Darstellungen funktionaler Zusammenhänge im Physikunterricht

- Darstellungswechsel in der Sekundarstufe 1 -

Marie-Annette Geyer*, Gesche Pospiech*

*TU Dresden, Didaktik der Physik
marie-annette.geyer@tu-dresden.de, gesche.pospiech@tu-dresden.de

Kurzfassung

Funktionale Zusammenhänge haben sowohl im Mathematik- als auch im Physikunterricht der Sekundarstufe 1 eine große Bedeutung. In letzterem dienen sie der mathematischen Modellierung physikalischer Phänomene. Das Wechseln zwischen verschiedenen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge stellt dabei eine entscheidende Kompetenz der Schüler dar.
Für solche Darstellungswechsel wurde ausgehend von physik- und mathematikdidaktischen Forschungsergebnissen ein Modell für den Physikunterricht entwickelt. Mit Hilfe dessen ist es möglich, Darstellungswechsel im Physikunterricht genauer zu beschreiben und zu analysieren.
Erste Ergebnisse aus der Pilotstudie des Promotionsprojektes lassen auf unterschiedliche Bearbeitungsmuster von Schülern beim Wechsel von Darstellungen funktionaler Zusammenhänge schließen.

1. Ausgangssituation

Entsprechend den Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss im Fach Physik [1] wird von den Schülern der Sekundarstufe 1 im Physikunterricht verlangt, dass sie einfache Mathematisierungen anwenden. Funktionale Zusammenhänge und Strukturen mitsamt ihrer Darstellungen stehen dabei im Mittelpunkt, da sie eine wichtige Rolle beim Modellieren physikalischer Phänomene einnehmen. In den zentralen Vorgaben für die Sekundarstufe 1 wird in diesem Zusammenhang von einem *angemessenen* Verständnis bzw. einer *angemessenen* Verwendung gesprochen [1]. Es stellen sich die Fragen: Was ist für Schüler der Sekundarstufe 1 angemessen? Was kann man von ihnen erwarten?

2. Darstellungswechsel im Physikunterricht

Das Verständnis funktionaler Zusammenhänge scheint mit der Fähigkeit, zwischen ihren Darstellungen zu wechseln, in Beziehung zu stehen (vgl. bspw. [2], [3]). Unter Darstellungswechsel sind im Folgenden Wechsel zwischen Graphen, Tabellen, algebraischen Ausdrücken und Situationen bzw. verbalen Beschreibungen zu verstehen (vgl. [4]).

2.1. Modell für Darstellungswechsel im Physikunterricht

Um den Wechsel zwischen einer Ausgangs- und Zieldarstellung differenziert beschreiben und analysieren zu können, wurde das in Abbildung 1 dargestellte Modell ausgehend von mathematik- ([5]) und physikdidaktischen ([6], [7]) Forschungsergebnissen entwickelt.

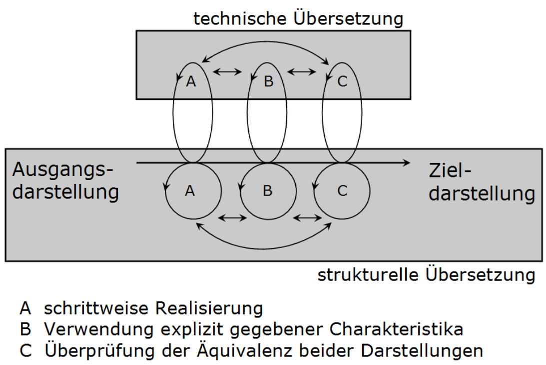

Abb.1: Darstellungswechsel im Physikunterricht

Bei einer Übersetzung zwischen zwei verschiedenen Darstellungen können drei verschiedene Konstrukte (A, B, C) auftreten, die sowohl einen technischen als auch einen strukturellen Schwerpunkt aufweisen können (technische bzw. strukturelle Übersetzung). Dabei ist die Vollständigkeit, Häufigkeit und Anordnung des Auftretens der Konstrukte beliebig.

- Konstrukt A: schrittweise Realisierung

Dieses Konstrukt wurde ausgehend vom Konstrukt *implementation verification* nach Adu-Gyamfi et al. [5] entwickelt und betont das algorithmische Vorgehen bei einem Darstellungswechsel. Damit ist es auf einer eher reproduktiven Ebene zu betrachten. Das Erkennen der vorhandenen physikalischen Größen in der Ausgangsdarstellung, der Art ihrer Abhängigkeiten und das Finden der Zieldarstellung durch Berechnung fehlender Werte sind diesem Konstrukt zuzuordnen.

- Konstrukt B: Verwendung explizit gegebener Charakteristika

Ähnlich wie das Konstrukt *attribute verification* nach Adu-Gyamfi et al. [5], stellt dieses Konstrukt die Verwendung wichtiger Merkmale der Darstellungen beim Wechsel in den Fokus. So kann die Zieldarstellung durch die Verwendung und/oder Interpretation explizit gegebener Werte oder Eigenschaften der Ausgangsdarstellung gefunden werden.

- Konstrukt C: Überprüfung der Äquivalenz beider Darstellungen

Im Sinne des Konstrukts *equivalence verification* nach Adu-Gyamfi et al. [5] wird bei diesem Konstrukt die Übereinstimmung von Ausgangs- und Zieldarstellung im Ganzen überprüft. Das bedeutet, dass die Äquivalenz beider Darstellungen durch die Berücksichtigung von nicht explizit gegebenen (berechneten) Werten und/oder Gültigkeitsgrenzen kontrolliert wird.

Alle drei Konstrukte können sowohl als Teil einer technischen als auch einer strukturellen Übersetzung auftreten. Diese Unterscheidung ist aufgrund der technischen und strukturellen Rolle der Mathematik in der Physik (vgl. [6], [7]) getroffen worden.

So kann beispielsweise das Erkennen der Abhängigkeiten der vorhanden physikalischen Größen in der Ausgangsdarstellung nur über die mathematische Symbolik (technische Übersetzung) oder in enger Verknüpfung zur physikalischen Bedeutung (strukturelle Übersetzung) erfolgen.

2.2. Beispiel eines Darstellungswechsels

Es soll ein Darstellungswechsel von einem Diagramm (vgl. Abbildung 2) zu einer Formel erfolgen.

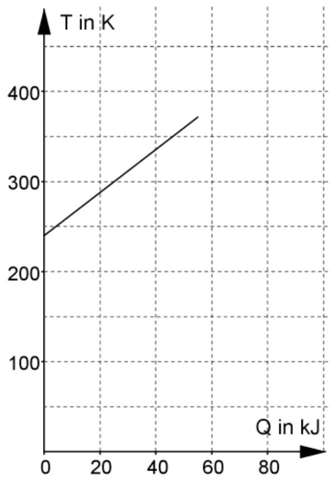

Abb.2: Graph als Ausgangsdarstellung

In Abbildung 3 werden mögliche Schritte während des Darstellungswechsels den Konstrukten des Modells aus Abbildung 1 zugeordnet.

T hängt aufgrund der Achsenzuordnung im Diagramm von Q ab. T(Q)	A technisch
Im Diagramm ist die Abhängigkeit der Temperatur in Kelvin von der Wärme in Kilojoule dargestellt.	A strukturell
Im Diagramm ist der Graph einer linearen Funktion dargestellt. T = m·Q + n	A technisch
Der konstante Summand n entspricht dem Achsenabschnitt auf der Ordinate im Diagramm. T = m·Q + 240	B technisch
Der Achsenabschnitt auf der Ordinate entspricht der Anfangstemperatur in Kelvin. 240 Kelvin ist eine mögliche Anfangstemperatur, da sie größer als 0 Kelvin ist. T = m·Q + 240 K	B strukturell
Der Anstieg m berechnet sich als Quotient aus ΔT durch ΔQ. T = 2,4·Q + 240 K	A technisch
Die Einheit des Anstieges ergibt sich mittels Einheitenrechnung. T = 2,4 K/kJ ·Q + 240 K	A strukturell
Im Diagramm handelt es sich um eine monoton steigende lineare Funktion. Der berechnete Anstieg ist positiv.	C technisch
Der Anstieg des Graphen hängt von den Eigenschaften des Körpers ab, der erhitzt wird. Er ist abhängig von seiner Masse und seiner spezifischen Wärmekapazität. Es findet keine Aggregatzustandsänderung von 240 Kelvin bis ca. 370 Kelvin statt. Es könnte sich um ca. 460 g Aluminium oder 3,2 kg Blei handeln, das erhitzt wird.	C strukturell
T(40) = 2,4·40 + 240 T(40) = 336 Dieses Wertepaar liegt auf dem dargestellten Graphen.	C technisch

Abb.3: mögliches Vorgehen beim Finden der Zieldarstellung Formel

3. Ziele und Forschungsfragen

Um der eingangs aufgeführten Frage der Angemessenheit des Verständnisses und der Verwendung von Mathematisierungen in der Sekundarstufe 1 nachzugehen, sollen die Ausgangsvoraussetzungen und Denk- und Lernprozesse der Schüler erforscht werden.

Mit Hilfe des theoretisch entwickelten Modells werden Darstellungswechsel, die die Schüler im Physikunterricht ausführen, analysiert.

Es stellen sich folgende Fragen:

a) Wie bearbeiten Schüler physikalisch-mathematische Problemaufgaben, die verschiedene Darstellungswechsel funktionaler Zusammenhänge erfordern? Welche typischen Bearbeitungsmuster gibt es?

b) Welche Schwierigkeiten haben Schüler bei der Bearbeitung dieser Aufgaben?

4. Studiendesign

In einer explorativen Laborstudie bearbeiten Schüler der 8. Klassenstufe physikalisch-mathematische Problemaufgaben der Wärmelehre, die Darstellungswechsel funktionaler Zusammenhänge erfordern. Nachdem die Schüler sich zunächst in Stillarbeit mit den Aufgaben beschäftigt haben, finden sie zu zweit eine gemeinsame Lösung und verschriftlichen diese. Dabei werden sie zum lauten Denken aufgefordert. Im Anschluss findet eine Nachbefragung statt, in der auf Unklarheiten oder Auffälligkeiten eingegangen wird.

Es wurden Konstruktions-, Identifikations- und Beschreibungs- bzw. Erklärungsaufgaben entwickelt (vgl. elements of cognitive actions nach Nitsch et al. [8]), die Darstellungswechsel zwischen Graphen, algebraischen Ausdrücken, Tabellen und Situationen bzw. verbalen Beschreibungen berücksichtigen.

Die folgende Beispielaufgabe erfordert die Interpretation der gegebenen Formel, stellt also den Wechsel zwischen einem algebraischen Ausdruck und einer Situation bzw. verbalen Beschreibung in den Fokus. Sie ist eine Konstruktions- und Beschreibungs- bzw. Erklärungsaufgabe.

Physikalischer Vorgang gesucht

Folgende Formel ist gegeben: $Q = 0{,}5\,\text{kg} \cdot 4{,}19\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\,K} \cdot (90\,°\text{C} - 12\,°\text{C})$

1. Beschreibt einen möglichen physikalischen Vorgang, der zu dieser Formel gehören kann. Begründet eure Überlegungen.

Abb.4: Beispiel physikalisch-mathematische Problemaufgabe

Neben der Aufgabenbearbeitung durch die Schüler findet außerdem eine Erhebung zum physikalischen und mathematischen Vorwissen der Schüler und zu ihrer Sichtweise zu verschiedenen mathematischen Darstellungen im Physikunterricht statt. Diese Befragung wird mit mehreren Klassen durchgeführt, um die Stichprobe der Laborstudie einordnen zu können.

Außerdem ist es geplant, über Lehrerbefragungen die Gewohnheiten im Umgang mit mathematischen Darstellungen im Physikunterricht der teilnehmenden Schüler zu erfassen.

5. Erste Ergebnisse aus der Pilotstudie

In einer schriftlichen Befragung mit Schülern der 9. Klassenstufe zu Beginn des Schuljahres konnte der Problemcharakter der physikalisch-mathematischen Aufgaben bestätigt werden. Die in Abbildung 4 dargestellte Aufgabe wurde beispielsweise von 43% der Befragten falsch und von 18% der Befragten unvollständig gelöst (N=28). Eine richtige und vollständige Lösung wurde nicht erreicht.

Die im Setting der Laborstudie erhaltenen Bearbeitungsschritte der Schüler konnten in das oben dargelegte Modell zu Darstellungswechseln im Physikunterricht eingeordnet werden. Es zeigten sich bereits verschiedene Bearbeitungsmuster der Schüler, die entweder Schwerpunkte in der strukturellen oder in der technischen Übersetzung aufwiesen. Das Konstrukt der Überprüfung der Äquivalenz beider Darstellungen (C) trat bisher nicht auf.

In beiden Befragungen ließen sich erste Schwierigkeiten der Schüler bei der Bearbeitung der Aufgaben finden. So ordneten beispielsweise viele der Befragten die in Abbildung 4 aufgeführte Aufgabe enthaltene Formel einem Abkühlungsvorgang zu, da sie sich an der Symbolik des Minuszeichens orientierten.

6. Ausblick

Gegen Ende dieses Schuljahres wird die Hauptstudie mit Schülern der 8. Klassenstufe sächsischer Gymnasien durchgeführt. Die von ca. 15 Schülerpaaren bearbeiteten Aufgaben werden hinsichtlich der Bearbeitungsschritte und Schwierigkeiten der Schüler ausgewertet. Eine Grundlage zu ihrer Kategorisierung bildet jeweils das vorgestellte Modell zu Darstellungswechsel funktionaler Zusammenhänge im Physikunterricht. Die Analyse der Schülerschwierigkeiten soll ebenfalls hinsichtlich bereits vorhandener Kategorien aus der Mathematik- und Physikdidaktik erfolgen (z. B. [5], [9]).

7. Literatur

[1] KMK (2004): Beschlüsse der Kultusministerkonferenz. Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss. Luchterhand.

[2] Leuders, Timo; Prediger, Susanne (2005): Funktioniert's? – Denken in Funktionen. In: Praxis der Mathematik in der Schule, 47. Jg., Heft 2, S. 1-7.

[3] Gagatsis, Athanasios et al. (2006): An empirical four-dimensional model for the understanding of function. In: Novotná, J. et al. (Eds.), Proceedings of the 30th Conference of the Inter-

national Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3, pp. 137-144. Prague: PME. Url: http://eric.ed.gov/?id=ED496933

[4] Geyer, Marie-A.; Pospiech, Gesche (2015): Mathematik im Physikunterricht der Sekundarstufe 1 – Darstellungen funktionaler Zusammenhänge. In: Bernholt, S. (Hrsg.), Heterogenität und Diversität – Vielfalt der Voraussetzungen im naturwissenschaftlichen Unterricht. GDCP, Jahrestagung in Bremen 2014. Kiel: IPN. S. 630-632. Url: http://www.gdcp.de/index.php/tagungsbaende/tagungsband-uebersicht/161-tagungsbaende/2015/10168-2015-4436

[5] Adu-Gyamfi, Kwaku, Stiff, Lee V. & Bossé, Michael J. (2012). Lost in translation: Examining translation errors associated with mathematical representations. In: School Science and Mathematics, Volume 112(3), S. 159–170.

[6] Pietrocola, Mauricio (2008): Mathematics as structural language of physical thought. In: Vicentini, M. & Sassi, E. (Hrsg.), Connecting Research in Physics Education with Teacher Education, Bd. 2. ICPE.

[7] Karam, Ricardo & Pietrocola, Mauricio (2010). Recognizing the Structural Role of Mathematics in Physical Thought. In: M. F. Tasar & G. Çakmakci (Eds.). Contemporary science education research: International perspectives. (pp 65-76). Ankara: Pegem Akademi.

[8] Nitsch, Renate et al. (2014): Students' Competencies in Working with Functions in Secondary Mathematics Education - Empirical Examination of a Competence Structure Model. In: International Journal of Science and Mathematics Education, Vol. 13, Issue 3, pp. 657-682.

[9] Uhden, Olaf (2012): Mathematisches Denken im Physikunterricht. Berlin: Logos Verlag.