert wird nur noch durch das äußere Feld bestimmt, wobei das Koerzitivfeld (die halbe Breite der Hystereseurve bei verschwindender Gesamtmagnetisierung) durch die Ummagnetisierungsenergie festgelegt ist.

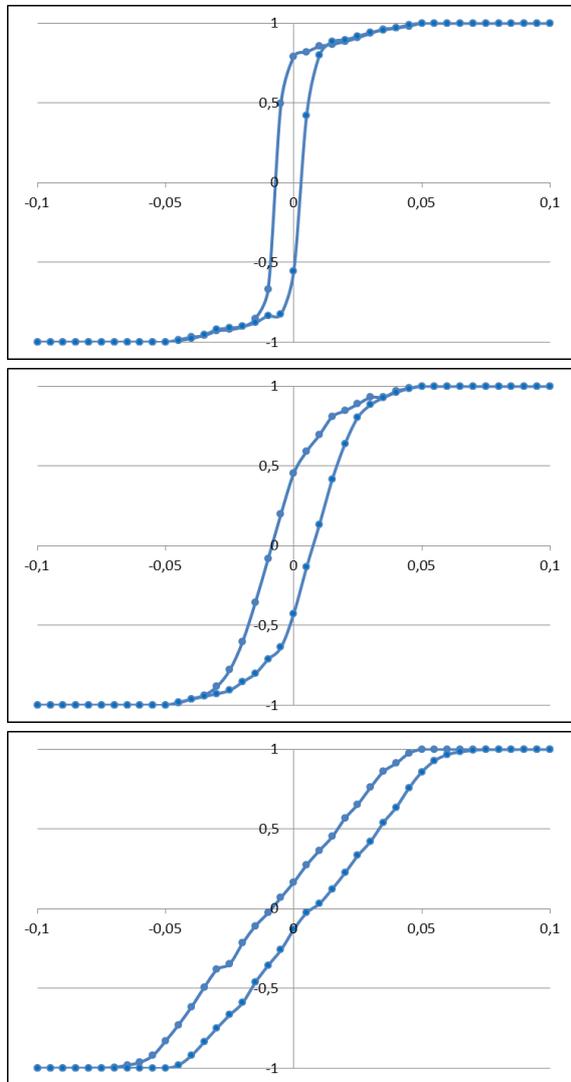


Abb. 3: Hystereseurven, berechnet für eine Wahrscheinlichkeit des „falschen“ Zustandes von 0,1 und einen Einfluss der Ummagnetisierungsenergie von 0 (oben, Umschalten nur von Nachbarzellen abhängig), 0,1 (Mitte), 1 (unten, Umschalten unabhängig von Nachbarzellen).

Während die bisherigen Abhängigkeiten von verschiedenen Parametern leicht zu verstehen und aus realen Systemen bekannt sind, findet man in Ising-Systemen einen weiteren Parameter, der die Hystereseurven signifikant beeinflusst: die Geschwindigkeit, mit der das äußere Feld durchfahren wird. Aus der Literatur ist bekannt, dass für sehr geringe Geschwindigkeiten, also quasi-statische Kurven, die Hysterese verschwindet und in eine reversible Kurve

übergeht [9,10]. Dies kann leicht untersucht werden, indem die Anzahl der Iterationen pro Feldschritt erhöht wird. Abbildung 4 zeigt zum Vergleich Iterationszahlen von 1, 10 und 100. Man erkennt deutlich, dass bereits 10 Iterationen pro Feldschritt zu einer massiven Verschmälerung der Hysterese führen, während bei 100 Iterationsschritten schon eine vollständig reversible Kurve, wie in einem Paramagneten, vorliegt.

Dieser Effekt muss insbesondere beim Vergleich von Kurven mit verschiedenen Parameteränderungen in Betracht gezogen werden, da qualitative Vergleiche mit Hilfe von Ising-Modellen nur möglich sind, wenn die Schrittweite, mit der das äußere Feld durchfahren wird, in allen Fällen identisch bleibt.

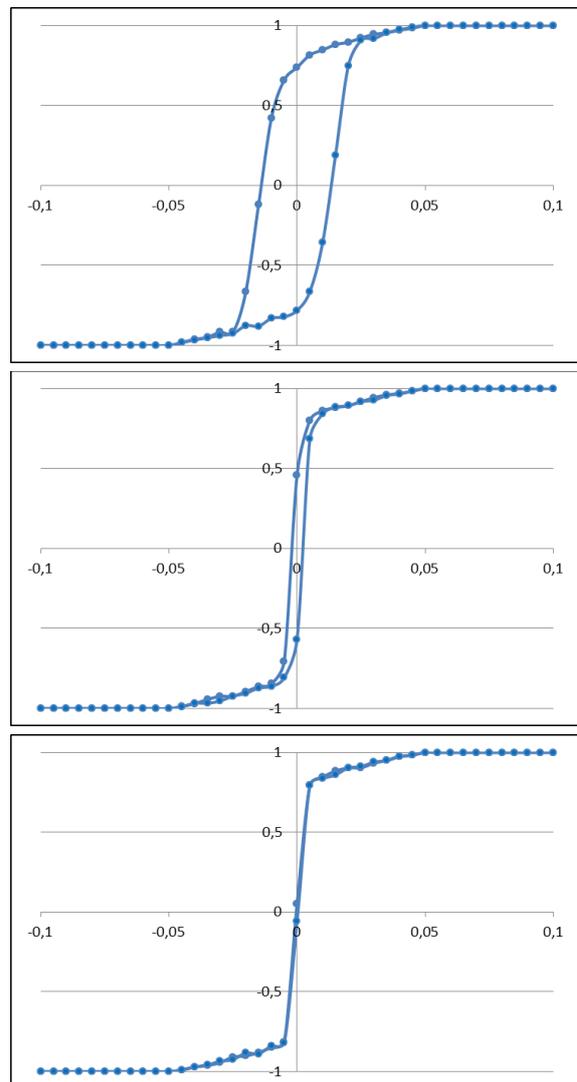


Abb. 4: Hystereseurven, berechnet für eine Wahrscheinlichkeit des „falschen“ Zustandes von 0,1 und einen Einfluss der Ummagnetisierungsenergie von 0,1, für Iterationszahlen von 1 (oben), 10 (Mitte) und 100 (unten).

4. Zusammenfassung und Ausblick

In einem aktuellen Projekt wurde ein einfaches Programm entwickelt, das – basierend auf einer Tabellenkalkulation – die Untersuchung von vollständigen Hysteresekurven sowie den einzelnen Schritten mittels eines Ising-Modells erlaubt. Mit Hilfe dieses Programms lässt sich die Abhängigkeit einer Hysteresekurve von verschiedensten Parametern untersuchen.

Da das Programm frei verfügbar [11] und beliebig veränderbar ist, können die Studierenden weitere Tests vornehmen, auch ohne sich genauer mit der Programmierung des Makros beschäftigen zu müssen: Sie können beispielsweise das Verhalten eines Ferrimagneten simulieren, indem der Wert +1 unterändert bleibt und der Wert -1 durch -0,5, -3 o. a. ersetzt wird. Die Dimension des Partikels lässt sich durch einfaches Einfügen oder Löschen von Zeilen und Spalten variieren. Selbst ein Exchange Bias lässt sich erzeugen, indem das Programm auf drei Dimensionen erweitert und in einer oder mehreren Lagen „Domänengrenzen“ fixiert werden (entsprechende Programmversion von den Autoren erhältlich).

Neben dieser Version MagCalc1.0, die auf einer Tabellenkalkulation beruht, ist auch eine neue Version MagCalc 2.0 erhältlich, die mit C++ programmiert wurde (Code-Implementierung: Maksym Walczak) und ebenfalls mit dem Quellcode frei verfügbar ist [11]. Studierende, die über Kenntnisse in C++ verfügen, können diese Version ebenfalls frei weiterentwickeln, um damit verschiedenste Varianten von Ising-Systemen zu testen.

5. Literatur

- [1] Beckmann, B.; Nowak, U.; and Usadel, K. D. (2003): Asymmetric Reversal Modes in Ferro-

magnetic/Antiferromagnetic Multilayers. In: Phys. Rev. Lett. 91, 187201

- [2] Potter Jr., B. G.; Tikare, V.; and Tuttle, B. A. (2000): Monte Carlo Simulation of Ferroelectric Domains in Two Dimensions. In: J. Appl. Phys. 87, 4415
- [3] Gor, G. Yu; Rasmussen, C. J. and Neimark, A. V. (2012): Capillary Condensation Hysteresis in Overlapping Spherical Pores: Monte-Carlo Simulations Study. In: Langmuir 28, 12100-7
- [4] Spektrum – Lexikon der Physik: Anelastizität, URL: <http://www.spektrum.de/lexikon/physik/anelastizitaet/516>
- [5] Bouc, R. (1967): Forced vibration of mechanical systems with hysteresis. In: Proceedings of the Fourth Conference on Nonlinear Oscillation (Prague, Czechoslovakia) p. 315
- [6] Wen, Y. K. (1976): Method for random vibration of hysteretic systems. In: Journal of Engineering Mechanics 102, 249-63
- [7] Mayergoyz, I. D. (2003): Mathematical Models of Hysteresis and their Applications: Second Edition (Electromagnetism). Academic Press. ISBN 978-0-12-480873-7
- [8] Ising, E. (1925): Beitrag zur Theorie des Ferromagnetismus. In: Zeitschrift für Physik 31, 253-8
- [9] Goldsztein, G. H.; Broner, F. and Strogatz, S. H. (1997): Dynamical Hysteresis without Static Hysteresis: Scaling Laws and Asymptotic Expansions. In: SIAM J. Appl. Math. 57, 1163-85
- [10] Acharyya, M. (1998): Comparison of mean-field and Monte Carlo approaches to dynamic hysteresis in Ising ferromagnets. In: Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 253, 199-204
- [11] VIARAM, <http://www.viaram.org> → Downloads