

## Schüler beobachten den Urknall mit einem C11-Teleskop

Hans-Otto Carmesin \*

\*Gymnasium Athenaeum Stade, Harsefelder Straße 40, 21680 Stade  
Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien, Stade, Bahnhofstraße 5, 21682 Stade  
Fachbereich 1, Institut für Physik, Universität Bremen, 28334 Bremen  
[Hans-Otto.Carmesin@t-online.de](mailto:Hans-Otto.Carmesin@t-online.de)  
URL: <http://hans-otto.carmesin.org>

### Kurzfassung

Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 6-12 haben den Urknall mit einem Teleskop vom Typ C11 selbstständig beobachtet. Zudem haben sie ihre Ergebnisse ausgewertet, gedeutet und die zugehörigen Theorien hergeleitet. Weiterhin haben sie mit dem Physiknobelpreis 2011 ausgezeichnete Beobachtungen von Galaxien mit Rotverschiebungen  $\Delta\lambda/\lambda$  über 0,2 ausgewertet und quantitative Schlussfolgerungen über die kosmologische Raumkrümmung, die Materiedichte und die Dichte der dunklen Energie hergeleitet. Auch haben sie das Projekt mehrfach öffentlich präsentiert. Ferner haben Viertklässler die Beobachtungen in sehr vereinfachter Form ausgewertet. Hier berichte ich über die Erfahrungen aus diesem Projekt, die sich gut auf andere Lerngruppen übertragen lassen.

### 1. Einleitung

Viele Schülerinnen und Schüler würden gerne selbst einmal sehen, was davon zu halten ist, wenn Erwachsene behaupten, es hätte vor 14 Milliarden Jahren einen Urknall gegeben [1]. Bisher ist das selten möglich, weil man den Urknall mit relativ großen Teleskopen beobachtet. Ein einigermaßen kleines Teleskop setzte die Orange Lutheran High-School [2] aus Orange in Kalifornien (USA) ein, als sie galaktische Rotverschiebungen mit einem 14-Zoll-Teleskop bestimmte. Allerdings wurden dabei nicht die Entfernungen der Galaxien ermittelt.

Hier berichte ich über ein Projekt, bei dem Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 6-12 an der Sternwarte des Gymnasiums Athenaeum in Stade mit einem 11-Zoll-Teleskop den Urknall beobachtet haben. Konkret haben sie signifikante und hochsignifikante Rotverschiebungen sowie Entfernungen von Galaxien bestimmt, diese kosmologisch gedeutet, das sogenannte Weltalter ermittelt und ihre Ergebnisse öffentlich präsentiert.

### 2. Ziele des Projekts

Der Urknall ist aus Sicht der Schülerinnen und Schüler spekulativ. Denn sie wissen, dass kein Mensch als Augenzeuge dabei war. Auch wissen sie, dass der Urknall gerne öffentlich bezweifelt wird, beispielsweise erregen selbst Physikprofessoren und Physiknobelpreisträger mit der These Aufsehen, der Urknall sei im Grunde nichts als Marketing [3]. Ein Ziel des Projekts ist daher, möglichst vielen Schülerinnen und Schülern eine selbstständige Beobachtung und Analyse des Urknalls zu ermöglichen. Hierfür ist ein möglichst kleines und kostengünstiges Teleskop von Vorteil. Deshalb wird nicht ein Teleskop benötigt, das möglichst genaue Messwerte

liefert, es genügt Messwerte zu erhalten, die reproduzierbar, eindeutig und signifikant sind.

Die Beobachtung des Urknalls wurde mit Schülerinnen und Schülern entwickelt und durchgeführt. Dadurch wurden die Ziele verfolgt, Kompetenzen zu entwickeln, Kompetenzerlebnisse zu ermöglichen, Interessen zu wecken, eigenständiges Handeln und Bewerten anzuregen und Talente zu fördern.

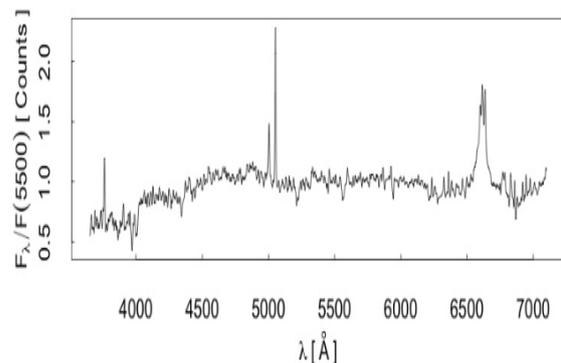


Abb. 1: Spektrum der Galaxie NGC 3516 [5]. Die große breite Emissionslinie oberhalb 6563 Angström ist die H-Alpha-Linie. Diese wurde bevorzugt beobachtet.

### 3. Zusammensetzung der Teams

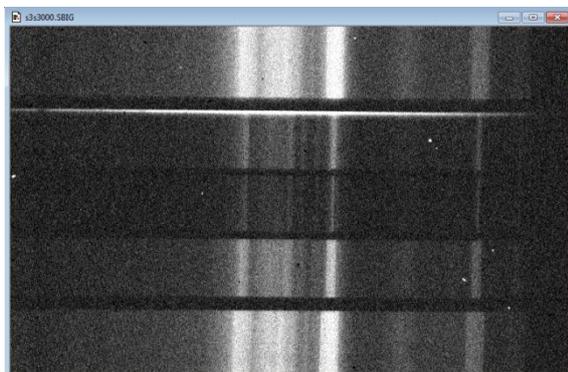
Zwei Schüler der Klassenstufen elf und zwölf beteiligten sich am notwendigen Ausbau unserer Sternwarte und entwickelten schrittweise ein effektives Beobachtungsverfahren [4]. Ungefähr 15 Schülerinnen und Schüler der Arbeitsgemeinschaft für Astronomie nahmen an Beobachtungen teil, entwickelten Modellversuche, Veranschaulichungen sowie Erklärungen und stellten diese an einem gut besuchten Astronomieabend in der Aula und bei verschiedenen

passenden Anlässen öffentlich vor. Inzwischen hat sich ein drittes Team gebildet, das sich zum Ziel gesetzt hat die Beobachtung zu vereinfachen und das Signal-Rausch-Verhältnis zu verbessern.

#### 4. Eingesetzte Technik

Unser Teleskop vom Typ Celestron 11 befindet sich in einer Kuppel mit 2 m Durchmesser. Es wird von der Montierung Gemini 40 getragen. Wir verwenden den Deep-Space-Spektrographen DSS-7 der Firma SBIG. Wir setzen die Kamera ST-402 der Firma SBIG ein. Zur Navigation verwenden wir ein Sucherfernrohr mit 300 mm Brennweite mit der Kamera EOS der Firma Canon sowie die Steuerung FS-20 der Firma Koch.

Etwas komfortabler wäre hier eine Robotik-Montierung, wie sie von der Orange Lutheran High School verwendet wurde [2]. Zudem könnte eine Kamera mit weniger fehlerhaften Pixeln (s. Abb. 2) das Signal-Rausch-Verhältnis weiter verbessern.



**Abb. 2:** Aufnahme des Spektrums der Galaxie NGC 3516: Spaltbreiten von oben nach unten: 400  $\mu\text{m}$ , 100  $\mu\text{m}$ , 50  $\mu\text{m}$ , 200  $\mu\text{m}$  und 400  $\mu\text{m}$ . Die waagerechte helle Linie stellt das Licht der Galaxie dar. Die übrigen senkrechten Linien repräsentieren hauptsächlich den Lichtsmog über Städe. Die hellen Punkte kommen durch Fehler der Kamera zustande.

#### 5. Auswahl der Galaxien

Da unser Teleskop relativ klein ist, ist es schwierig überhaupt aussagekräftige Spektren (s. Abb. 1 und [5]) entfernter Galaxien zu erstellen. Dies wird zusätzlich dadurch erschwert, dass der Lichtsmog in Städe nicht zu vernachlässigen ist. Daher wählen wir Galaxien mit möglichst ausgeprägten Linien. Das sind Galaxien, in denen viele neue Sterne entstehen [6,7]. Ein Beispiel ist die Galaxie NGC 3516 (s. Abb. 1 und [5]).

#### 6. Beobachtung

Die Schülerinnen und Schüler führten Beobachtungen an insgesamt fünf Galaxien durch (s. z. B. Abb. 2). Diese Beobachtungen enthielten anfangs noch recht umfangreiche statistische Streuungen. Daher stelle ich hier Beobachtungen an drei Galaxien dar, bei denen die Streuung auf der Grundlage einer visuellen Betrachtung und einer statistischen

Analyse akzeptabel erscheint. Die Aufnahme der Spektren dauerte 300 s, in einem Fall wurde nur 222 s lang belichtet. Es wurde ein „Darkframe“ erstellt und subtrahiert um einige durch defekte Pixel entstehende Fehler auszugleichen. Die Kamera wurde auf  $-9^\circ\text{C}$  gekühlt. Im Spektrographen wurde der Spalt mit 100  $\mu\text{m}$  Breite verwendet. An den verschiedenen Beobachtungsabenden waren unterschiedliche Schülerinnen und Schüler anwesend, so dass die meisten Mitglieder der Arbeitsgemeinschaft eine Urknallbeobachtung miterleben konnten.



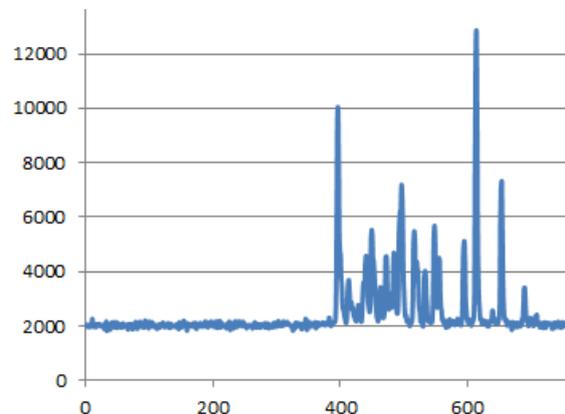
**Abb. 3:** Aufnahme des Spektrums der Galaxie NGC 3516: Der Bereich mit dem Licht der Galaxie wurde ausgeschnitten. Es ist jedoch noch immer Lichtsmog enthalten, beispielsweise stellt die hellste senkrechte Linie das Licht von Quecksilberlampen mit der Wellenlänge 5461  $\text{\AA}$  dar. Die dunkle Linie rechts kommt durch die Absorption der Sauerstoffmoleküle der Erdatmosphäre zustande.

#### 7. Ausschneiden des Galaxienspektrums

Um das Licht der Galaxie möglichst gut von dem Lichtsmog zu trennen, wird zunächst ein Streifen aus dem Rohspektrum (s. Abb. 2) ausgeschnitten (s. Abb. 3).

#### 8. Kalibrierung des Spektrographen

Der Spektrograph wurde vor jeder Beobachtung mit einer handelsüblichen Neonlampe kalibriert. Dazu wurde die Lampe vor das Teleskop gehalten und ein Spektrum aufgenommen. Zur Kalibrierung wurden das höchste Maximum mit der Wellenlänge 7032  $\text{\AA}$  sowie das linke Maximum mit der Wellenlänge 5852  $\text{\AA}$  verwendet (s. Abb. 4). So wurde eine eindeutige und von atmosphärischen, stellaren oder galaktischen Besonderheiten unabhängige Zuordnung von Wellenlängen sichergestellt.

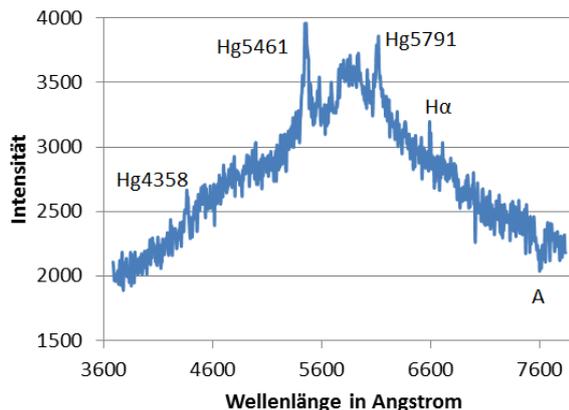


**Abb. 4:** Kalibrierung mit der Neonlampe: Querachse: Kanäle des Spektrographen. Hochachse: Aufgezeichnete Intensität der Neonlampe. Die Wellenlängen wurden der Literatur entnommen und den Maxima eindeutig zugeordnet (s. Text).

### 9. Überprüfung aufgenommener Spektren

Wenn man das Spektrum der Neonlampe mit dem der Galaxie vergleicht, erkennt man zunächst, dass die Anlage sehr deutlich die vor das Teleskop gehaltene Lampe spektroskopieren kann, wogegen Licht einer entfernten Galaxie von Lichtsmog und statistischem Rauschen überlagert wird. Hier hat sich eine vorsichtige Analyse als besonders robust bewährt: (a) Zunächst sollte sich eine deutliche waagerechte Linie vom Lichtsmog abheben (s. Abb. 2).

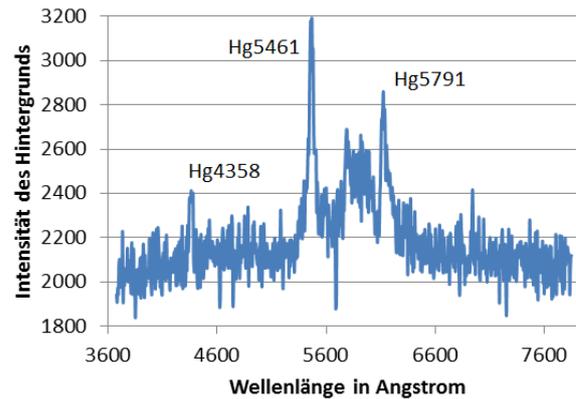
(b) Um sicher zu gehen, dass ein Spektrum richtig aufgenommen wurde, wurden zunächst für zwei bekannte markante Linien die Wellenlängen bestimmt und mit den Literaturwerten verglichen. So wurden die Linien des Quecksilbers bei 4358 Å und die Linie des Sauerstoffs bei 7594 Å untersucht (s. Abb. 5). Diese Überprüfung ist wichtig, weil in dem verwendeten Teleskop bauartbedingt kleine Verschiebungen des Spiegels auftreten können [2]. Würde man beispielsweise zwei Spektren mitteln, zwischen deren Aufnahmen eine Spiegelverschiebung stattfand, so könnte sich das Signal-Rausch-Verhältnis halbieren. Da dieses bei der analysierten Messung ungefähr bei 3 bis 3,5 liegt, siehe unten, kann so aus einer hoch signifikanten Beobachtung eine nicht signifikante Beobachtung werden.



**Abb. 5:** Spektrum der Galaxie NGC 3516. Relativ hell ist der Lichtsmog, besonders markant sind die drei Linien der Quecksilberatome in den Energiesparlampen. Der Buchstabe A kennzeichnet die Fraunhofer-Linie A des Sauerstoffmoleküls. Der Wasserstoff der Galaxie NGC3516 ist hier durch die H-Alpha-Linie erfasst worden.

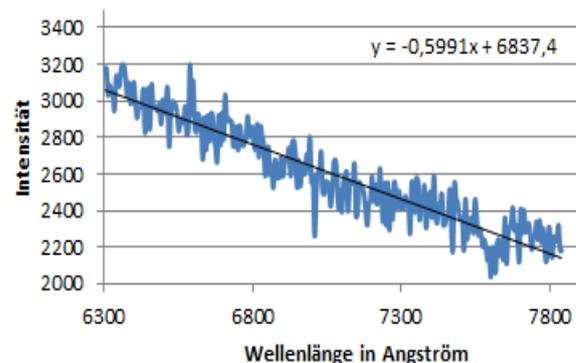
### 10. Analyse der Komponenten des Spektrums

(a)  $5300 \text{ \AA} < \lambda < 6300 \text{ \AA}$ : Auch wenn keine Galaxie und kein Stern im Rohspektrum dargestellt ist, kann ein Spektrum analysiert werden (s. Abb. 6). Dieses Spektrum wird als Himmelshintergrund gedeutet und stellt hauptsächlich Lichtsmog städtischer Lampen dar. Dieser Lichtsmog ist bei Wellenlängen zwischen 5300 Å und 6300 Å so groß, dass dieses Intervall nicht weiter betrachtet wird.



**Abb. 6:** Himmelshintergrund: Aus dem Rohspektrum (s. Abb. 2) wurde ein Streifen unterhalb des Streifens mit dem Galaxienlicht (s. Abb. 3) ausgeschnitten. Deutlich erkennbar ist der Lichtsmog. Es fehlt die H-Alpha-Linie.

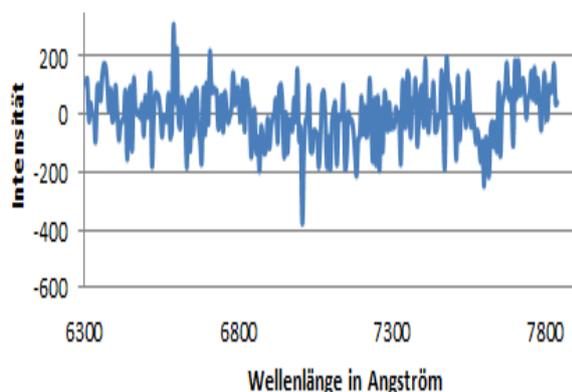
(b)  $6300 \text{ \AA} < \lambda$ : Bei diesen Wellenlängen nimmt die Intensität grob linear ab. Das wurde für die Auswertung einzelner Linien als systematischer Fehler gedeutet. Daher wurde eine lineare Regression durchgeführt (s. Abb. 7). Diese ergab für die Intensität den Term  $6837,4 - \lambda \cdot 0,5991/\text{\AA}$ . Dieser lineare Term wurde von den Messwerten abgezogen (s. Abb. 8). (c)  $\lambda < 5300 \text{ \AA}$ : Bei diesen Wellenlängen wurde entsprechend verfahren wie bei den Wellenlängen über 6300 Å (s. Abb. 9).



**Abb. 7:** Lineare Regression: Für die Analyse einzelner spektraler Linien stellt der Untergrund einen systematischen Fehler dar. Um diesen abziehen zu können wurde eine lineare Regression durchgeführt.

### 11. Bestimmung signifikanter Spektrallinien

Die Beobachtungsdaten stellen ein interessantes Beispiel für eine statistische Analyse von Streuungen dar. Da empirische Daten in vielen Tätigkeitsfeldern erhoben und statistisch bewertet werden, Beispiele sind Naturwissenschaften, Ingenieurwissenschaften, Wahlanalysen, Psychologie, Medizin und Soziologie, ist die Kompetenz zur Bestimmung statistischer Kenngrößen für das zukünftige Leben der Schülerinnen und Schüler von großer Bedeutung. Deshalb führen wir in der Arbeitsgemeinschaft für Astronomie immer wieder solche Untersuchungen durch.

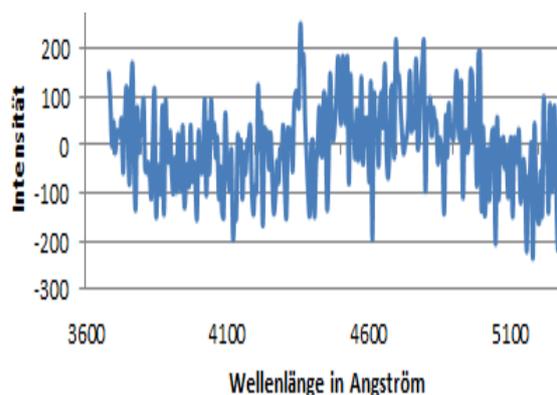


**Abb. 8:** Spektrallinien und statistische Fehler: Hochachse: Streuung mit Signal. Das absolute Maximum stellt den Messwert, also die H-Alpha-Linie dar. Es hat ein Signal-Rausch-Verhältnis von 3,24 und ist daher hochsignifikant.

Um in den linear korrigierten Spektren (s. Abb. 8 und 9) signifikante Spektrallinien bestimmen zu können wurden zunächst die empirischen Standardabweichungen  $\sigma$  bestimmt. Dazu wurde zunächst die Varianz als der Mittelwert der quadrierten Intensitätswerte ermittelt. Die empirische Standardabweichung wurde als die Wurzel der Varianz errechnet. Für Wellenlängen oberhalb 6300 Å wurde  $\sigma_{\text{oben}} = 96$  und für Wellenlängen unter 5300 Å wurde  $\sigma_{\text{oben}} = 115$  berechnet.

Aus den Standardabweichungen wurde das Signal-Rausch-Verhältnis SNR (Signal-Noise-Ratio) so berechnet, wie es in der Bildverarbeitung üblich ist, als Quotient aus dem Nutzsignal und der Standardabweichung. Gemäß der beurteilenden Statistik ist ein Ergebnis signifikant, wenn das SNR wenigstens  $1,96 \sigma$  beträgt. Dem entspricht eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 %. Ein Resultat ist hochsignifikant, wenn das SNR größer als  $2,58 \sigma$  ist. Dem entspricht eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 1 %. Hier ist das Signal die Höhe der H-Alpha-Linie, diese hat das Signal-Rausch-Verhältnis 3,2. Dem entspricht einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,14 %. Im Anhang werden alle signifikanten Spektrallinien der in den Abbildungen 6 und 6b dargestellten Beobachtungen analysiert und gedeutet.

Die Beobachtungen der Schülerinnen und Schüler sind also nach dem Rechenverfahren der beurteilenden Statistik als hochsignifikant einzuschätzen. Dennoch gibt es eine Vielzahl von Verbesserungsmöglichkeiten, auf die hier jedoch nicht eingegangen werden soll. Denn hier geht es hauptsächlich darum, den Urknall prinzipiell für möglichst viele Schülerinnen und Schüler erkennbar zu machen.



**Abb. 9:** Spektrallinien und statistische Fehler: Hochachse: Streuung mit Signal. Das absolute Maximum stellt die Hg-Linie mit 4358 Å dar. Sie hat ein Signal-Rausch-Verhältnis von 2,18 und ist daher signifikant.

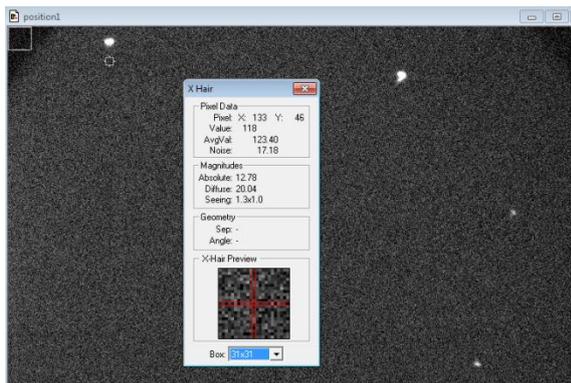
## 12. Deutung der beobachteten Emissionslinie

Die Schülerinnen und Schüler erkannten, dass die einzige beobachtete signifikante Linie mit galaktischem Ursprung die Emissionslinie bei ungefähr 6590 Å ist (siehe den Anhang zu signifikanten Spektrallinien). Das aus der Literatur bekannte Spektrum der beobachteten Galaxie NGC3516 legt nahe, dass es sich hierbei um die H-Alpha-Linie der Galaxie handelt (s. Abb. 1). Im Prinzip könnte es aber auch die Sauerstofflinie (O-III) der Galaxie bei ungefähr 5050 Å sein (s. Abb. 1). Um hier zu einer Entscheidung zu kommen, wurden die Counts der beiden Linien berechnet (siehe den Anhang zu den Intensitäten der Linien). Es wurde festgestellt, dass die H-Alpha-Linie die Intensität 19,81 hat, wogegen die Sauerstofflinie lediglich die Intensität 5,52 aufweist. Das Verhältnis beträgt 3,6. Daher wird die Deutung der beobachteten galaktischen Linie als H-Alpha-Linie als hoch signifikant beurteilt.

## 13. Beobachtete Rotverschiebung

Oben wurde gezeigt, dass die Schülerinnen und Schüler die H-Alpha-Strahlung hochsignifikant nachgewiesen haben. Die Wellenlänge beträgt am Maximum 6590 Å. Die H-Alpha-Linie der Galaxie ist relativ breit (s. Abb. 1). Entsprechend haben wir eine zweite signifikante Linie bei der Wellenlänge 6601 Å mit einem SNR von 2,34 gefunden (s. Abb. 8). Da keine wesentlichen atomaren Spektrallinien in der Nähe sind, wurde der Mittelwert gebildet und so ergab diese Aufnahme für die H-Alpha-Linie die mittlere Wellenlänge 6595,5 Å. Bei einer weiteren Aufnahme des Spektrums bestimmten wir eine signifikante H-Alpha-Linie bei der Wellenlänge 6632 Å. Der Mittelwert aus beiden Aufnahmen beträgt 6614 Å. Daraus resultiert die Rotverschiebung  $z = \Delta\lambda/\lambda = (6614 \text{ Å} - 6563 \text{ Å})/6563 \text{ Å} = 0,0077$  (Literaturwert 0,0087; siehe [5]). Denn die H-Alpha-Linie hat im Labor die Wellenlänge 6563 Å. Entsprechend wurde für die Galaxie M66 die Wellenlänge 6583 Å gemessen. Daraus wurde die Rotverschiebung  $z = 0,003$  berechnet (Literaturwert

0,0024; siehe [5]). Diese Ergebnisse wurden in das Geschwindigkeit-Entfernung-Diagramm übertragen.

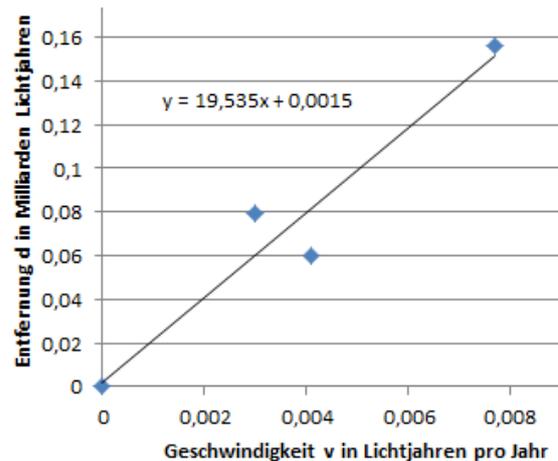


**Abb. 10:** Bestimmung der Leistungsdichten: Bei dem Stern *GSC 4391 701*, oben links, zählt die Software 20 Counts (Hintergrund abgezogen). Bei der Galaxie, oben rechts, zählt die Software 32 Counts (Hintergrund abgezogen).

#### 14. Bestimmung der Entfernung

Zur groben Bestimmung der Entfernung der Galaxie wurde vereinfachend angenommen, dass die Milchstraße aus 100 Milliarden Sternen besteht, die alle ebenso hell sind wie die Sonne. Dann hat die Milchstraße die Leistung  $P = 3,85 \cdot 10^{37}$  W. Weiter wurde angenommen, dass die beobachteten Galaxien die gleiche Leistung haben. Nun wurde die Leistungsdichte der beobachteten Galaxie mithilfe der Kamera gemessen. Dazu wurden Counts der Galaxie und eines benachbarten Sterns bestimmt (s. Abb. 10).

Nach der Sternkarte Guide 8 hat der Stern die scheinbare Helligkeit  $m = 11,15$ . Diese wurde in die Leistungsdichte  $S = 1367 \text{ W/m}^2 \cdot 10^{-0,4 \cdot (m+26,83)} = 0,879 \text{ pW/m}^2$  umgerechnet [7]. Daher hat die Galaxie bei der Erde die Leistungsdichte  $S = 0,879 \text{ pW/m}^2 \cdot 32/20 = 1,41 \text{ pW/m}^2$ . Daraus wurde die Entfernung  $d$  der Galaxie errechnet:  $d = [P/(4\pi S)]^{0,5} = 0,156$  Milliarden Lichtjahre (Literaturwert 0,12 Milliarden Lichtjahre [2]; Abweichung 30%). Entsprechend wurde für die Galaxie NGC 3227 die Entfernung 0,06 Milliarden Lichtjahre bestimmt. Diese Entfernungen wurden in ein Hubble-Diagramm [7] übertragen (s. Abb. 11).



**Abb. 11:** Geschwindigkeit-Entfernung-Diagramm: Milchstraße (links unten), M66 (Mitte links), NGC3227 (Mitte rechts, hier wurden nur Randbereiche der Galaxie spektroskopiert, daher ist das  $\text{SNR}=1,55$  und die resultierende Irrtumswahrscheinlichkeit 12,1%) und NGC3516 (rechts oben). Der Graph ist nahezu linear. Die Steigung beträgt 20 Gy (Gigajahre) und entspricht dem sogenannten Weltalter (Literaturwert 13Gy bis 20Gy [7]).

#### 15. Erstellen des Geschwindigkeit-Entfernung-Diagramms

Die Rotverschiebung  $z = \Delta\lambda/\lambda$  ist gleich der Geschwindigkeit  $v$  der Galaxie in Lichtjahren pro Jahr oder alternativ in der Einheit  $c$ . Das haben die Schülerinnen und Schüler hergeleitet, siehe unten. Abhängig von der Geschwindigkeit  $v$  wird die Entfernung  $d$  aufgetragen. Der Graph ist nahezu eine Ursprungsgerade (s. Abb. 11). Diese Proportionalität der Entfernung  $d$  zur Fluchtgeschwindigkeit  $v$  wird Hubble-Gesetz genannt [7]. Die Steigung  $d/v$  ergab das von den Schülerinnen und Schülern ermittelte Weltalter. Es beträgt ungefähr 20 Milliarden Jahre (Literaturwert: 13Gy ist 20Gy [7] bzw. 13,72 Gy [13]). Zum Vergleich ermittelten die Schülerinnen und Schüler das Weltalter mit den Entfernungen aus der Literatur und mit den selbst gemessenen Rotverschiebungen, ähnlich wie es an der Orange Lutheran High School gemacht wurde [5]. Dabei erhielten sie 15,8 Gy. Erwartungsgemäß ist unsere Entfernungsbestimmung mit den größeren Ungenauigkeiten behaftet als unsere Messung der Rotverschiebung.

#### 16. Konzept des Astronomieabends

Unsere öffentlichen Astronomieabende sprechen ein breites Publikum an. Das Oberthema war diesmal der Urknall. Die Schülerinnen und Schüler der Arbeitsgemeinschaft hielten dazu verschiedene Vorträge. In einem ersten Block wurde ein allgemeines Verständnis des Urknalls erzeugt, während der Schwerpunkt eines zweiten Blocks die Mathematisierung war.

#### 17. Modellversuch: Entfernungsmessung

Ein Modellversuch zur Entfernungsmessung geht von einem Luxmeter aus. Anwesende Kinder wur-

den gefragt, wo es heller ist, vor dem Beamer oder an der Leinwand. Selbst Viertklässler vermuteten sicher, dass die Helligkeit am Beamer groß sei und mit zunehmendem Abstand kleiner werde. Das konnten die Kinder mit dem Luxmeter bestätigen. Damit war klar, dass man im Prinzip aus der mit einem Luxmeter gemessenen Helligkeit auf den Abstand einer bekannten Lichtquelle schließen kann. Für die Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe 1 wurde in der Pause an einem Versuchsstand vorgeführt, dass die Helligkeit proportional zum Kehrwert des Quadrats des Abstands ist.

### 18. Modellversuch: Geschwindigkeitsmessung

Ein Einstiegsbeispiel veranschaulichte das Grundprinzip der Geschwindigkeitsmessung: Eine Fledermaus hört das Flügelschlagen einer Biene. Im Zahlenbeispiel war das ein Flügelschlag je Sekunde. Wenn die Biene von der Fledermaus wegfliegt, dann hört die Fledermaus seltener Flügelschläge, weil der Schall Zeit benötigt, um von der Biene zur Fledermaus zu kommen. Im Zahlenbeispiel vergrößerte sich der Abstand der Biene um 300 m in der Sekunde und der Schall benötigte für die zusätzlichen 300 m 1 Sekunde. Also hörte die Fledermaus alle 2 Sekunden einen Flügelschlag. Wenn das Licht, das von der Galaxie zur Erde kommt, einen ähnlichen Rhythmus hat wie der Flügelschlag der Biene, so verlangsamt sich der auf der Erde aufgezeichnete Rhythmus, wenn die Galaxie von der Erde wegfliegt.

Für die Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe 1 wurde in der Pause an einem Versuchsstand gezeigt, wie man die Geschwindigkeit einer Schallquelle mit einem Mikrofon messen kann.

### 19. Vom Regenbogen zum Spektrum

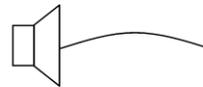
Die Schülerinnen und Schüler berichteten darüber, wie sie ein Seil zum Schwingen brachten, die Wellenlänge  $\lambda$ , die Frequenz  $f$  und mit einer solitären Welle die Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmten und feststellten, dass das Produkt aus Wellenlänge und Frequenz immer gleich der Ausbreitungsgeschwindigkeit ist [8]. Daher kann man wahlweise den Rhythmus (die Frequenz) des Lichts messen oder die Wellenlänge. Vom Regenbogen her ist bekannt, dass das Licht eines Sterns aus bestimmten Spektralfarben besteht. Die Schülerinnen und Schüler zeigten, wie man die Wellenlängen der Spektralfarben mithilfe eines Beugungsgitters messen kann. Auch bestimmten sie die Spektren einer Energiesparlampe, einer Wasserstofflampe sowie des Sterns Wega und stellten durch Vergleichen fest, dass auf diesem Stern kaum Quecksilber aber viel Wasserstoff ist. Insbesondere stellten sie fest, dass das Licht des Wasserstoffs die markante H-Alpha-Linie enthält und dass diese die Wellenlänge 6563 Å hat.

#### Lautsprecher in Ruhe:

Startzeitpunkt  $t=0$ : Die Welle beginnt auszutreten,

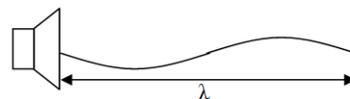


Halbe Periodendauer  $t=T/2$ : Ein Wellenberg ist ausgetreten. Die Spitze hat die halbe Wellenlänge zurückgelegt:  $S = \lambda/2$



Periodendauer  $t=T$ : Ein Wellenberg und ein Wellental ist ausgetreten.

Die Spitze hat die Wellenlänge zurückgelegt:  $S = \lambda$



Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c = S/t = \lambda/T$

Abb. 12: Arbeitsblatt zur Ausbreitung einer Welle.

### 20. Herleitung zur Rotverschiebung

Die Schülerinnen und Schüler analysierten zunächst die Ausbreitung einer Welle anhand eines Arbeitsblattes (s. Abb. 12). Anschließend leiteten sie mithilfe eines weiteren Arbeitsblattes eine Formel für die Geschwindigkeit  $v$  in Abhängigkeit von der Rotverschiebung  $z = \Delta\lambda/\lambda$  her (s. Abb. 13).

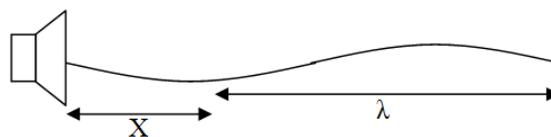
#### Lautsprecher mit der Geschwindigkeit $v = X/T$ :

Startzeitpunkt  $t=0$ : Die Welle beginnt auszutreten,



Periodendauer  $t=T$ : Ein Wellenberg und ein Wellental ist ausgetreten.

Die Spitze hat die Wellenlänge zurückgelegt:  $S = \lambda$   
Die Quelle hat die Strecke  $X$  zurückgelegt.



Neue Wellenlänge:  $\lambda' = \lambda + X = \lambda + v \cdot T$

Wellenlängenänderung:  $\Delta\lambda = v \cdot T$

Rotverschiebung:  $z = \Delta\lambda/\lambda = v \cdot T/\lambda = v/c$

Geschwindigkeit der Galaxie:  $v = c \cdot z$

#### Aufgaben:

Erläutere die Entstehung der Rotverschiebung.  
Entwirf einen Plan zur Messung der Fluchtgeschwindigkeit einer Galaxie.

Abb. 13: Arbeitsblatt zur Analyse des Dopplereffekts. Einige Schüler leiteten das Ergebnis eigenständig ohne Arbeitsblatt her.

## 21. Kraftfreie Kosmologie: Zahlenbeispiel

Um eine besonders einfache prinzipielle Deutung der Beobachtungen zu erhalten, wurde zunächst die Beobachtung bei der Galaxie NGC 3516 grob genähert, um besonders einfaches Zahlenmaterial zu erhalten. Die Galaxie entfernt sich mit einer Geschwindigkeit von 80 Millionen km/h. Diese Geschwindigkeit wird umgerechnet in 70 Zm/Gy. Die Galaxie vergrößert ihre Entfernung also in jedem Gigajahr um 70 Zettameter. Die heutige Entfernung beträgt:

$$\text{Entfernung heute: } d = 1400 \text{ Zm}$$

An dieser Stelle konnten die Schülerinnen und Schüler leicht ausrechnen, dass die Galaxie vor 20 Gigajahren hier war. Für Viertklässler wurde die Geschwindigkeit sehr vereinfacht:

$$\text{Geschwindigkeit } v = 100 \text{ Zm/Gy}$$

Dann konnten sie die Entfernung der Galaxie vor einem Gy ausrechnen:

$$\text{Entfernung vor 1 Gy: } d = 1300 \text{ Zm}$$

Daraufhin berechneten sie die Entfernung der Galaxie vor 2 Gy:

$$\text{Entfernung vor 2 Gy: } d = 1200 \text{ Zm}$$

Anschließend errechneten sie die Entfernung der Galaxie vor 3 Gy:

$$\text{Entfernung vor 3 Gy: } d = 1100 \text{ Zm}$$

Im nächsten Schritt bestimmten sie die Entfernung der Galaxie vor 4 Gy:

$$\text{Entfernung vor 4 Gy: } d = 1000 \text{ Zm}$$

Das ging so weiter. Im vorletzten Schritt berechneten sie die Entfernung der Galaxie vor 13 Gy:

$$\text{Entfernung vor 13 Gy: } d = 100 \text{ Zm}$$

Schließlich ermittelten sie die Entfernung der Galaxie vor 14 Gy:

$$\text{Entfernung vor 14 Gy: } d = 0 \text{ Zm}$$

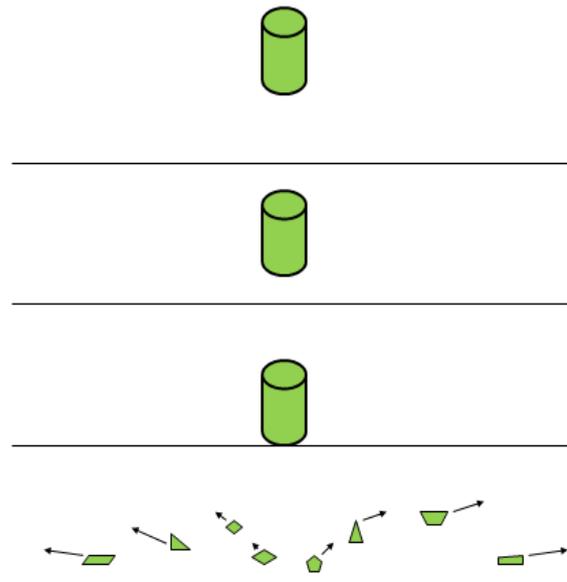
Die Viertklässler konnten so herausfinden, dass die Galaxie vor 14 Gigajahren hier war.

An dieser Stelle fragten bereits die Viertklässler, was die Schülerinnen und Schüler der Arbeitsgemeinschaft über die anderen Galaxien herausgefunden hatten. Als weiteres Beispiel wurden für die Galaxie NGC 3227 die Messwerte entsprechend grob vereinfacht genannt. Für diese Galaxie wurde die Geschwindigkeit 50 Zm/Gy und die Entfernung 700 Zm gemessen. Die Viertklässler fanden wie oben schnell heraus, dass auch diese Galaxie vor 14 Gigajahren hier war. Sie fragten sofort nach, was bei den weiteren Galaxien gemessen wurde. Bei der

Galaxie M66 wurde die Geschwindigkeit 20 Zm/Gy und die Entfernung 280 Zm gemessen. Auch hier stellte sich heraus, dass die Galaxie vor 14 Gigajahren hier war. So entdeckten die Viertklässler, dass alle Galaxien gleichzeitig von hier los geflogen sind.

Den Viertklässlern gefiel besonders gut das Modell eines Glases, das auf den Boden fällt, wobei die Scherben in alle möglichen Richtungen fliegen. Die Scherben entsprechen den Galaxien, diese starten alle gleichzeitig. Galaxien, die anfangs besonders schnell sind, haben später auch eine besonders große Entfernung (s. Abb. 11).

Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe 1 erkannten problemlos, dass hier die Entfernung proportional zur Geschwindigkeit ist. Diese Proportionalität eignet sich auch sehr gut für den Mathematikunterricht [9]. Für die Anfangsphase dieser Fluchtbewegung der Galaxien wurde der Begriff Urknall eingeführt. Da wir nur für die Zeit nach dem Urknall Beobachtungen über die Welt haben, wurde für die Dauer der Zeitspanne seit dem Urknall der Begriff Weltalter  $\tau$  eingeführt.



**Abb. 14:** Glasmodell zum Urknall: Die Bildfolge stellt ein Glas dar, das auf den Boden fällt und zersplittert. Oben: das Glas ist noch weit vom Boden entfernt. Zweites Bild von oben: das Glas kommt dem Boden schon nahe. Zweites Bild von unten: das Glas berührt gerade den Boden. Bild unten: das Glas ist zersplittert.

## 22. Schwerkraftkosmologie

Zunächst wurde ein kugelförmiges Volumen mit einem Radius  $R$ , einer Masse  $M$  und einer Ausdehnungsgeschwindigkeit  $v = \Delta R / \Delta t$  des Weltalls betrachtet [10]. Hierzu wurde der Energieterm für eine Probemasse  $m$  betrachtet (s. Abb. 15). Die Schülerinnen und Schüler stellten fest, dass ein von der Erde senkrecht nach oben geschossener Fußball einen strukturgleichen Energieterm hat. Dabei ist  $m$

die Masse des Balls,  $M$  die Masse der Erde,  $R$  der Abstand vom Erdmittelpunkt und  $v$  die Geschwindigkeit des Balls. Die Schülerinnen und Schüler folgerten, dass es drei prinzipielle Möglichkeiten gibt: Wenn die Anfangsgeschwindigkeit kleiner ist als die Fluchtgeschwindigkeit, dann kehrt der Ball zurück. Dem entspricht ein Weltall, das sich erst ausdehnt und sich anschließend zusammenzieht. Wenn die Anfangsgeschwindigkeit größer als die Fluchtgeschwindigkeit ist, dann kehrt der Ball nicht um. Dem entspricht ein Weltall, das sich immer weiter ausdehnt. Die dritte Möglichkeit ist der Grenzfall, hier ist die Anfangsgeschwindigkeit gleich der Fluchtgeschwindigkeit und der Ball kehrt nicht um.

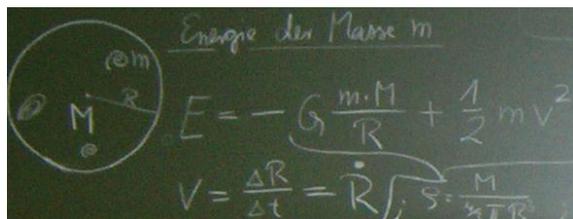


Abb. 15: Tafelbild-Ausschnitt: Schwerkraftkosmologie.

### 23. Raumkrümmungskosmologie

Die Schülerinnen und Schüler haben die Krümmung des Raumes am Beispiel der Erde analysiert und die Konsequenzen für das GPS ermittelt. Das habe ich in einem parallelen Aufsatz ausführlich dargestellt [11]. Sie konnten die Ergebnisse qualitativ auf die Kosmologie übertragen:

Sie wussten aus der Schwarzschildmetrik, dass eine Masse oder Energie den Raum hyperbelartig krümmt. Daher sollte bei positiver Energie und somit unbegrenzter Expansion der Raum hyperbelartig gekrümmt sein. Bei der Energie null sollte der Raum flach sein. Bei negativer Energie und somit begrenzter Expansion sollte der Raum eine zur hyperbelartigen Krümmung gegenteilige Krümmung haben, also etwa eine kugelartige in sich geschlossene Krümmung. Eine schüler-gerechte Herleitung der Raumstruktur wird im Anhang dargestellt.

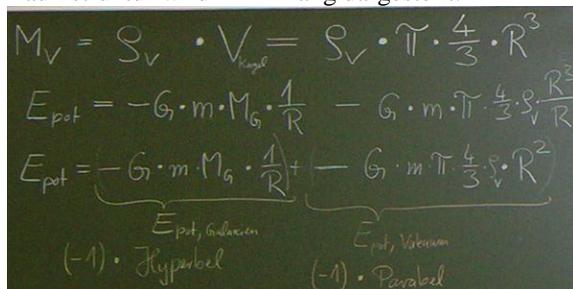


Abb. 16: Tafelbild-Ausschnitt zur Vakuumdichte.

### 24. Vakuumdichtekosmologie

In der Mathematik werden die Eigenschaften des Raumes axiomatisch beschrieben. Das Beispiel der Krümmung des Raumes zeigt aber, dass die Eigenschaften des Raumes gemessen werden müssen. Das legt nahe, dass man auch die Dichte  $\rho_V$  des Raumes

nicht annehmen darf, sondern messen muss. Entsprechend haben wir die obige Schwerkraftkosmologie so erweitert, dass zur Masse  $M_G$  der Galaxien eine Masse  $M_V$  des Vakuums kommt [9]. Für die potenzielle Energie wurde dazu ein Term entwickelt (s. Abb. 16). Die Schülerinnen und Schüler skizzierten den Funktionsterm. Sie führten eine Funktionsuntersuchung durch, entdeckten den lokalen Hochpunkt und errechneten, dass am Hochpunkt die Dichte der Materie  $\rho_M = M_G/(4/3\pi R^3)$  doppelt so groß ist wie die Dichte  $\rho_V$  des Vakuums. Daraus folgerten sie für den Fall verschwindender Geschwindigkeit, dass es bei  $\rho_M = 2\rho_V$  ein labiles Gleichgewicht gibt, bei dem sich das Universum weder ausdehnt noch zusammenzieht. Außerdem folgerten sie, dass sich das Universum beschleunigt ausdehnt, falls die Materiedichte kleiner ist als die doppelte Dichte des Vakuums, wogegen sich das Universum beschleunigt zusammenzieht, falls die Materiedichte größer ist als die doppelte Vakuumdichte. Daraus folgerten sie ein Messverfahren für die Vakuumdichte: Man muss nur feststellen, mit welcher Beschleunigung sich die Galaxien von der Erde entfernen.

### 25. Vakuumdichtekosmologie: Friedmann-Lemaitre-Gleichungen

Um die fragliche Beschleunigung zu ermitteln, bestimmten die Schülerinnen und Schüler die Kraft  $F = m \cdot R''$  auf die Probemasse  $m$  als die negative Ableitung der obigen potenziellen Energie:

$$-m \cdot M \cdot G/R^2 + 8\pi G/3 \cdot m \cdot \rho_V \cdot R = m \cdot R''$$

Auflösen ergab eine der beiden Friedmann-Lemaitre-Gleichungen [7]:

$$R''/R = 4\pi G/3 \cdot (2\rho_V - \rho_M)$$

Die Schülerinnen und Schüler erkannten hier sofort die Bedingung für das unbeschleunigte Universum wieder. Zudem erkannten sie an den Vorzeichen besonders deutlich, dass die Vakuumdichte die Ausdehnung beschleunigt, wogegen die Materiedichte die Ausdehnung abbremst.

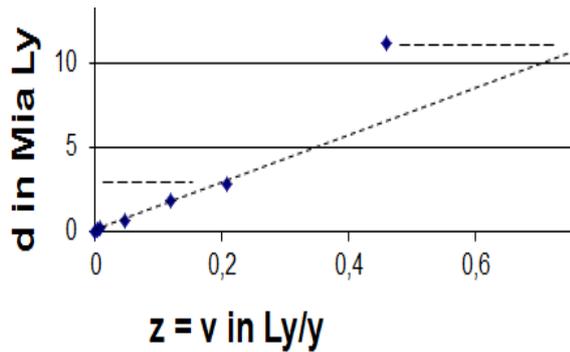
Die Schülerinnen und Schüler wussten von der Schwerkraftkosmologie her, dass sie für die Raumkrümmung den Term für die Gesamtenergie einer Probemasse  $m$  benötigen und stellten diesen auf:

$$E = m \cdot (R')^2/2 - m \cdot M \cdot G/R - 4\pi G/3 \cdot m \cdot \rho_V \cdot R^2$$

Auflösen ergab:

$$(R'/R)^2 = 8\pi G/3 \cdot (\rho_V + \rho_M) - k \cdot c^2/R^2$$

Dabei wurde die skalierte Energie mit  $k = -2E/(mc^2)$  abgekürzt. Das ist die andere Friedmann-Lemaitre-Gleichung. Da die Schülerinnen und Schüler bereits wussten, dass die Energie bzw. die Masse zu einer Raumkrümmung führt, deuteten sie  $k$  als Krümmungsparameter. Sie deuteten die drei prinzipiellen Fälle der Krümmung wie oben beschrieben.



**Abb. 17:** Geschwindigkeit-Entfernung-Diagramm: Querachse: Geschwindigkeit  $v$  in Lichtjahren pro Jahr bzw.  $v$  in  $c$  bzw. Rotverschiebung  $z$  einer Galaxie. Hochachse: Entfernung  $d$  einer Galaxie in Gigalichtjahren. Die Galaxien mit  $z$  unter  $0,01$  haben die Schülerinnen und Schüler beobachtet. Die Galaxien mit  $0,01 < z < 0,3$  wurden im IR untersucht [13]. Dazu gehört die Galaxie bei  $z=0,2$  mit  $d = 2,8$  GLy. Die Galaxie rechts oben hat die Rotverschiebung  $0,46$  und die Entfernung  $11,15$ GLy [12].

### 26. Vakuumdichtekosmologie: Auswertung

Um einfaches Zahlenmaterial zu erhalten wurde die skalierte Dichte eingeführt:

$$\Omega = \rho/\rho_k \text{ mit } 4\pi G/3 \cdot \rho_k = 0,0028/\text{Gy}^2$$

Dem entspricht  $\rho_k = 10^{-26} \text{ kg/m}^3$  und Gy steht für 1 Gigajahr. Damit vereinfachen sich die Friedmann-Lemaitre-Gleichungen zu:

$$R'/R = 0,0028 \cdot (2\Omega_v - \Omega_M)/\text{Gy}^2$$

$$(R'/R)^2 = 0,0056 \cdot (\Omega_v + \Omega_M)/\text{Gy}^2 - k \cdot c^2/R^2$$

Die Schülerinnen und Schüler wollten die drei unbekannt Parameter, die Vakuumdichte  $\Omega_v$ , die Materiedichte  $\Omega_M$  und den Krümmungsparameter  $k$  bestimmen. Dazu verwendeten sie die neuesten Messergebnisse an Galaxien mit großer Rotverschiebung (s. Abb. 17), die 2011 mit dem Physiknobelpreis ausgezeichnet wurden.

Die Schülerinnen und Schüler erkannten zunächst, dass für Rotverschiebungen unter  $0,2$  das Hubble-Gesetz gilt. Sie markierten dieses als Gerade (s. Abb. 17). Die Galaxie bei  $z=0,2$  bzw. bei  $v=0,2c$  hat die Entfernung  $d=2,8$  GLy. Daher beträgt die Geradensteigung:

$$d/v = 2,8/0,2 \text{ Gy} = 14\text{Gy} = \tau$$

Die Schülerinnen und Schüler stellten zur Auswertung die Gleichung der beschleunigten Bewegung auf:

$$R(t) = R_0 + v \cdot t + 0,5 \cdot v' \cdot t^2$$

Anschließend erhielten sie durch Ableiten die Terme für  $R'$  und  $R''$ :

$$R' = v + v' \cdot t \text{ und } R'' = v'$$

Zur Bestimmung von  $R'' = v' = \Delta v/\Delta t$  betrachteten die Schülerinnen und Schüler die Galaxie bei  $z=0,46$  (s. Abb. 17). Gemäß dem Hubble-Gesetz müsste die Rotverschiebung den folgenden Wert haben:

$$v = d/\tau = 0,80 \text{ c} \text{ oder } z = 0,80$$

Die Abweichung beträgt:

$$\Delta z = -0,34 \text{ oder } \Delta v = -0,34c$$

Da die Galaxie  $11,15$  GLy entfernt ist und das Licht mit Lichtgeschwindigkeit von der Galaxie zur Erde kam, wurde es zu folgender Zeit ausgesendet:

$$\Delta t = -11,15\text{Gy}$$

Also beträgt der gesuchte Parameter  $R''$ :

$$R'' = 0,34c/11,15\text{Gy} = 0,030c/\text{Gy}$$

Daher ist der Quotient in der Friedmann-Lemaitre-Gleichung:

$$R''/R = 0,03c/\text{Gy}/11,15\text{GLy}, \text{ also}$$

$$R''/R = 0,0027/\text{Gy}^2$$

Die Schülerinnen und Schüler bestimmten für die zweite Friedmann-Lemaitre-Gleichung gemäß dem oben hergeleiteten Term:

$$R'/R = v/R + v'/R \cdot t$$

Dabei setzten sie für  $v$  die beobachtete Rotverschiebung ein. Weiter setzten sie für  $v'/R$  den oben ermittelten Betrag für  $R''/R$  von  $0,0027/\text{Gy}^2$  ein. Zudem setzten sie für die Zeit  $t$  wie oben  $t = d/c$  ein. Das ergab für die Galaxie bei  $z = 0,2$  folgenden Term:

$$R'/R = 0,2c/2,8\text{GLy} + 0,0027/\text{Gy}^2 \cdot 2,8\text{Gy}$$

$$\text{also } R'/R = 0,079/\text{Gy}$$

Für die Galaxie bei  $z=0,46$  errechneten sie entsprechend:

$$R'/R = 0,46c/11,15\text{GLy} + 0,0027/\text{Gy}^2 \cdot 11,15\text{Gy}$$

$$\text{also } R'/R = 0,071/\text{Gy}$$

Da nur die Galaxie bei  $z=0,46$  eine Abweichung vom Hubble-Gesetz zeigt, stellten die Schülerinnen und Schüler nur für diese die erste Friedmann-Lemaitre-Gleichung mit den Messwerten auf:

$$0,0027/\text{Gy}^2 = 0,0028 \cdot (2\Omega_v - \Omega_M)/\text{Gy}^2$$

Vereinfachen ergab die erste Bestimmungsgleichung:

$$0,96 = 2\Omega_v - \Omega_M$$

Für die andere Friedmann-Lemaitre-Gleichung erhielten die Schülerinnen und Schüler durch Einsetzen der Messwerte der Galaxie bei  $z=0,2$ :

$$(0,079/\text{Gy})^2 = 0,0056 \cdot (\Omega_v + \Omega_M)/\text{Gy}^2 - k/(2,8\text{Gy})^2$$

Vereinfachen ergab die zweite Bestimmungsgleichung:

$$1,1 = \Omega_v + \Omega_M - 23k$$

Für die andere Galaxie (mit  $z = 0,46$ ) erhielten sie entsprechend die dritte Bestimmungsgleichung:

$$0,89 = \Omega_v + \Omega_M - 1,4k$$

Die Schülerinnen und Schüler lösten das lineare Gleichungssystem der drei Bestimmungsgleichungen und erhielten so den Krümmungsparameter (Literaturwert  $-0,0179 < k < 0,0081$  [13,14]):

$$k = -0,009,$$

die Vakuumdichte

$$\Omega_v = 0,61,$$

sowie die Materiedichte

$$\Omega_M = 0,26.$$

Die Schülerinnen und Schüler erkannten, dass der Krümmungsparameter relativ klein und der Raum daher als Ganzes praktisch nicht gekrümmt ist. Weiterhin ermittelten die Schüler den prozentualen Anteil der Vakuumdichte (Literaturwert  $72,6\%$  [13,14]),

$$0,61/(0,61+0,26) = 70\% \rightarrow \rho_v$$

sowie den prozentualen Anteil der Materiedichte:

$$0,26/(0,61+0,26) = 30\% \rightarrow \rho_M$$

Sie wussten durch das früher behandelte Thema dunkle Materie, dass von den 30 % der Materiedichte 5/6 der dunklen Masse entsprechen (Literaturwert 22,8 % [14])

$$\text{also } \rho_{\text{Dunkle Materie}} \rightarrow 25\%$$

Die übliche, durch das Periodensystem beschriebene Materie hat demnach nur den verbleibenden Anteil (Literaturwert 4,56 % [13,14]).

$$\text{also } \rho_{\text{übliche Materie}} \rightarrow 5\%$$

Sie erkannten, dass man über 95 % der Dichte kaum etwas Sicheres weiß. Insofern gibt es noch viel zu entdecken.

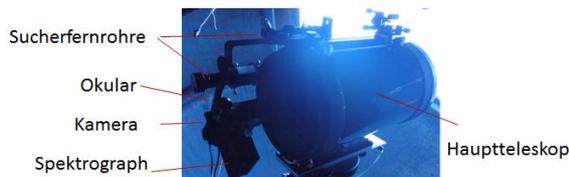


Abb. 18: Teleskop mit Zubehör.

## 27. Schüler bewerten kosmologische Modelle

Die Schülerinnen und Schüler bewerteten mithilfe ihrer Auswertung entfernter Galaxien die üblichen kosmologischen Modelle:

(a) Einstein schlug 1917 das statische Universum vor, welches durch das labile Gleichgewicht charakterisiert ist [7]. Dieses konnten die Schülerinnen und Schüler schon durch ihre eigenen Beobachtungen widerlegen.

(b) Carl Wirtz wies 1922 bis 1924 den Zusammenhang zwischen Rotverschiebung und Entfernung richtig her und belegte sowie deutete so ein expandierendes Universum [7,15-17]. Dieses konnten die Schülerinnen und Schüler bestätigen.

(c) De Sitter stellte 1917 ein Modell mit der Materiedichte null auf [7]. Dieses Modell konnten die Schülerinnen und Schüler durch ihre Auswertung widerlegen.

(d) Friedmann stellte 1922 die Gleichungen für das Universum mit Vakuumdichte auf. Lemaitre stellte unabhängig davon 1927 entsprechende Gleichungen auf [7]. Dieses Modell konnten die Schülerinnen und Schüler durch ihre Auswertung bestätigen.

(e) Von ungefähr 1930 bis 1998 war das so genannte „Standardmodell“ weit verbreitet [7]. Dieses nahm für die Vakuumdichte null an. Dieses Modell konnten die Schülerinnen und Schüler durch ihre Auswertung widerlegen.

## 28. Erfahrungen

Mit einem Teleskop vom Typ C11 können Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufen 1 und 2 den Urknall selbstständig beobachten. Sowohl die gemessenen Abstände als auch die gemessenen Rotverschiebungen sind genau genug um das Prinzip des Urknalls aussagekräftig zu erkennen. Die Grundprinzipien des Messverfahrens können bereits Viertklässler nachvollziehen. Schülerinnen und

Schüler der Sekundarstufen 1 und 2 können Modellversuche zu den Messverfahren durchführen und auf die Beobachtung übertragen. Das erzielte Signal Rausch Verhältnis beträgt 3,2. Ein Vergleich mit dem Signal Rausch Verhältnis von knapp 4 (unter Berücksichtigung des „look-elsewhere“-Effekts), welches das CERN bis zur Bekanntgabe seiner Entdeckung des Higgs-Teilchens im Juli 2012 erreichte [20] zeigt, dass die Schülerinnen und Schüler eine aussagekräftige Beobachtung durchgeführt haben. Für die Theorie bieten sich vier Varianten an:

(a) Die kräftefreie Kosmologie können bereits Viertklässler verstehen und mithilfe von sehr stark vereinfachtem Zahlenmaterial selbstständig auswerten. Hier können Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe 1 zusätzlich die Proportionalität der Entfernung zur Geschwindigkeit entdecken und analysieren.

(b) Die Schwerkraftkosmologie können Schülerinnen und Schüler ab Klassenstufe 10 verstehen und auf einem öffentlichen Astronomieabend erklären.

(c) Die Raumkrümmungskosmologie können Schülerinnen und Schüler auf der Grundlage der Schwarzschildlösung im Prinzip verstehen. Die Schwarzschildlösung können Schülerinnen und Schüler ab Klassenstufe 10 selbstständig mit den Mitteln der linearen Regression herleiten [11].

(d) Die Vakuumdichtekosmologie können Schülerinnen und Schüler im Rahmen der Newton-Mechanik selbstständig herleiten, analysieren und auf einem öffentlichen Astronomieabend erklären. Dies gelingt erwartungsgemäß Schülerinnen und Schülern ab Klassenstufe 10.

Das Thema trifft auf ein relativ großes Interesse. Das zeigte sich daran, dass sich die Schülerinnen und Schüler der Arbeitsgemeinschaft für Astronomie über viele Monate engagiert mit den relativ schwierigen Beobachtungen, Modellversuchen und Theorien befasst haben. Das zeigte sich weiter daran, dass bei unserem Astronomieabend die Aula gefüllt war und die Zuhörer auch in der Pause angeregt und niveauvoll über das Thema diskutierten. Das große Interesse zeigte sich auch daran, dass wir die Beobachtungen bei verschiedenen Anlässen außerhalb des Gymnasiums vorstellen konnten und die Zuhörer dabei immer intensiv mitmachten und diskutierten. Zudem hatten wir bei verschiedenen Anlässen, beispielsweise bei einem Tag der offenen Tür, viele Gäste in der Sternwarte, die am Ort des Geschehens viele sachgerechte Fragen stellten.

Ferner konnte ich beobachten dass die Schülerinnen und Schüler zahlreiche anspruchsvolle prozessbezogene Kompetenzen sowie inhaltsbezogene Kompetenzen der Fächer Mathematik und Physik entwickelten.

## 29. Ausblick

Aktuell führen verschiedene Schüler Beobachtungen durch um die Streuung weiter zu verringern. Andere Schüler verbessern die Anlage dahingehend, dass

möglichst viele Menschen selbstständig den Urknall beobachten können und sich eigenständig eine Meinung zum Urknall bilden können.

### 30. Zusammenfassung

In dem dargestellten Projekt haben Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 6-12 den Urknall in hoch signifikanter Weise beobachtet und ausgewertet. Sie haben ihre Beobachtungen binnendifferenzierend sowie altersangemessen qualitativ und quantitativ gedeutet. Dabei sind bei der kräftefreien Kosmologie bereits Viertklässler qualitativ und quantitativ selbstständig handlungsfähig. Bei der Schwerkraftkosmologie, bei der Raumkrümmungskosmologie und bei der Vakuumdichtekosmologie sind die Schülerinnen und Schüler ab Klassenstufe 10 selbstständig handlungsfähig. Hierbei können sie die üblichen kosmologischen Modelle fachgerecht bewerten, aktuelle Beobachtungsdaten sachgerecht quantitativ auswerten sowie selbstständig entdecken, dass die übliche im Periodensystem beschriebene Materie nur 5 % der Dichte im Universum ausmacht. Die Schülerinnen und Schüler können ihre beobachteten Ergebnisse, ihre Auswertungen sowie Herleitungen öffentlich präsentieren und stoßen dabei auf überdurchschnittlich großes Interesse.

Diese hohe Selbstständigkeit der Schülerinnen und Schüler ist auch dadurch möglich, dass man die kosmologischen Modelle nicht, wie es häufig praktiziert wird, aus der allgemeinen Relativitätstheorie herleiten muss, sondern sie alleine aus der Newton-Theorie, die bereits in Klassenstufe 10 behandelt wird, vollständig und exakt herleiten kann. Diese Beschränkung auf das Wesentliche ist sowohl didaktisch als auch erkenntnistheoretisch [18] sinnvoll.

$\lambda$ in Å	Signal	SNR	Deutung	$\lambda(\text{Lit.})$ in Å	$\Delta\lambda$ in Å
4360	250	2,18	Hg	4358	2
5182	-233	2,03	Kameradefekt		
6590	309	3,2	H- $\alpha$ -Linie	6563	27
6601	226	2,34	H- $\alpha$ -Linie	6563	38
6708	215	2,23	Kameradefekt		
6869	-196	2,03	B-Linie, O2	6867	2
7009	-377	3,91	Kameradefekt		
7600	-246	2,55	A-Linie, O2	7594	6

Abb. 19: Signifikante Spektrallinien.

### 31. Anhang: Signifikante Spektrallinien

Aus den Abbildungen 6 und 6b wurden alle signifikanten Spektrallinien bestimmt (s. Abb. 19). Drei dieser Linien wurden auf Kameradefekte zurückgeführt (s. Abb. 20). Die kurzwellige Linie bei 4360 Å wird den Quecksilberatomen der Quecksilberdampflampen zugeordnet. Die Linien bei 5182 Å, 6708 Å und 7009 Å werden Kameradefekten zugeordnet (s. Abb. 20). Die Maxima bei 6590 Å und 6601 Å entsprechen der H-Alpha-Linie. Das Minimum bei 6869 Å entsteht durch die Absorption der Sauer-

stoffmoleküle O<sub>2</sub> der Erdatmosphäre und wird als Fraunhofersche B-Linie bezeichnet. Das Minimum bei 7600 Å entsteht durch die Absorption der Sauerstoffmoleküle O<sub>2</sub> der Erdatmosphäre und wird als Fraunhofersche A-Linie bezeichnet. Insgesamt konnten die Schüler so die signifikanten Minima und Maxima des jeweils aufgenommenen Spektrums bestimmen und deuten.

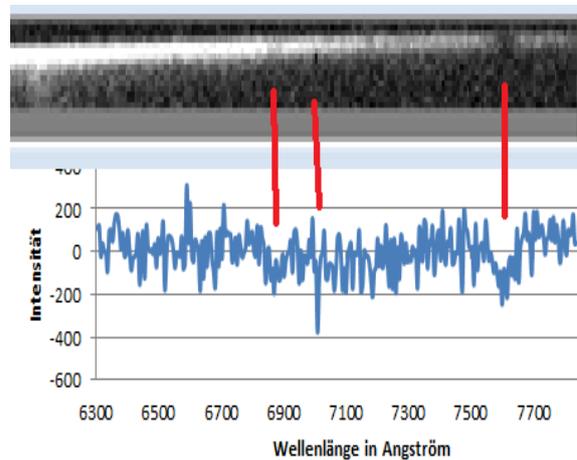


Abb. 20: Kameradefekt: Unten: Aufgenommenes Spektrum nach subtrahierter linearer Regression. Oben: Aufnahme des Spektrums in Form von Pixeln. Rechte rote Linie: Fraunhofersche A-Linie. Linke rote Linie: Fraunhofersche B-Linie. Mittlere rote Linie: Das signifikante Minimum bei (7009|-377) entspricht den schwarzen Pixeln oben. Diese schwarzen Pixel sind eindeutig Defekte der Kamera, denn funktionierende Pixel zeigen Grauwerte an.

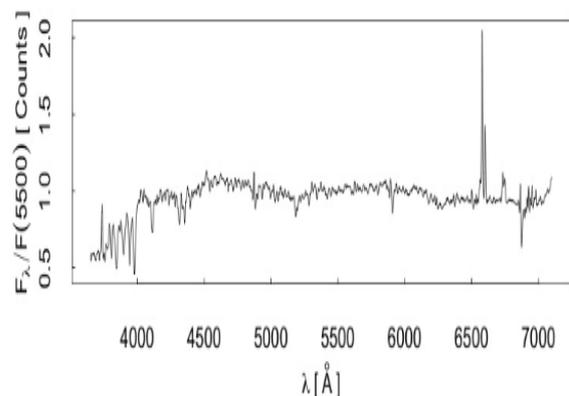
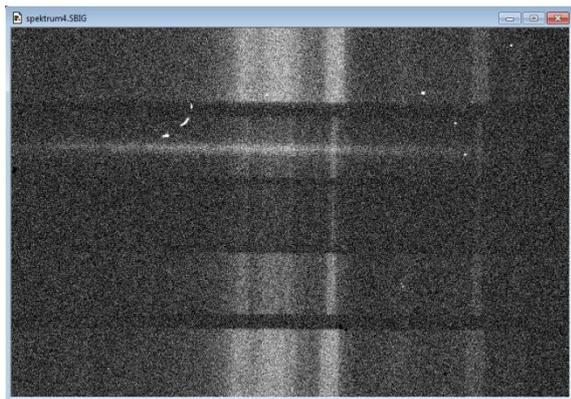


Abb. 21: Spektrum der Galaxie M66 [5].

### 32. Anhang: Spektren der Galaxie M66

Die Galaxie M66 zeigt eine ausgeprägte H-Alpha-Linie (s. Abb. 21). Die Schülerinnen und Schüler konnten für diese Galaxie ein Spektrum aufnehmen (s. Abb. 22) und in diesem die H-Alpha-Linie signifikant mit einem SNR von 2,2 nachweisen. Dem entspricht eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 2,8 %.



**Abb.22:** Spektrum der Galaxie M66: Aufnahme der Schülerrinnen und Schüler. Der waagerechte helle Streifen stellt das Licht der Galaxie dar.

### 33. Anhang: Metrik

Hier wird die Robertson-Walker-Metrik [7] anschaulich aus den oben hergeleiteten Gleichungen entwickelt. Dabei bietet sich ein binnendifferenzierendes Vorgehen an, weil die hyperbolische Metrik mithilfe imaginärer Zahlen hergeleitet wird. Es wird von der Friedmann-Lemaitre-Gleichung ausgegangen:

$$(R'/R)^2 = 8\pi G/3 \cdot (\rho_V + \rho_M) - k \cdot c^2/R^2$$

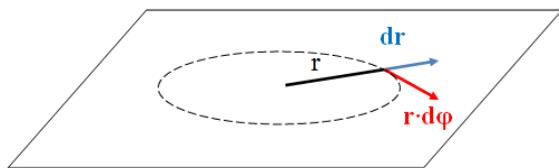
Zunächst macht man sich klar, dass für den Parameter  $k$  nur die drei Fälle  $k = 0$ ;  $k = 1$  und  $k = -1$  wesentlich sind. Dazu ruft man sich in Erinnerung, dass eine Kugel mit beliebigem Radius  $R$  betrachtet wurde. Man kann also für  $k$  ungleich null ebenso gut einen Radius  $Q = R/|k|^{0.5}$  wählen. Dann wird aus der obigen Gleichung:

$$(Q'/Q)^2 = 8\pi G/3 \cdot (\rho_V + \rho_M) - k/|k| \cdot c^2/Q^2$$

Der Quotient  $k/|k|$  nimmt immer die Werte 1 oder -1 an.

**(k=0)** Wenn der Parameter  $k$  verschwindet, dann ist die Energie gleich null und der Raum folglich flach. Das wird in Polarkoordinaten dargestellt (s. Abb. 23). Also ist das Quadrat der Länge:

$$d\sigma^2 = dr^2 + r^2 d\phi^2$$



**Abb.23:** Flacher Raum.

**(k=1)** Da der Raum isotrop ist, muss man nur die radiale und die tangentielle Richtung unterscheiden. Wie oben bereits hergeleitet wurde, muss der Raum für  $k = 1$  geschlossen sein. Es muss also eine dreidimensionale Sphäre sein. Zunächst wird eine zweidimensionale Sphäre grafisch analysiert (s. Abb. 24). Der Term  $dr$  bleibt wie im flachen Raum (s. Abb. 22). Aus dem Term  $r \cdot d\phi$  des flachen Raums wird hier der Faktor  $S \cdot d\phi$  (s. Abb. 24). Dabei ist der Winkel  $\alpha$  der Quotient aus der Bogenlänge  $r$  und dem Krümmungsradius  $R_k$ ,  $\alpha = r/R_k$ . Die Kathete  $S$  ist das Produkt aus der Hypotenuse  $R_k$  und dem Sinus

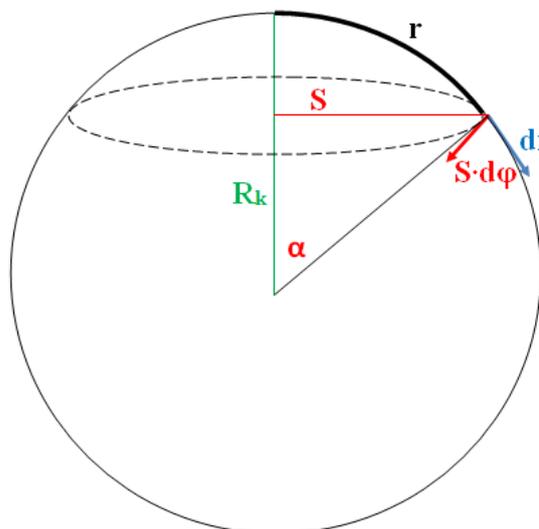
des Winkels  $\alpha$ , kurz  $S = R_k \cdot \sin(\alpha)$ . Also ist das Quadrat der Länge:

$$d\sigma^2 = dr^2 + R_k^2 \cdot \sin(r/R_k)^2 \cdot d\phi^2$$

**(k = -1)** Für diesen Fall wird formal verallgemeinert. Der Krümmungsradius  $R_k$  ist der Kehrwert der Wurzel des Krümmungsparameters. Bei negativem Krümmungsparameter ist das Argument der Wurzel negativ und damit das Argument des Sinus imaginär. Daher wird aus dem Sinus der hyperbolische Sinus. Somit ist der tangentielle Weg  $S \cdot d\phi$  mit  $S = 1/|k|^{0.5} \cdot \sinh(r \cdot |k|^{0.5})$ . Also ist das Quadrat der Länge:

$$d\sigma^2 = dr^2 + 1/|k| \cdot \sinh(r \cdot |k|^{0.5})^2 \cdot d\phi^2$$

Die drei möglichen Räume lassen sich insgesamt relativ anschaulich aus den elementar hergeleiteten Friedmann-Lemaitre-Gleichungen entwickeln. Diese Herleitung wird vor allem dadurch elementar, dass man  $R$  neu skalieren kann und so für den Krümmungsparameter  $k$  nur drei Fälle analysieren muss. Die entsprechenden drei Metriken können mithilfe der Isotropie einsichtig entwickelt werden.



**Abb.24:** Sphärischer Raum: Der Radius  $S$  für das Winkелеlement  $d\phi$  ist kürzer als der Bogen  $r$ . Beim hyperbolischen Raum ist umgekehrt  $S > r$ . Daher illustriert man den hyperbolischen Raum gerne durch einen Sattel.

### 34. Literatur

- [1] Muckenfuß, Heinz (1995): Lernen im sinnstiftenden Kontext. Berlin, Cornelsen, S. 64-66.
- [2] La Pointe, Robert, u. a. (2008): Measuring the Hubble Constant Using SBIG's DSS-7. Society for Astronomical Sciences, S. 137-141. URL: <http://adsabs.harvard.edu/full/2008SASS...27..137L>. Download 2010.
- [3] Gast, Robert (2012): Hässliches wird passieren. ZEIT, 16. Mai, S. 38.
- [4] Fabian Heimann und Jan Oliver Kahl (2011): Beobachtung der Urknalldynamik mit einem 11-Zoll-Teleskop. Jugend forscht Arbeit.

- [5] Universität Strasbourg (2012): Astronomical Database SIMBAD. URL: <http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>. Download 2012.
- [6] Beare, Richard (2007): Specimen Spectra for Bright Galaxies. URL: <http://www.docstoc.com/docs/14258744/Template-spectra-for-galaxies-as-used-by-SDSS>. Download 2012.
- [7] Unsöld, Albrecht und Baschek, Bodo (1999): Der neue Kosmos. 6. Auflage, Berlin, Springer.
- [8] Carmesin, Hans-Otto (2003): Einführung der Wellenlehre mit Hilfe eines Kontrabasses. In: Nordmeier, Volker (Hrsg.): Tagungs-CD Fachdidaktik Physik. ISBN 3-936427-71-2.
- [9] Carmesin, H.-O. (2002): Urknallmechanik im Unterricht. In: Nordmeier, Volker (Hrsg.): Tagungs-CD Fachdidaktik Physik. ISBN 3-936427-11-9.
- [10] Harrison, Edward (1990): Kosmologie. 3. Aufl. Darmstadt, Verlag Darmstädter Blätter.
- [11] Carmesin, Hans-Otto (2012): Schüler entdecken die Einstein-Geometrie mit dem Beschleunigungssensor. PhyDid B, eingereicht zur Veröffentlichung.
- [12] Riess, Adam G. u. a. (2000): Tests of the Accelerating Universe with Near-Infrared Observations of a High-Redshift Type Ia Supernova. *Astrophys. J.* 536, 62, URL: <http://lanl.arxiv.org/abs/astro-ph/0001384v1>. Download 2011.
- [13] Freedman, Wendy u. a. (2009): The Carnegie Supernova Project: The first Near-Infrared Hubble-Diagram to  $z \sim 0,7$ . *Astrophys. J.* 704:1036-1058. URL: <http://arxiv.org/abs/0907.4524v1>. Download 2011.
- [14] Hinshaw, G. u. a. (2009): Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Data Processing, Sky Maps, & Basic Results. *Astrophys. J. Suppl.* 180:225-245. URL: <http://lanl.arxiv.org/abs/0803.0732v2>. Download 2012.
- [15] Wirtz, Carl (1924): De Sitters Kosmologie und die Radialbewegungen der Spiralnebel, *Astronomische Nachrichten* 222, S. 21. URL: [http://articles.adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-article\\_query?1924AN...222...21W&data\\_type=PDF\\_HIGH&whole\\_paper=YES&type=PRINTER&filetype=pdf](http://articles.adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-article_query?1924AN...222...21W&data_type=PDF_HIGH&whole_paper=YES&type=PRINTER&filetype=pdf). Download 2012.
- [16] Wirtz, Carl (1922): Die Radialbewegungen der Gasnebel. *Astronomische Nachrichten* 215, S. 19.
- [17] Appenzeller, Immo (2009): Carl Wirtz und die Hubble-Beziehung. *Sterne und Weltraum*, S. 44-52.
- [18] Rosenstock-Huessy, Eugen (1968): William Ockham. In: Grolier (Hrsg.): *The American Peoples Encyclopedia* Bd. 19. New York : Grolier.
- [19] Kennicutt, Robert (1992): A Spectrophotometric Atlas of Galaxies. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 79, S. 255-284.
- [20] Gast, Robert (2012): Das Gespenst von Genf wird greifbar. *Spektrum der Wissenschaft*, Sonderausgabe Higgs Juli 2012. Page 1-4.

### Danksagung

Ich bedanke mich bei der EWE-Stiftung. Durch das Preisgeld des von Klitzing-Preises kauften wir das Material, mit dem wir die Sternwarte für Urknallbeobachtungen ausgebaut haben. Ich bedanke mich bei den Schülerinnen und Schülern der Astronomie-AG, besonders bei Fabian Heimann und Jan Oliver Kahl, für deren besonderes Engagement. Ich bedanke mich bei den studentischen Betreuern der Herbstakademie, die zu diesem Projekt beigetragen haben, besonders bei Ines Brettschneider und Benny Lührs.

Dieser Bericht betrifft den folgenden Tagungsbeitrag der Frühjahrstagung in Mainz 2012:

Beitragsnummer DD 21.3

Titel des Beitrags: Entdeckung des Urknalls und der dunklen Energie. Der Aufsatz wurde bei der Zeitschrift PhyDid B zur Veröffentlichung eingereicht.