

Die beschleunigte Sanduhr

Johannes Staude, Joachim Haupt & Volkhard Nordmeier

Freie Universität Berlin, Fachbereich Physik, Didaktik der Physik Arnimallee 14, 14195 Berlin
<http://didaktik.physik.fu-berlin.de>
johannes.staude@t-online.de, joachim.haupt@fu-berlin.de, nordmeier@fu-berlin.de

Kurzfassung

Die Einwirkung äußerer Kräfte auf die Laufzeiten von Sanduhren wurde experimentell untersucht. Dabei wurde eine Sanduhr unterschiedlichen Schwingungs- und Rotationsbewegungen ausgesetzt. Während bei der Schwingung der Uhr quer zur Sandflussrichtung nur leichte Laufzeitverkürzungen festzustellen waren, wurden in frei hängender Rotation erstaunliche Durchflussraten erreicht. Die Ursprungslaufzeiten konnten auf weniger als 5% minimiert werden. Die Erklärung dieses Phänomens stößt an die Grenzen des üblichen Modell der Kraftbrücken, das sich z. B. beim Stauverhalten granularer Materie als Erklärungsmodell bewährt hat. Hier handelt es sich um ein eindrucksvolles Experiment, das mit einfachen Mitteln auch durch Schüler_innen durchgeführt werden kann.

1. Einleitung

Im diesem Beitrag wird die Einwirkung äußerer Kräfte auf das Laufzeitverhalten von Sanduhren analysiert. Im Rahmen einer Bachelorarbeit (J. Staude) wurde dabei untersucht, inwiefern Schwingungen in unterschiedlichen Richtungen und Rotationen um verschiedene Achsen die Laufzeiten handelsüblicher Sanduhren beeinflussen.

Das Thema Durchflussgeschwindigkeit von Sanduhren hat bereits Schlichting [1] beschäftigt. Er stellte eine Methode vor, wie man die Durchflussrate einer Sanduhr verringern kann. Nach Schlichting muss dazu lediglich durch Umschließen des unteren Sanduhrkolbens mit der Hand ein Temperaturgradienten zwischen dem unteren Kolben und dem oberen Kolben hergestellt werden. Der daraus resultierende größere Luftdruck im unteren Kolben und die damit verbundene Strömung in den oberen Kolben können den Sandfluss sogar stoppen.

Dieser Beitrag legt nun den Fokus nicht auf die Verlangsamung des Sandflusses, sondern auf dessen Beschleunigung. Im Rahmen der o. g. Bachelorarbeit wurden dazu verschiedene Versuchsaufbauten realisiert.

Im Folgenden werden zunächst die physikalischen Phänomene eingeführt werden, die beim Sanddurchlauf auftreten (Kap. 2.). Danach werden die Experimente dargestellt und Besonderheiten herausgehoben (Kap 3.) und Erklärungsansätze diskutiert (Kap 4.). Abschließend folgt die Darstellung einer möglichen Anwendung in der Schule (Kap. 5).

2. Grundlagen granulare Materie

Granulare Materie besitzt eine Vielzahl von Eigenschaften, die typisch für unterschiedliche Aggregatzustände sind. Das für die Experimente entscheidende Phänomen ist der Befund, dass in einer Sanduhr die Durchflussrate des Sandes nicht von der Höhe der Sandsäule über der Taille der Sanduhr abhängt. Sand fließt mit konstanter Geschwindigkeit durch die Sanduhr.

Dieses Phänomen kann durch *Kraftbrücken* erklärt werden, die sich zwischen den Sandkörnern bilden. Kraftbrücken bilden sich in jedem Granulat aus, das unter Druck steht. Durch die Reibung der Granulatkörner wird die Gewichtskraft an den Berührungstellen der Körner entlang zu den Behälterwänden geleitet (so welche vorhanden, ansonsten in den Boden). In einem Granulathaufen entstehen Kraftnetzwerke [2].

Betrachtet man beispielsweise den Granulatfluss in einem Rohr oder Trichter, so führt zusätzlicher Druck von oben sogar zu einer Verfestigung der Kraftbrücken und somit zum Stocken des Sandflusses.

3. Experimente

3.1 Experimente mit schwingenden Sanduhren

Als erstes wurde untersucht, wie sich die Laufzeiten von Sanduhren unter Einflüssen einer Schwingungsbewegung in, vertikal oder schräg zur Flussrichtung des Granulats verhalten. Für die Messungen wurden handelsübliche Sanduhren, wie man sie auch bei Gesellschaftsspielen findet, aus dem Spielwarenladen verwendet.

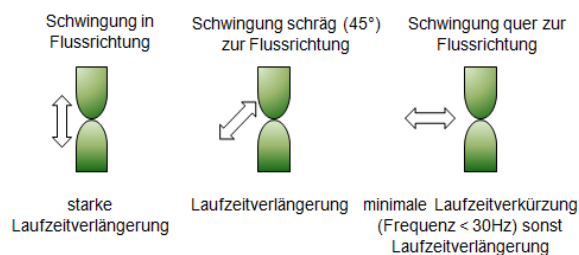


Abb. 1: Sanduhren in unterschiedlichen Schwingungsrichtungen und den daraus resultierenden Effekten

a) Schwingungen in Flussrichtung

Auf einen Lautsprecher stehend wurden Uhren durch die Lautsprechermembran in Sandflussrichtung in Schwingung versetzt (Abb. 1, links). Dabei verlängern sich die Sanduhrlaufzeiten vor allen bei hohen Frequenzen enorm. Es ging so weit, dass ab Frequenzen von über 60Hz gar keine Messung mehr durchführbar war, da der Sandfluss zum Erliegen kam. Grund hierfür waren allerdings wohl nicht die Kraftbrücken, sondern schlicht der Fakt, dass der Sand in der Frequenz der Schwingung im Glaskolben auf und hin hüpfte und so kein Sandstrom mehr durch die Taille möglich war.

b) Schwingungen vertikal zur Flussrichtung

Als zweites wurde die Schwingung rechtwinklig zur Flussrichtung untersucht (Abb.1, rechts). Hier kam es bei geringen Frequenzen um die 20Hz zu einer signifikanten Verkürzung der Laufzeit (bei einer 60s-Sanduhr immerhin um zwei Sekunden). Dieser Effekt könnte mit der Auflösung von Kraftbrücken erklärt werden. Eine Schwingung rechtwinklig zur Flussrichtung sorgt dafür, dass ein Kraftnetzwerk gar nicht erst entsteht.

Bei höheren Frequenzen verlängerte sich die Laufzeit allerdings wieder etwas. Der Sand stieß hier in großen Mengen an die Behälterwände und wurde so am Durchfluss gehindert.

c) Schwingungen schräg zur Flussrichtung

Wie in Abbildung 1 (mittig) auch zu sehen ist, wurde auch die Schwingung schräg zur Laufrichtung untersucht. Dabei war eine Überlagerung der Effekte aus den vorangegangenen Versuchen zu beobachten. Es ergaben sich sehr kleine Laufzeitverkürzungen und leichte Laufzeitverlängerungen bei niedrigen bzw. hohen Frequenzen.

3.2 Experimente mit rotierenden Sanduhren

Als nächstes wurden Rotationsversuche durchgeführt. Alle Versuche, bei denen die Sanduhr beispielsweise starr auf einer rotierenden Scheibe stand, blieben ohne nennenswerte Ergebnisse, da der Sand durch die Zentrifugalkräfte nach außen geschleudert wurde und der Sandfluss zum Erliegen kam. Bei direkter Rotation um die Achse stellten sich auch keine strudelförmige Strukturen wie bei rotierten Flüssigkeiten ein.

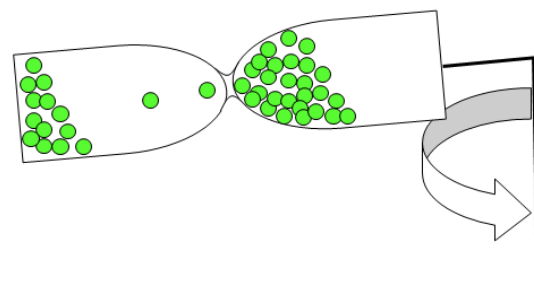


Abb. 2: Schema der Sanduhr im frei hängenden Rotationsversuch

Anschließend wurde die Sanduhr nicht mehr fest auf eine rotierende Scheibe gestellt, sondern an einem Ende mit dem rotierenden Körper (Rotationsscheibe) verbunden. So führte die Sanduhr eine „frei hängende Rotation“ aus (Abb. 2). Bei Einsetzen der Bewegung wurde sie durch die Zentrifugalkraft nahezu senkrecht ausgelenkt.

Eine 10min-Sanduhr verkürzte nun bei genügend hoher Frequenz des Motors ihre Laufzeit auf weniger als eine halbe Minute! Die Diagramme in den Abbildungen 3 und 4 zeigen die Durchflussraten (Vielfaches der Durchflussrate in Ruhe) in Abhängigkeit von der effektiven Beschleunigung (in Vielfachen der Erdbeschleunigung) bei einer 60s-



Abb. 3: Vielfaches der Ruhedurchflussrate durch die 60s-Sanduhr in Abhängigkeit von der erreichten effektiven Beschleunigung (fünf Messungen je Messpunkt)

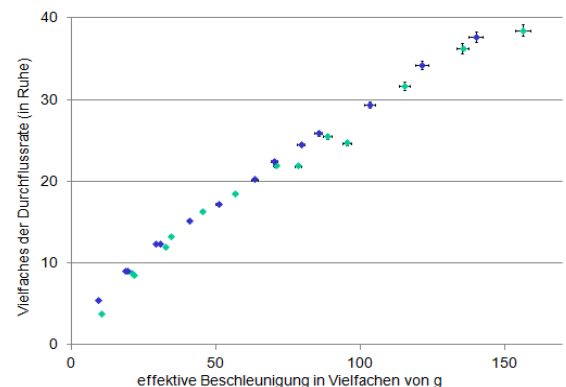


Abb. 4: Vielfaches der Ruhedurchflussrate durch die 10min-Sanduhr in Abhängigkeit von der erreichten effektiven Beschleunigung (zwei Messungen je Messpunkt)

Sanduhr und einer 10min-Sanduhr. Dabei handelt es sich bei der 10min-Sanduhr um zwei Einzelmessungen und bei 60s-Sanduhr um Messungen mit fünffacher Wiederholung. Aus der Rotationsfrequenz und dem experimentellen Aufbau (Abstand zur Drehachse) war es möglich, die ‚effektive Beschleunigung‘ abzuschätzen, die auf die Uhr bzw. die Sandkörner ausgeübt wurde. Aus der Laufzeit der Sanduhr wurde die Durchflussrate bestimmt.

Interessant ist auch eine Abschätzung der Kräfte, die durch ein einfaches Rotationsexperiment auf das Granulat in der Sanduhr wirken können. Bei den höchsten Frequenzen (<16Hz und einem Abstand von ca. 15cm zur Rotationsachse) ergab sich eine Beschleunigung, die die Erdbeschleunigung um das 150fache überstieg!

3.3 Hinweise zur Datenerfassung

Die Rotation der Sanduhr wurde mit einer handelsüblichen Digitalkamera aufgenommen. Dabei sind normalerweise bei einer Aufnahme mit 30 Bildern pro Sekunde lediglich geschwindigkeitsverwischte Aufnahmen zu erkennen. Dies kann mit Hilfe eines Stroboskops behoben werden. Dabei muss etwas Aufwand betrieben, um eine günstige Frequenzeinstellung für die Aufnahme zu finden¹. Dadurch war auf dem Film klarer zu erkennen, ob der Sand bereits durchgelaufen war oder nicht.

Für eine unterrichtliche Umsetzung bietet sich natürlich auch ein Stroboskop in Verbindung mit einer Zeitstopppung per Hand an. Dabei muss das Stroboskop natürlich auf die Rotationsfrequenz der Sanduhr eingestellt sein.

Um die Rotationsfrequenz der Sanduhr zu bestimmen, wurde eine Hochgeschwindigkeitskamera benutzt mit 1000 Bildern pro Sekunde verwendet. Alternativ könnte die Rotationsfrequenz auch mit dem Stroboskop bestimmt werden², oder durch akustische Verfahren.

4. Erklärungsansätze

Bei der Erklärung der enormen Reduzierung der Laufzeiten durch die Rotation einer Sanduhr stößt das Erklärungsmodell der Kraftbrücken bzw. -Netzwerke an seine Grenzen. Die durch die Erhöhung der auf die Sanduhr bzw. das Granulat wirkenden Zentripetalbeschleunigung, die damit die normale Erdbeschleunigung schnell um ein Vielfaches übersteigt, sollte sich durch die Ausbildung von Kraftbrücken in Granulaten keine Laufzeitverkürzung einstellen, sondern eher eine Verlängerung, denn durch zusätzliche Kräfte in Flussrichtung

¹ Die Einstellung auf 30 Bilder pro Sekunde kann zu günstigen Aufnahmen führen, aber wir haben auch gute Erfahrungen mit höheren Frequenzen gemacht.

² Ablesen der Frequenzeinstellung des Stroboskops, wenn man genau bei einem Umlauf ist. Dazu ist es natürlich notwendig, auch die Frequenz einzustellen, bei der die Uhr an zwei gegenüberliegenden Stellen ‚statisch‘ erscheint. Folglich wurde genau die doppelte Rotationsfrequenz eingestellt.

müsste sich die Ausbildung von Kraftbrücken eher verstärken. Dieser Hypothese widersprechen aber die experimentellen Befunde.

Insbesondere in Diagramm in Abbildung 4 ist sogar ein nahezu linearer Zusammenhang zu erkennen. D.h. auch ein möglicher Erklärungsansatz, bei dem die Kraftbrücken ab einem bestimmten Wert der Krafteinwirkung versagen, hätte zur Folge, dass in den Diagrammen wenigstens andeutungsweise zu erkennen sein müssen, dass beispielsweise zu bestimmten kritischen Werten die Durchflussraten konstant bleiben und dann ggf. in Stufen ansteigen müssten (o.ä.). Die granulare Materie verhält sich hier eher wie eine Flüssigkeit.

Um die eben dargestellte Beobachtung zu erklären, bedarf es eines neuen Kraftbrücken-Modells oder einer leichten Erweiterung: Eine unserer Vermutungen stützt sich auf die Beobachtungen bei feinen Granulaten. Hier ist zu beobachten, dass die Kraftbrücken den Sandstrom nicht kontinuierlich bremsen, sondern ihn kurzzeitig völlig aufhalten. Nach einer kurzen Zeit bricht die Kraftbrücke dann durch äußere Einflüsse in sich zusammen und der Sand fließt wieder ungehindert ohne Behinderung (wie eine Flüssigkeit) bis zum nächsten Stopp, der durch die nächste Kraftbrücke verursacht wird. Nennen wir diese Beschreibung *Stop-and-Go-Prinzip*.

Übertragen auf den Granulatfluss in einer Sanduhr würde das bedeuten: In den *Go*-Phasen, in denen der Sand ungehindert fließen kann, könnte auch die Zentrifugalkraft bei der Rotationsbewegung ungehindert angreifen und den Sandfluss beschleunigen.

Insgesamt ließe sich der Prozess dann so beschreiben, dass sich in einer Sanduhr innerhalb des Granulats ständig Kraftbrücken auf- und abbauen und dass sich das Granulat unterhalb dieser Kraftbrücken im freien Fall befindet – bei rotierten Uhren dann extrem beschleunigt.

Allerdings erstaunt selbst bei diesem *Stop-and-Go-Prinzip* das Maß an Zeitverkürzung, das bei Sanduhren erreicht werden kann.

Noch nicht betrachtet wurden beispielsweise die Austauschprozesse des Gasvolumens in der unteren Hälfte der Sanduhr.

5. Einsatz in der Schule

Obwohl die Physik granularer Materie den Schüler_innen nicht geläufig sein dürfte, lässt sich das Phänomen der Kraftbrückenbildung leicht und schnell verdeutlichen [3-5]. (Auch als Erklärungsansatz, warum der Sand in einer Sanduhr in konstanter Rate rieselt.)

Von diesem Ansatz ausgehend können die Schüler_innen auch Hypothesen bilden über die Ausgänge der Experimente bilden. Der überraschende Erkenntnisgewinn zum Versuch zur frei hängenden Rotation sollte dann auch bei Schüler_innen einen kognitiven Konflikt auslösen. Hier werden die Grenzen von Modellen sichtbar.

Der Rotationsversuch lässt sich zudem sehr einfach mit einem Freihandversuch nachahmen: Dazu wird ein reißfester Faden mit einem Ende der Sanduhr verbunden. Nun kann die Sanduhr (wie ein Lasso) im Kreis rotiert werden und es zeigen sich die gleichen Laufzeitverkürzungen wie im Laborexperiment. Mit Hilfe von Kameraaufnahmen kann auch hier die Umlauffrequenz ermittelt werden.

Um diesen Versuch mit einfachen experimentellen Mitteln, wie sie häufig in der Schule zur Verfügung stehen, auf ein quantitatives Niveau zu heben, sollte die Rotationszeit festgelegt werden, nach der die Rotation abgebrochen wird. Diese muss kleiner als die Durchlaufzeit sein.

Den in der Sanduhr verbliebenen Sand lässt man ohne Rotation zu Ende durchlaufen. Dann kann aus dieser Gesamtzeit ermittelt werden (mit Kenntnis zur Ruhedurchlaufzeit), wie stark die Durchflussrate verringert wurde. Mit folgender Gleichung können die Schüler_innen die Durchflussrate in Vielfachen der Ruhedurchflussrate ermitteln:

$$D = \frac{t_{\text{Ruhe}} - \bar{t}}{t_{\text{rot}}} + 1$$

Dabei ist t_{Ruhe} die Ruhedurchlaufzeit der Sanduhr (bei einer 60s Sanduhr also ca. 60s). \bar{t} bezeichnet Laufzeit der Uhr im Experiment, einschließlich der Zeit, die Sie in Rotation verbringt. Abschließend ist t_{rot} die Zeit, die die Sanduhr rotiert.

6. Literatur

- [1] Schlichting H.-J. (2006): *Wie man die Zeit aufhalten kann*. In: Physik in unserer Zeit 2, S. 37.
- [2] Tighe, B. P.; Snoeijer, J. H.; Vlugt, T. J. H.; Van Hecke, M. (2010): *The force network ensemble for granular packings*. In: Soft Matter, 6 S. 2908-2917.
- [3] Nordmeier, V.; Schlichting H. J. (2006): *Einfache Experimente zur Selbstorganisation - Strukturbildung von Sand und anderen Granulaten*. In: Unterricht Physik 17/94, S. 28-31.
- [4] Fromme, B.: *Feuerräder, Zebrastrreifen und Lawinen - Experimente mit granularer Materie*. <http://www.physik.uni-bielefeld.de/didaktik/Experimente/FeuerraederCD05.pdf> (zuletzt eingesehen am 21.05.2014), 2005, S. 15
- [5] Weber S.: *Granulare Materie I. Schüttgut in Ruhe - ein ungewöhnlicher Festkörper*. http://www.physikdidaktik.uni-bayreuth.de/projekte/piko/GranulareMaterie1_WeberSM.pdf (zuletzt eingesehen am 21.05.2014), S. 23 ff