

Optimierung des Drehspiegelexperimentes zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

Marcus Meincke * und Andreas Strunz * und Jan-Peter Meyn *
*Didaktik der Physik, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
jan-peter.meyn@physik.uni-erlangen.de

Kurzfassung

Die Lichtgeschwindigkeit ist eine fundamentale Größe in der Physik, deren experimentelle Quantifizierung auch in der Schule nicht zu kurz kommen sollte. Leider ist mit dem schultypischen Aufbau der Drehspiegelmethode nach Foucault nur eine beschränkte Genauigkeit zu erreichen. Durch eine computerunterstützte Positionsbestimmung des Lichtsignals und durch Justage mit einem Laserentfernungsmessgerät senken wir den Fehler auf unter 1 Prozent, wobei die Frequenzschwankungen des Motors den größten Beitrag zum Fehler machen.

1. Einleitung

Die Lichtgeschwindigkeit c ist schon seit Beginn der Neuzeit eine zentrale Größe der Physik. Nach dem Vorbild des Drehspiegelversuches von Foucault gibt es von Lehrmittelherstellern spezielle Geräte mit passenden Anleitungen, um das Experiment im Physikunterricht zu zeigen. Die erreichbare Genauigkeit ist mit dem historischen Experiment durchaus vergleichbar [1], [2], [3]. In der Schule wird diese Messung selten durchgeführt, und das Resultat ist meistens nur der Nachweis, dass die Lichtgeschwindigkeit endlich ist. Wir analysieren die Fehlerquellen und zeigen, wie mit vertretbarem Aufwand eine Genauigkeit von etwa 1 Prozent erreicht werden kann. Offensichtlich hat Foucault die Fehlerquellen gekannt, wie man an seinen passenden technischen Lösungen erkennt [4]. Der Versuch kommt näher an eine Reproduktion des historischen Experiments (mit modernen technischen Hilfsmitteln), so dass die einzigartigen Möglichkeiten der Einbindung historischer Versuche in den Unterricht genutzt [5] werden können.

2. Historische Messungen

Olaf Rømer machte 1676 anhand von Beobachtungen der Jupitermonden plausibel, dass Lichtsignale sich mit etwa 135000kms^{-1} ausbreiten [6]. Fizeau erhielt mit der nach ihm benannten Zahnradmethode 315300kms^{-1} . Foucault erfand die Drehspiegelmethode, um die Lichtgeschwindigkeit auf kleinem Raum zu messen. Ihm ging es vor allem um die Frage, ob die Lichtgeschwindigkeit im Wasser langsamer oder schneller als in Luft es, denn die seinerzeit konkurrierenden Auffassungen, ob Licht eine Welle oder ein Strom bewegter Korpuskeln sei, lieferten gegensätzliche Vorhersagen. 1850 zeigte Foucault eindeutig, dass die Lichtgeschwindigkeit in Wasser kleiner ist und schätzte auch das Geschwindigkeitsverhältnis ab. Die exakte Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit in Luft folgte 1862 und ergab den Wert

$298000 \pm 500\text{kms}^{-1}$ [4]. Albert A. Michelson, der vor allem für sein Interferometer bekannt ist, befasste sich über einen langen Zeitraum bis zu seinem Tode mit der Präzisionsmessung der Lichtgeschwindigkeit. Auf ihn geht die Geometrie des im nächsten Abschnitt besprochenen Aufbaus zurück [7]. Heute ist die Lichtgeschwindigkeit mit $c = 299792458\text{ms}^{-1}$ festgelegt, um das Meter zu definieren, welches bei den historischen Messungen seit 1799 als Urmeter gegeben war.

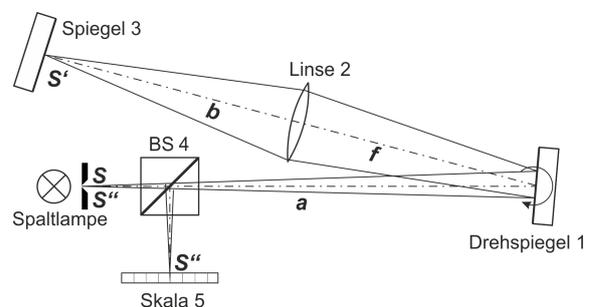


Abb. 1: Geometrie des Drehspiegelversuches nach Foucault, mit dem vereinfachten Strahlengang nach Michelson.

3. Messprinzip

Der Aufbau des Experiments ist in Abbildung 1 gezeigt. Im Prinzip liegt eine gefaltete, zweifache Abbildung eines Lichtpunktes S vor, der technisch durch einen leuchtenden Spalt oder durch einen Laser realisiert ist. Der Spalt S wird von der Linse 2 auf den Spiegel 3 als Punkt S' abgebildet, dann wieder zurück auf S'' , der mit S identisch ist. Mit einem teildurchlässigen Spiegel wird S'' auf die Messkala 5 abgebildet. Wenn der Drehspiegel 1 mit der Frequenz ν rotiert, ändert er seinen Drehwinkel in dem Zeitintervall, den das Licht benötigt, um die Distanz zum Spiegel 3 und zurück zu überwinden. Daher wird das

zurückkehrende Lichtbündel nicht auf den Punkt S'' abgebildet, sondern um die Strecke x verschoben. Wir nennen die Distanz $2(b+f)$ die Laufstrecke und a die Zeigerstrecke. Die Werte für a und b können im Rahmen der Linsengleichung frei gewählt werden. Eine große Laufstrecke ist nur zu Lasten der Zeigerlänge zu haben. Man kann mit einem kleinen Zeiger einen großen Drehwinkel auf die Skala übertragen oder mit einem großen Zeiger einen kleinen Drehwinkel. Die Optimierung kann nur im Rahmen einer detaillierten Fehleranalyse erfolgen. Die Positionierung des Drehspiegels 1 im Abstand der Brennweite der Linse 2 ist kritisch: Nur so kann die Abbildung über einen größeren Bereich von Drehwinkeln ausgenutzt werden, das Lichtbündel zwischen 2 und 3 wird bei Winkeländerung parallel verschoben. Es gibt Vorschläge, für a und b spezielle Werte in Einheiten der Brennweite f zu wählen, um die Zahl der notwendigen Tische reduzieren.

4. Fehleranalyse

Die Lichtgeschwindigkeit c wird aus den Messgrößen gemäß

$$c = \frac{8\pi(f+b)av}{x} \quad (1)$$

bestimmt. Das Fehlerfortpflanzungsgesetz von Gauß lautet

$$\Delta c((b+f), a, v, x) = \sqrt{\frac{\partial c}{\partial(b+f)} \Delta(b+f) + \frac{\partial c}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial c}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial c}{\partial x} \Delta x} \quad (2)$$

Eine erfolgreiche Optimierung ist nur mit der Kenntnis der Einzelbeiträge möglich. Wenn $f+b = a$ gewählt wird, damit Spiegel 3 auf dem Tisch von Lampe und Maßstab aufgestellt werden kann, sind die einzelnen Beiträge zum Fehler bei $v = 440\text{Hz}$ vergleichbar für $\Delta a = 12\text{mm}$, $\Delta(f+b) = 12\text{mm}$, $\Delta x = 0,005\text{mm}$ und $\Delta v = 0,5\text{Hz}$, nämlich etwa 10^{-3} , das ist viermal mehr als der Beitrag durch den Brechungsindex der Luft. Erwartungsgemäß muss die Verschiebung sehr genau gemessen werden. Hat man das erreicht, muss man der Frequenzstabilität ebenfalls Aufmerksamkeit schenken und die Längenmessungen erfordern mehr Sorgfalt als ein grobes Abschätzen mit einem Maßband.

5. Optimierung

5.1. Optische Weglängen

Vor dem Aufbau muss die Brennweite der Linse z.B. durch Abbildung einer Glühwendel bestimmt werden, sonst ist ein systematischer Aufbau nicht möglich. Wir fanden beispielsweise $f = 4595\text{mm}$ für eine Linse mit nominell $f = 5000\text{mm}$! Die Abstände $f+b$

und a werden grob eingestellt und die Feinjustage erfolgt auf dem Tisch, beispielsweise durch Verschieben der Skala 5. Es empfiehlt sich, die Abbildung erst einmal in einem linearen Aufbau ohne Spiegel zu üben, dann den Reflexionspiegel 3 einzubauen und schließlich den Drehspiegel. Die Abstände zwischen den Komponenten werden mit einem Laser-Entfernungsmessgerät (Leica Disto D2) bestimmt. Damit erreicht man schnell und sicher einen Wert mit maximalen Fehler von 2mm. Die optische Weglängenänderung in der Linse durch den Brechungsindex des Glases wird automatisch mit berücksichtigt. Der Laserstrahl des Messgerätes dient auch zur Winkeljustage der Spiegel.

5.2. Frequenz des Drehspiegels

Die Frequenz des Drehspiegels kann über die Schwebung des Betriebsgeräusches mit einer Stimmgabel genauer als 1Hz bestimmt werden. (Foucault verwendete ein Stroboskop, welches mit der erforderlichen Genauigkeit in Schulen nicht verfügbar ist.) Man stellt fest, dass die Drehzahl des Motors signifikanten Schwankungen von typisch $\Delta v = 2\text{Hz}$ unterworfen ist. Zur quantitativen Analyse haben wir auf die Ebene des Stahlangang eine Si-Photodiode gestellt, die das periodisch vorbeistreichende Lichtsignal empfängt und an einen Frequenzzähler gibt. Abbildung 2 zeigt die Ergebnisse für den Motor des Lehrmittel-Herstellers Leybold [8]. Eine zehnfache Verbesserung ist möglich mit einer Festo Oberfräse OF 900E mit elektronischer Drehzahlregelung.

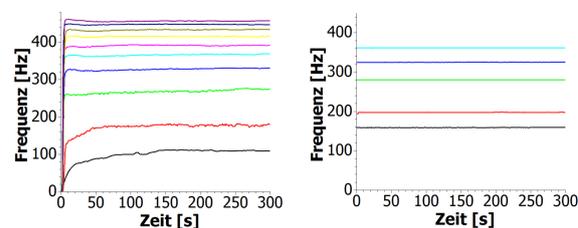


Abb. 2: Frequenzschwankung des Drehspiegelmotors, geregelt mit Phasenanschnittsteuerung (links). Abhilfe schafft eine Oberfräse mit elektronischer Drehzahlregelung (rechts).

5.3. Position des Spaltbildes

Die Verschiebung des Spaltbildes beträgt für die oben angegebene Dimension des Aufbaus $\Delta x = 5.4\text{mm}$. Davon ein Hundertstel oder gar Tausendstel aufzulösen ist ohne optische Hilfsmittel nicht möglich. Man braucht eine sehr fein geätzte Messskala oder ein Fadenkreuz, sowie eine starke Lupe; beispielsweise in Form eines Messokulars. Anstelle der möglichen Ablesung auf eingeteilten Skala im Bild ist es genauer, eine einzelne feine Linie dem Zentrum des Lichtsignals nachzuführen und die mechanische Verschiebung auf der Skala des Verschiebetisches abzulesen.

Mit dieser rein visuellen Methode kommt man schon auf 5 Prozent genau an den richtigen Wert für die Lichtgeschwindigkeit. Während man das Zentrum eines Spaltbildes gut schätzen kann, ist das beim Laser sehr schlecht möglich, wie im nächsten Abschnitt näher ausgeführt wird. In Anlehnung an den Vorschlag von [1] haben wir den Laserstrahl im Fokus S'' mit einer sehr kleinen Si-Photodiode abgescannt und die Photospannung über dem Weg aufgetragen. Ein Gaußfit liefert das Zentrum des Laserstrahls mit einer Unsicherheit von $\Delta x = 15\mu\text{m}$. Der Gaußfit ist aufgrund seiner Spiegelsymmetrie recht unempfindlich gegen Nichtlinearität des Detektors und Verbreiterung des Signals durch die Größe des Detektors. Die Messungen für verschiedene Frequenzen zeigt Abbildung 3. Die Ergebnisse des Fits werden über der Frequenz aufgetragen; daraus wird wiederum eine Ursprungsgerade gewonnen, aus deren Parametern die Verschiebung x als Funktion der Frequenz berechnet wird.

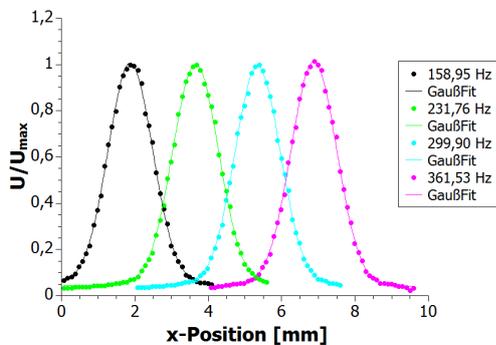


Abb. 3: Analyse des Strahlquerschnitts am Ort S'' . Das Zentrum des Gauß'schen Strahls ist auf etwa $15\mu\text{m}$ genau bestimmbar.

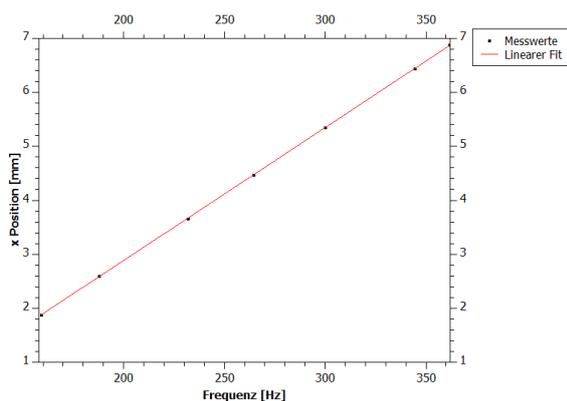


Abb. 4: Ausgleichfit für Messungen zu verschiedenen Frequenzen.

5.4. Beugungsbegrenzte Abbildung

An Stelle der Spaltlampe wird gern ein Laser verwendet. Der Aufbau wird einfacher, weil man mit dem

Laserstrahl auf die weit entfernten Bauteile zielen kann. Dieser Vorteil verleitet dazu, den Laserstrahl in der Analogie zu einem Wasserstrahl aufzufassen und dabei den begrenzenden Faktor zu übersehen, nämlich die Beugung. Der Laserstrahl ist im Idealfall ein Gauß'scher Strahl, dessen Geometrie allein durch Beugung gegeben ist. Der Laserstrahl ist divergent mit dem Öffnungswinkel θ und hat eine Strahltaile („Laser-Fokus“), wo Strahlradius w_0 minimal ist. Eine kleinere Strahltaile entspricht einem größeren Öffnungswinkel.

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}, \quad (3)$$

ganz entsprechend zur Vergrößerung der Beugungsfigur eines Spaltes beim Verringern der Spaltöffnung. Für weitere Details wird auf die Fachliteratur verwiesen, z.B. [9].

Das Intensitätsprofil des Gauß'schen Strahls ist über die Länge konstant, so dass man überall seine Achse bestimmen könnte. Die Genauigkeit der Ortsbestimmung der Achse ist proportional zum Durchmesser. Man wählt daher eine Strahlteile am Ort S und ihr Bild in S'' . Verkleinert man den Durchmesser der Strahlteile w_0 , so steigt die Divergenz. Der Laserstrahl wird am Ort des Drehspiegels größer als dessen Berandung, wie in Abbildung 5 skizziert ist. Es entstehen komplexere Beugungsmuster, die die Form und den Durchmesser des Strahlquerschnitts auf der Messskala verschlechtern. Das Optimum ist die vollständige Ausleuchtung des Drehspiegels.

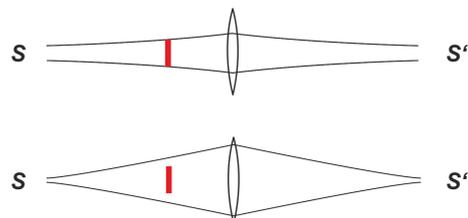


Abb. 5: Verkleinerung der Strahltaile bei S erhöht die Divergenz, so dass der Drehspiegel (rot) den Strahlquerschnitt begrenzt.

Man kann die Begrenzung umgehen, in dem man den Durchmesser des Drehspiegels vergrößert. Oberflächenspiegel mit hoher Güte sind heute in großer Vielfalt im Optik-Handel erhältlich. Wir haben passend zur Spannklammer der Oberfräse einen Aluminiumteller mit 6mm Schaft anfertigen lassen, auf den ein 5mm dicker Planspiegel mit 22mm Kantenlänge mit Epoxidharz aufgeklebt wurde. Bei optimaler Ausleuchtung wird die Genauigkeit der Positionsbestimmung von S'' gegenüber dem 10mm Leybold-Spiegel mehr als verdoppelt. Im Zahlenbeispiel ist $w_0 = 0,22\text{mm}$. Die beiden Drehspiegel sind in Abbildung

6 gezeigt. Die einseitige Reflexionsschicht bedeutet keinen nennenswerten Nachteil, da Auge und Si-Photodiode hinreichend empfindlich sind.

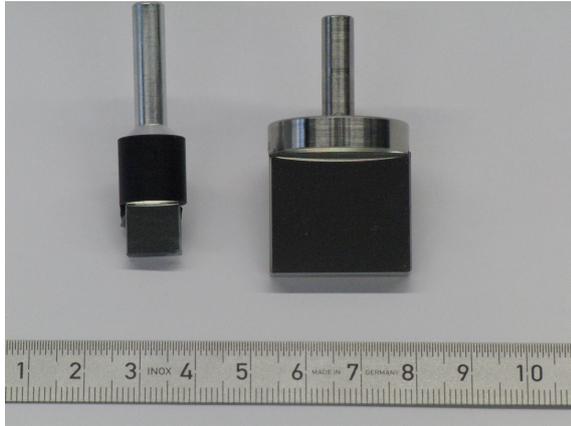


Abb. 6: Drehspiegel aus der Apparatur von Leybold (links), Drehspiegel mit 22mm Kantenlänge für Oberfräse (rechts)

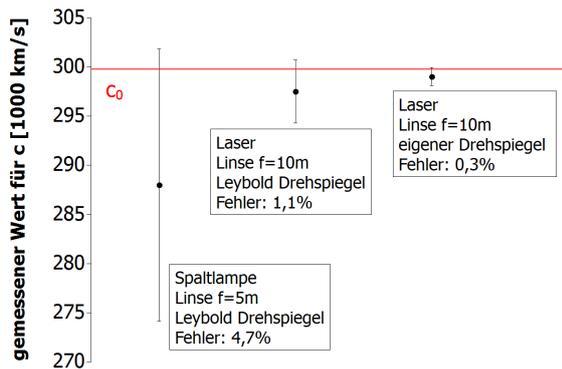


Abb. 7: Messfehler für verschiedene Gerätekompositionen. Mit Si-Photodiode, frequenzstabilem Drehspiegel mit 22mm Kantenlänge sowie auf 10m vergrößerter Brennweite wird der Fehler auf 0,3% reduziert.

Bei der Abbildung einer Spaltlampe gibt es einen weiteren Vorteil des größeren Spiegels: Die Bildhelligkeit nimmt mit der Spiegelfläche zu. Aus dem Zahlenbeispiel für den Laser kann man abschätzen, dass das Spaltbild eine Breite von der Größenordnung 0,2mm hat, sofern die Spaltlampe nur hinreichend fein ist. Da in diesem Fall eine große Vielfalt von optischen Moden beteiligt sind, d.h. das Spaltbild komplex aufgebaut ist, ist das visuelle Auffinden des Zentrums leichter als beim Laser.

6. Zusammenfassung

Die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit kann mit Schulmitteln bis auf 1 Prozent Fehler bestimmt werden. Eine saubere optische Abbildung, welche die Gesetzmäßigkeit der Beugung berücksichtigt, ist Voraussetzung für ein gut aufgelöstes Messsignal. Eine stabile und genau bestimmbare Drehfrequenz ist ebenfalls wichtig. Wenn diese Aspekte ausgeschöpft sind, bleibt nur die Vergrößerung durch eine Linse mit längerer Brennweite. Abbildung 7 zeigt den Einfluss der diskutierten Verbesserungen auf den Gesamtfehler. Das genaueste Resultat mit 0,3% Fehler kann unter günstigen Verhältnissen, z.B. im Rahmen einer Vertiefung und mit finanzieller Unterstützung durch einen Freundeskreis, noch mit Schulmitteln erreicht werden.

7. Literatur

- [1] A. J. Domkowski, C. B. Richardson, and Noel Rowbotham. Measurement of the speed of light. *American Journal of Physics*, 40(6):910–912, 1972.
- [2] James M. Feagin. Another modification of Foucault’s method of determining the speed of light. *American Journal of Physics*, 47(3):288–288, 1979.
- [3] Jed Brody, Laura Griffin, and Phil Segre. Measurements of the speed of light in water using Foucault’s technique. *American Journal of Physics*, 78(6):650–653, 2010.
- [4] William Tobin. *The life and science of Léon Foucault : the man who proved the earth rotates*. Cambridge University Press, Cambridge [u.a.], 2003.
- [5] Peter Heering. Tool for investigation, tools for instruction: Potential transformations of instruments in the transfer from research to teaching. In Peter Heering and Roland Wittje, editors, *Learning by Doing*, pages 15–30, Stuttgart, 2011. Franz Steiner Verlag.
- [6] Albert van Helden. Roemer’s Speed of Light. *Journal for the History of Astronomy*, 14:137, 1983.
- [7] Albert A. Michelson. *Experimental determination of the velocity of light*. U.S. Nautical Almanac Office, 1880.
- [8] LD Didactic GmbH, Leyboldstr. 1, 50354 Hürth. www.ld-didactic.de.
- [9] Dieter Meschede. *Optik, Licht und Laser*. Vieweg + Teubner, Wiesbaden, 3. Auflage, 2008.