

Deterministisches Chaos

- studiert mit Kugelbahn und Magnetpendel

Simone Rademacher*, Wolfgang Rieger*, Wolfgang Oehme**

*** Geschwister-Scholl-Gymnasium Taucha, ** Universität Leipzig**

Motivation

„Nichts kann existieren ohne Ordnung – nichts kann entstehen ohne Chaos!“ – so formulierte Albert Einstein die Bedeutung des Chaos.

Grundgedanken der Nichtlinearen Dynamik eignen sich, auf den im Physikunterricht gewonnenen Kenntnissen aufbauend, einen Einblick in ein modernes Gebiet naturwissenschaftlicher Forschung zu gewinnen. Sie fanden deshalb Eingang in neue Physiklehrgänge, so auch in den sächsischen Lehrplan Physik für Gymnasien /1/.

Leistungskurs 12

Lernbereich 8: Deterministisches Chaos	5 Ustd.
Einblick gewinnen in das Verhalten nichtlinearer Systeme	Kausalitätsprinzip, Determinismus und deterministisches Chaos
- lineare und nichtlineare Systeme	mechanische und elektromagnetische Systeme
- deterministisches Chaos	Einsatz GTR oder Computer
- nichtlineare Rückkopplung	Simulation zur Reflexion am Billardtisch mit kreisförmigem Hindernis
	erzwungene Schwingung in nichtlinearen Systemen: Schwingkreis mit nichtlinearen Bauelementen, Drehpendel mit Unwucht
- Chaos und Ordnung	logistische Gleichung und Verhulst-Dynamik
- Übergang ins Chaos	Zeitreihenanalyse und Herzrhythmus
- Attraktoren	Räuber-Beute-Modelle
- eingeschränkte Vorhersagbarkeit	Bifurkationsdiagramm
- Sensitivität bezüglich der Anfangsbedingungen	Wettervorhersage; Nichtlinearität bei Doppelpendel und getriebenem Einfachpendel
- Möglichkeit von Kurzzeitvorhersagen	Magnetpendel
- Erkennen der Chaosfähigkeit	

Besondere Lernleistung

In Sachsen kann eine selbständige wissenschaftliche Arbeit als zusätzliche Prüfungsleistung in das Abitur eingebracht werden. Die hier vorgestellten Ergebnisse entstammen hauptsächlich einer solchen Besonderen Lernleistung im Fach Physik /2/.

Versuchsarrangements

Die Kugelbahn hat die Form einer Kugelfläche, in die zusätzlich drei kleine Mulden symmetrisch zum zunächst tiefsten Punkt eingebracht wurden. Als eine einfache Möglichkeit, diese Kugelbahn herzustellen, bietet es sich an, in eine Gipsform die Vertiefungen mit einem großen und einem kleinen Ball einzuarbeiten (s. Bild K1).



Bild K1 Kugelbahn



Bild M1 Magnetpendel

Das Magnetpendel besteht aus einem Dauermagneten als Pendelkörper, der über einer Ebene mit drei symmetrisch angebrachten Magneten schwingt und von diesen angezogen wird.

Literatur

- /1/ Lehrplan Gymnasium Physik, Sächsisches Staatsministerium für Kultus, 2009
- /2/ Rademacher, S.; Besondere Lernleistung im Fach Physik „Untersuchung des Deterministischen Chaos am Beispiel von Magnetpendel und Kugelbahn“, Geschwister-Scholl-Gymnasium Taucha
- /3/ Maplesoft: Mathematics, Modeling, Simulation; www.maplesoft.com

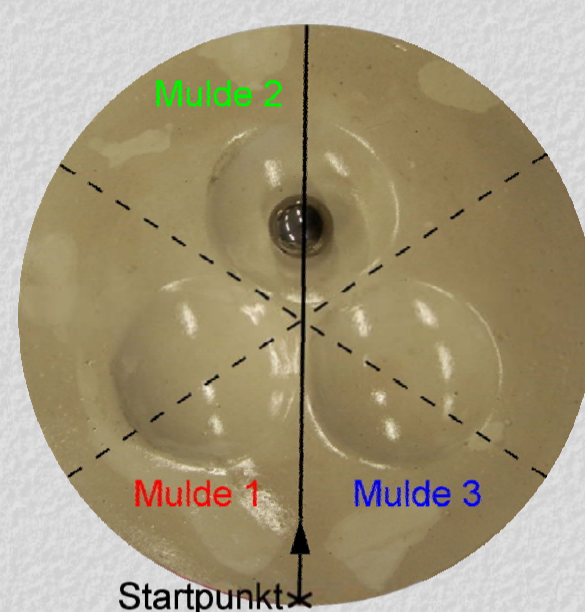
Experimente und Simulation

Kugelbahn

Magnetpendel

Experimente zur Sensitivität

Um die empfindliche Abhängigkeit der Bewegung der Kugel bzw. des Pendelkörpers von den Anfangsbedingungen (Sensitivität) zu untersuchen, bietet sich ein Startpunkt auf einer der drei Symmetrielinien an. Die Kugel wird dabei mehrfach aus der Ruhe gestartet und diejenige der kleinen Mulden ermittelt, in der die Kugel zur Ruhe kam. Analog wurde beim Magnetpendel verfahren. Es ergaben sich folgende Ergebnisse:

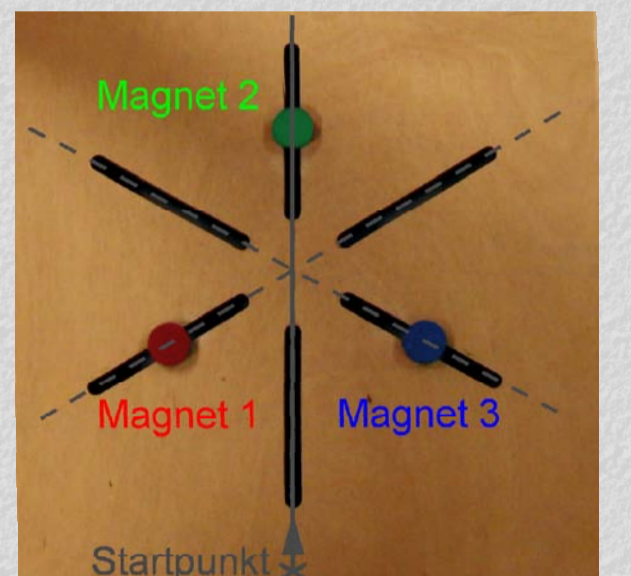


Ergebnis	Mulde 1	Mulde 2	Mulde 3
Anzahl bei 60 Versuchen	20	21	19

Bild K2 Sensitivität der Kugelbahn

Ergebnis	Magnet 1	Magnet 2	Magnet 3
Anzahl bei 60 Versuchen	17	25	18

Bild M2 Sensitivität des Magnetpendels



Modellbildung und Simulation

Für die Modellbildung und Simulation wurde das Computeralgebra-System Maple/3/ verwendet.

Das Potential der Kugelbahn wurde aus einer Kugelfläche mit großem Radius und drei kosinusförmigen Mulden mit kleinerem Radius zusammengesetzt (s. Bilder K3 bis K5).

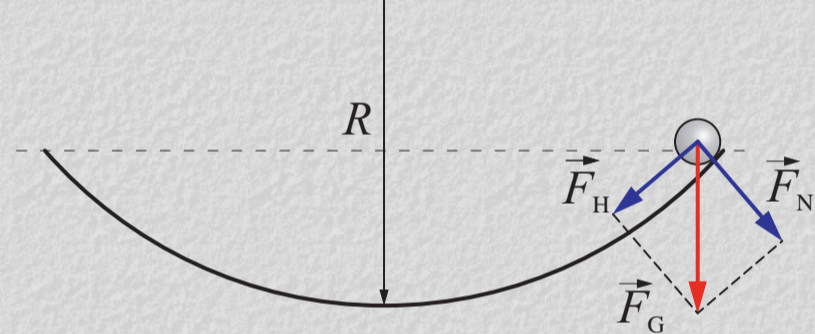


Bild K3 Kugelfläche

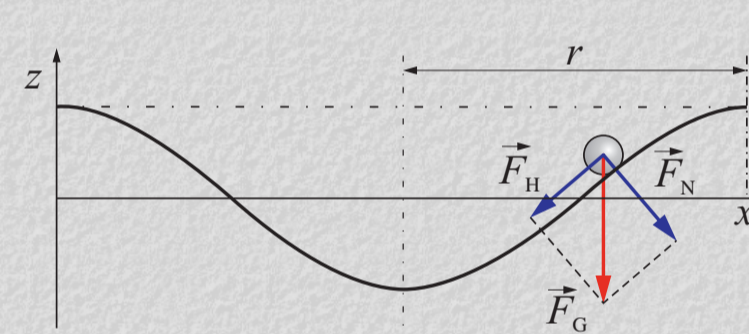


Bild K4 Kosinusmulde

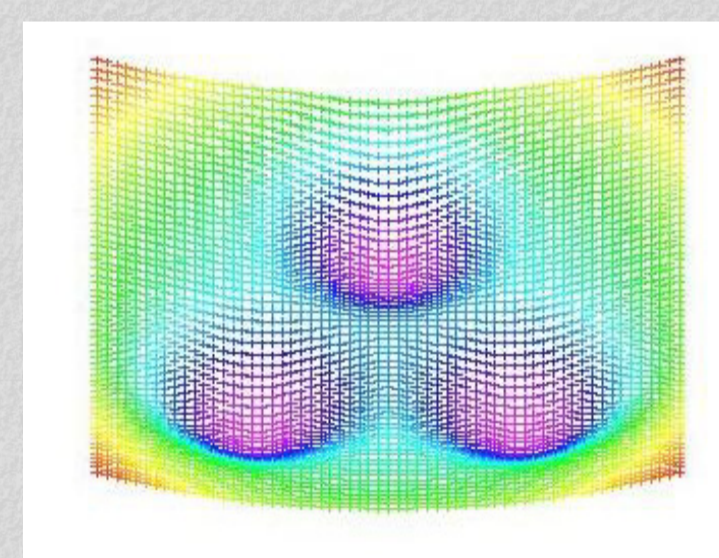


Bild K5 Gesamtpotential der Kugelbahn

Am Pendelkörper des Magnetpendels greifen die Gewichtskraft und die Kräfte der drei anziehenden Magnete an (s. Bild M3). Bild M4 zeigt das zugehörige Potential mit dem „trichterförmigen“ Verlauf am Ort der Magnete.

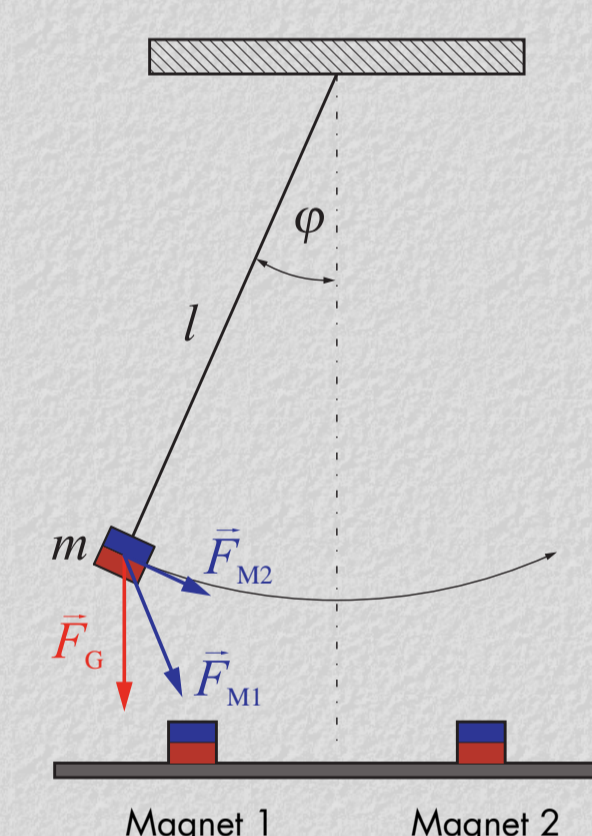


Bild M3 Kräfte

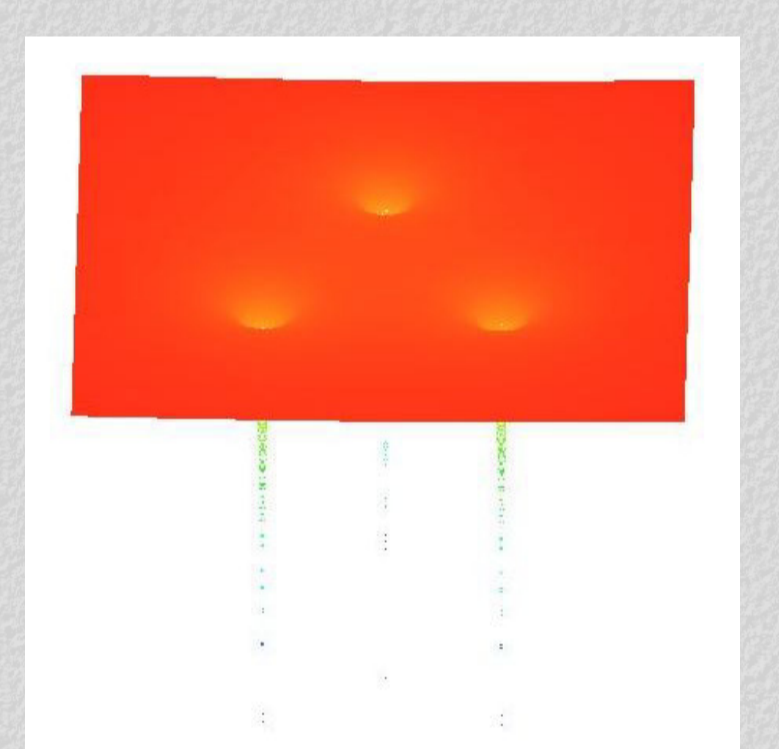


Bild M4 Resultierendes Potential

- Für die Simulation wurden folgende vereinfachende Annahmen getroffen:
- a) Der Pendelkörper bewegt sich horizontal.
 - b) Die Magnetkräfte lassen sich analog dem Coulombgesetz mit dem magnetostatischen Kraftgesetz beschreiben.

Berechnete Bahnen, Sensitivität und Vergleich mit dem Experiment

Zum Vergleich mit den Experimenten wurden die Bahnen der Kugel bzw. des Pendelkörpers berechnet. Für drei gering voneinander abweichende Startorte auf einer der Symmetrielinien bestätigte sich die experimentell erkannte hohe Sensitivität.

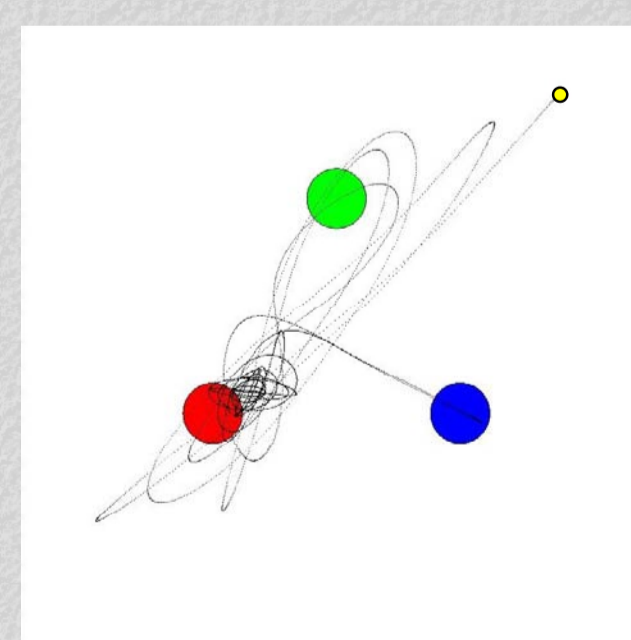


Bild K6 Typische Bewegung der Kugel

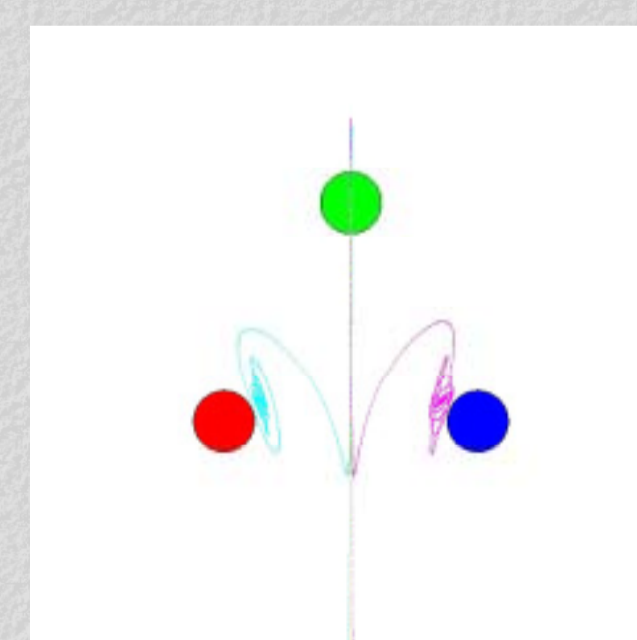


Bild K7 Sensitivität der Kugelbahn

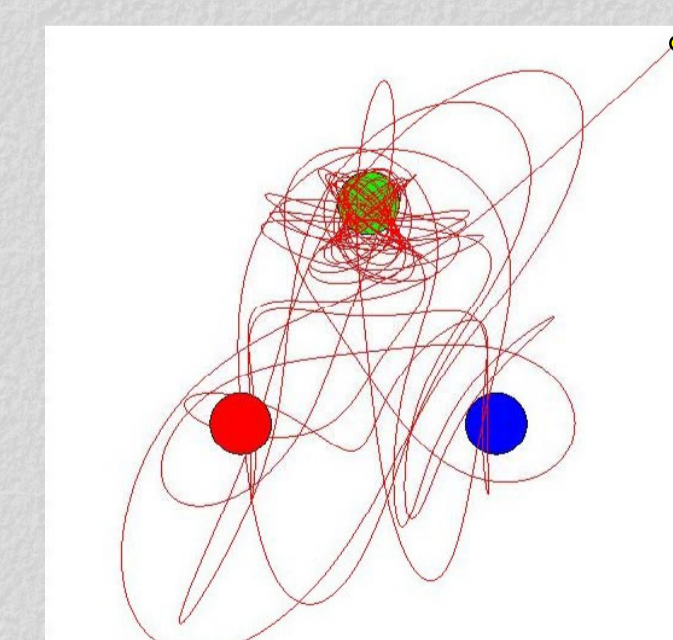


Bild M5 Typische Bewegung des Pendelkörpers

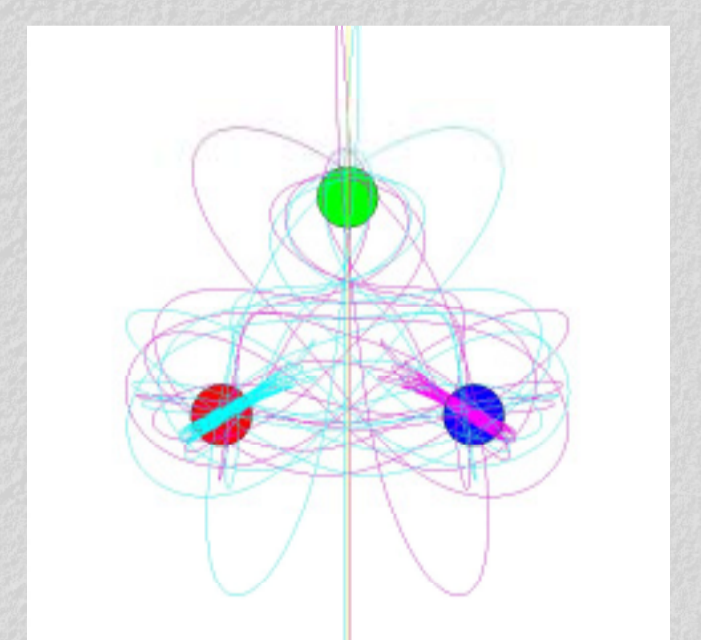


Bild M6 Sensitivität des Magnetpendels

Einzugsgebiete und Reibungseinfluss

Für etwa 66000 Startpunkte, die die ganze Ebene bedecken, wurden die Mulden bzw. Magnete bestimmt, in denen die Kugel oder über denen der Pendelkörper zur Ruhe kam. Die farbigen Einzugsgebiete entstehen, wenn jeder Mulde und jedem Magneten eine andere Farbe zugeordnet wird (s. Bilder K6 und M5) und der Startpunkt die Farbe des erreichten Ziels erhält. Die Gestalt der Einzugsgebiete hängt stark von der angesetzten Reibung ab. Bei den mittleren Abbildungen in den Bildern K8 und M7 wurde die Reibung so gewählt, dass die Bewegungsdauern mit der des Experiments übereinstimmte.



Bild K8 Einzugsgebiete bei abnehmender Reibung

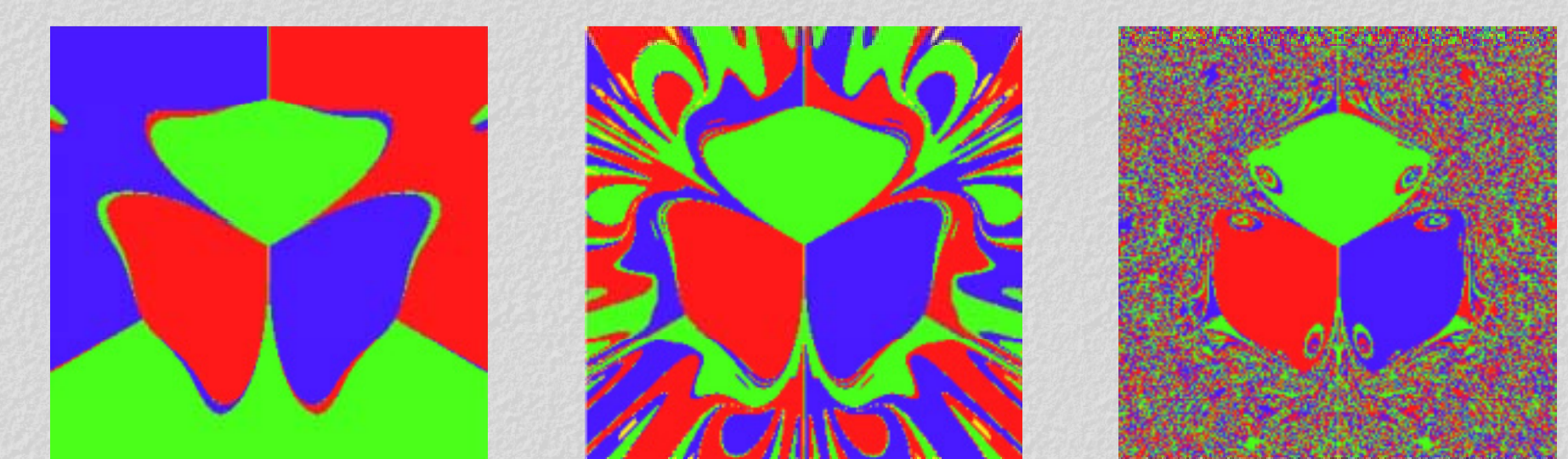


Bild M7 Einzugsgebiete bei abnehmender Reibung