

Die Entfernung des Mondes und die Größe der Erde

– Ergebnisse zweier internationaler Beobachtungsprojekte –

Udo Backhaus

Universität Duisburg-Essen, Universitätsstrasse 2, 45117 Essen, email: udo.backhaus@uni-due.de

Im Jahr 2009, dem Internationalen Jahr der Astronomie IYA2009, wurden zwei internationale Beobachtungsprojekte angeregt und durchgeführt. Sie hatten zum Ziel, Menschen auf der ganzen Welt anzuregen, die Bewegungen von Sonne und Mond im Laufe einiger Wochen bewusst wahrzunehmen. Im Zentrum der Projekte standen gemeinsame Beobachtungstage, an denen die Position der Sonne über dem lokalen Horizont gleichzeitig möglichst genau gemessen bzw. der Mond vor dem Hintergrund des Sternenhimmels fotografiert wurde. Der Vergleich der international gewonnenen Ergebnisse machte die Kugelgestalt der Erde und die endliche Entfernung des Mondes sichtbar. Die quantitative Auswertung ergab die Größe der Erde und einen Näherungswert für die Entfernung des Mondes.

1. Die Entfernung des Mondes

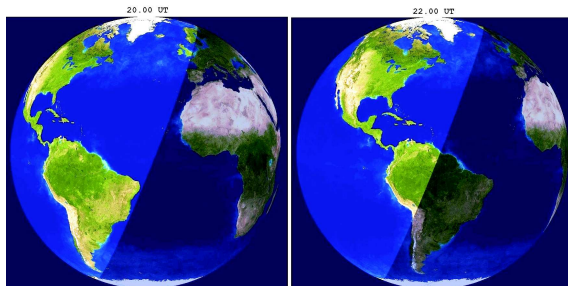


Abb. 1: Die Erde, vom Mond aus gesehen, an zwei verabredeten Zeitpunkten: Um 20.00 Uhr UT ist die Sonne in Mittel- und Südeuropa gerade untergegangen. Um 22.00 Uhr UT konnten sich Beobachter in großen Teilen Südamerikas beteiligen. Dafür war in Osteuropa der Mond bereits untergegangen.

In der Nacht 30./31. Mai 2009 wurde der Mond von verschiedenen Orten aus gleichzeitig fotografiert. Das Ziel war dabei, die Parallaxe des Mondes, d. h. seine Verschiebung relativ zum Sternenhimmel in Abhängigkeit von der Beobachtungsposition auf der Erde, sichtbar und messbar zu machen. Aus dem Vergleich der von verschiedenen Orten auf der Erde *gleichzeitig* gemachten Fotos sollte die Entfernung zum Mond abgeleitet werden. Die zugrunde liegende Idee wurde von Martin Wagenschein [5] eindrucksvoll beschrieben.

Details des Projektes können in [1] und im Internet [3] nachgelesen werden.

Um möglichst vielen Menschen auf der Erde die Teilnahme zu ermöglichen, wurden fünf verschiedene Uhrzeiten verabredet. Leider waren die Zahl der teilnehmenden Orte so klein und das Wetter so instabil, dass nur für 20.00 Uhr UT und 22.00 Uhr UT vergleichbare Fotos entstanden. Zudem war es um 20 Uhr UT in Europa noch nicht richtig dunkel, und um 22 Uhr UT war der Himmel über den meisten Beobachtungsorten von Schleierbewölkung bedeckt.

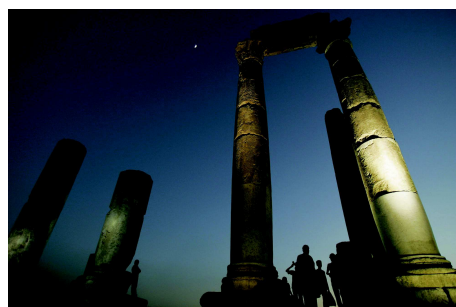


Abb. 2: An einigen Orten wurde aus dem Projekt ein öffentliches und spektakuläres Großereignis, z. B. in Amman, Jordanien.



Abb. 4: So blickte der Mond in Essen durch die Schleierbewölkung. Die Wolken machten es schwierig, den Mond und die Bezugsobjekte (Saturn und Regulus) gleichzeitig zu sehen.

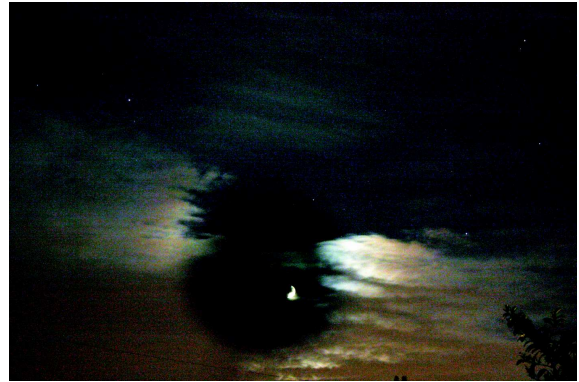


Abb. 7: Allerdings musste mit Tricks gearbeitet werden, um trotz der Schleierbewölkung die Bezugsobjekte Regulus und Saturn sichtbar zu machen (A. Knülle-Wenzel, Bochum) Da durch die Beteiligung von Beobachtern überall auf der Erde die Entfernungsbestimmung nicht mehr auf ein ebenes Problem zurückgeführt werden kann, musste das Auswertungsverfahren verallgemeinert werden. Die Beschreibung des benutzten Algorithmus wurde in [2] beschrieben und in [1]detailliert erläutert.

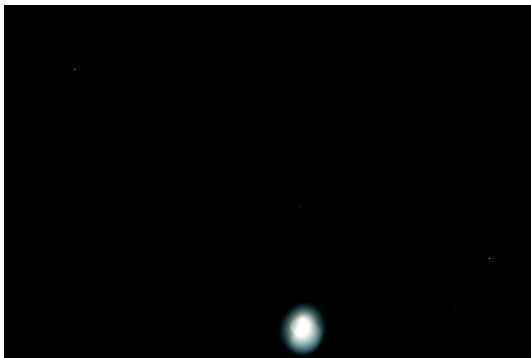


Abb. 5: Beispielbild aus Craiova in Rumänien

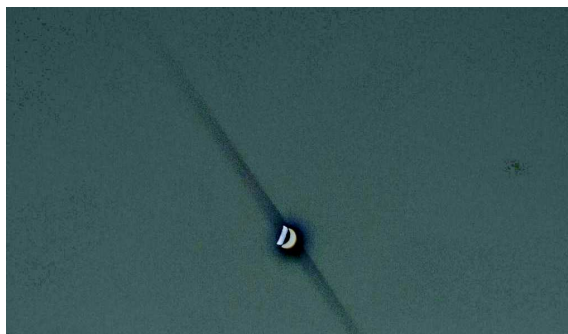


Abb. 6: Durch „Übereinanderlegen“ simultan aufgenommener Fotos wird die Parallaxe des Mondes sichtbar und seine Entfernung messbar, hier am Beispiel von Essen und Craiova.

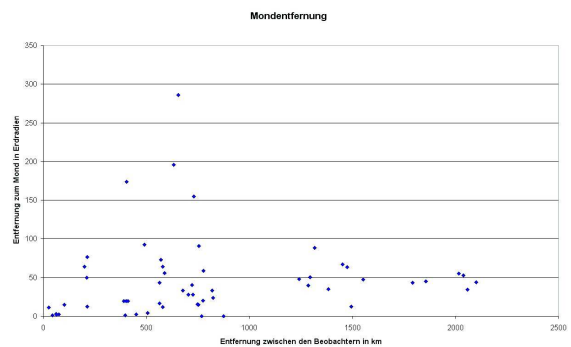


Abb. 8: Wegen der schwierigen Sichtbedingungen ergaben sich nur bei ausreichender Entfernung zwischen den Beobachtungsorten befriedigende Werte für die Mondentfernung. Die Ergebnisse sind quantitativ nicht sehr befriedigend. Die Sichtbedingungen waren für viele Teilnehmer so schlecht, dass die Identifikation der Bezugsobjekte schwierig, die Messung der Mondposition auf den Fotos deshalb ungenau ist. Alle ausgemessenen Mondpositionen wurden, unabhängig von der Vertrauenswürdigkeit der Messergebnisse und von der Entfernung zwischen den Beobachtern, miteinander verglichen und in Form einer Matrix dargestellt (Abb. 18¹). Zusätzlich wurden die Ergebnisse für die Entfernung des Mondes in Abhängigkeit von

¹Um die Abbildung lesbar zu halten, wird sie im Anhang ganzseitig wiedergegeben.

der zugehörigen Basislänge in einem Diagramm dargestellt. Dadurch ist deutlich zu erkennen, dass die Positionsfehler erwartungsgemäß eine umso kleinere Rolle spielen, je größer die Entfernung zwischen den Beobachtungsorten ist. Der Messwert für die Mondentfernung tendiert für große Basislängen gegen einen Wert von etwa 50 Erdradien und bleibt damit um etwa 20% zu klein. Das dürfte daran liegen, dass immer eins der Vergleichsbilder in Europa mit seinem verschleierte Himmel gemacht wurde.

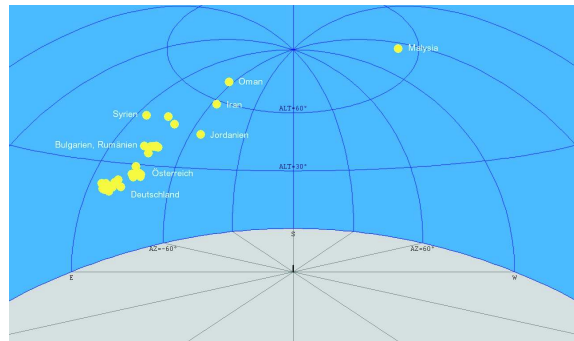


Abb. 10: Die um 6.47 Uhr UT von den ProjektteilnehmerInnen gemessenen Sonnenpositionen. Wenn die Beobachter gleichmäßig über die Tagseite der Erde verteilt gewesen wären, hätte sich die gemessenen Positionen entsprechend gleichmäßig über den ganzen Himmel verteilt.

2. Die Größe der Erde

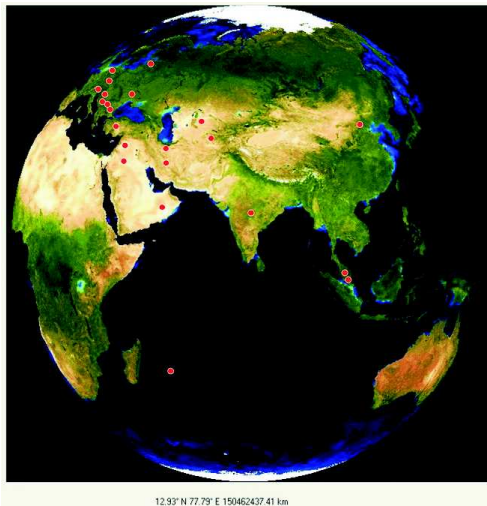


Abb. 9: Die Tagseite der Erde zum zentralen Projektzeitpunkt 6.47 Uhr UT. Markiert sind die Positionen der teilnehmenden Gruppen.

Am 24. April 2009 wurde um 6.47, um 15.56 und um 22.29 Uhr UT die Position der Sonne über dem Horizont der beteiligten Beobachtungsorte mit Schattenstäben so genau wie möglich gemessen. Der Vergleich der selbst gemessenen Sonnenposition mit den Ergebnissen von Beobachtern an anderen Orten, die auf diese Weise gleichzeitig gemessen wurden, macht die Krümmung der Erdoberfläche erfahrbar und die Größe der Erde messbar.

Die Kugelgestalt offenbart sich dann in der Erfahrung, dass sich unabhängig von Richtung und Länge der Basislinie immer derselbe Wert für den Erdradius ergibt.



Abb 11: Die Markierung der Schattenspitze im Rahmen einer astronomischen Veranstaltung an der Universität in Essen. Als Spitze des Schatten„stabes“ wurde ein kleines Loch verwendet. Die Mitte des von ihm auf der horizontalen Fläche erzeugten Sontentalers lässt sich sehr genau markieren. Die Projektzeitpunkte wurden so gewählt, dass die Sonne gerade senkrecht über Bangalore in Indien, Bridgetown auf Barbados bzw. exakt südlich von Hawaii stand. Das war deshalb wichtig, weil die jeweilige Entfernung zum subsolaren Punkt es den Teilnehmern ermöglichte, allein mit der eigenen

Messung den Erdradius zu bestimmen. Außerdem sollten natürlich möglichst viele Menschen gleichzeitig die Sonne sehen und sich deshalb an der Messung beteiligen können. Zum zentralen Projektzeitpunkt um 6.47 Uhr UT hätten sich Menschen aus Asien und Europa und großen Teilen von Australien und Afrika beteiligen können.

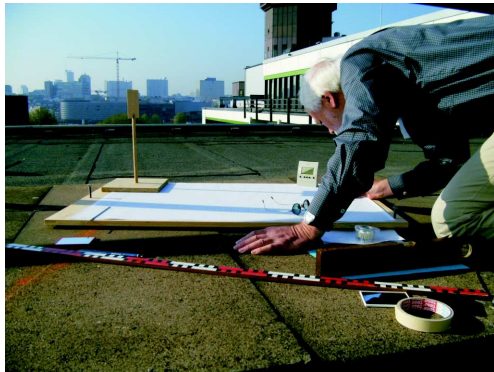


Abb 12: Für eine genaue Messung wird die Uhrzeit mit einer Funkuhr verfolgt und die Grundfläche mit Stellschrauben exakt horizontal justiert. Die genaue Südrichtung wurde an den Tagen vor dem Projekttag durch Mittagmessungen bestimmt. (Bild von R. Zapp aus [6])



Abb 13: In Craiova hatten viele SchülerInnen den Ehrgeiz, den besten Wert zu erhalten.

Bei der Messung des Erdradius nach Eratosthenes werden die Mittagshöhen der Sonne an zwei Orten miteinander verglichen, die (näherungsweise) auf demselben Längengrad liegen. Diese Randbedingung ist so eng, dass es nur schwer gelingt, geeignete Partner zu finden. Das Verfahren kann einmal

²Die Abbildung 18 entsprechende Matrix mit allen Auswertungsergebnissen für den Erdradius ist zu groß, um auf einer Seite dargestellt werden zu können.

dadurch erweitert werden, dass an Orten verschiedener geografischer Länge der Zeitpunkt des Sonnenhöchststandes und die Mittagshöhe der Sonne gemessen werden. Ist dann die geografische Position des einen Beobachtungsortes bekannt, kann aus dem Zeitunterschied und der Höhendifferenz die Position des anderen Ortes bestimmt werden.

Diesem Projekt liegt eine weitere Verallgemeinerung zugrunde: Es wurde ein Auswertungsverfahren entwickelt, das zu jeder Tageszeit anwendbar ist und lediglich *zeitgleiche Messungen* voraussetzt. Allerdings hängt die Genauigkeit dieses Verfahrens empfindlich von exakten Azimutwerten ab. Dieser Effekt ist umso stärker, je niedriger die Sonne steht – und in Europa stand sie um 6.47 Uhr UT noch sehr niedrig. Viele der teilnehmenden Gruppen haben diese Empfindlichkeit des Verfahrens nicht genug beachtet. Insbesondere wurde im Vorfeld die Südrichtung nicht genau bestimmt, sodass sich ungenau Werte für das Azimut der Sonne ergaben.

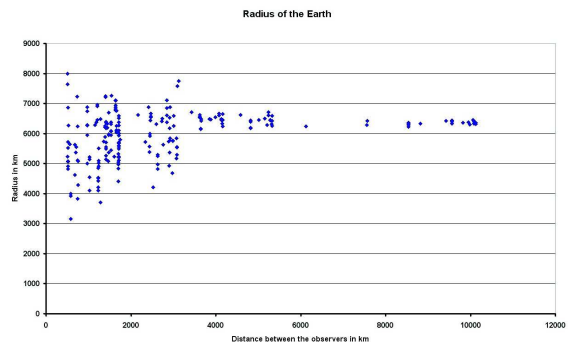


Abb 14: Die aus dem Vergleich der Messergebnisse abgeleiteten Werte für den Erdradius in Abhängigkeit von der Entfernung zwischen den Beobachtungsorten

Deshalb sind die sich ergebenden Werte für den Erdradius erst ab etwa 2000 km Basislänge quantitativ befriedigend². Vergleich der Ergebnisse besonders sorgfältig arbeitender Gruppen zeigt aber, dass mit diesem Verfahren auch innerhalb von Deutschland der Erdradius befriedigend bestimmt werden kann. So wurde am Projekttag während einer Livesendung im Wissenschaftsmagazin LEONARDO des WDR der Erdradius innerhalb von Nordrhein-Westfalen bestimmt: Um 16.30 Uhr MESZ wurde die Sonnenposition von der Physik-Astro-AG des Ratsgymnasiums Minden mit $A = 61.44^\circ$, $h = 35.75^\circ$ bestimmt. Gleichzeitig wurde in der Volvsterntarte Aachen die folgende Sonnenposition gemessen: $A =$

59.55° , $h = 38.04^\circ$. Zusammen mit der Deklination der Sonne $\delta = 13.0^\circ$ ergibt sich daraus mit Hilfe des entwickelten Algorithmus ein Erdradius von $R_E = 6358\text{km}$. Dabei wurde die Luftlinienentfernung von 259km verwendet, die wir uns mit dem „Latitude/Longitude Distance Calculator“ des National Hurricane Center³ berechnet hatten. Hätten wir die Entfernung mit einem Autotacho bestimmt, hätten wir eine Entfernung von etwa 296km gemessen⁴ und daraus einen Erdradius von $R_E = 7266\text{km}$ abgeleitet.

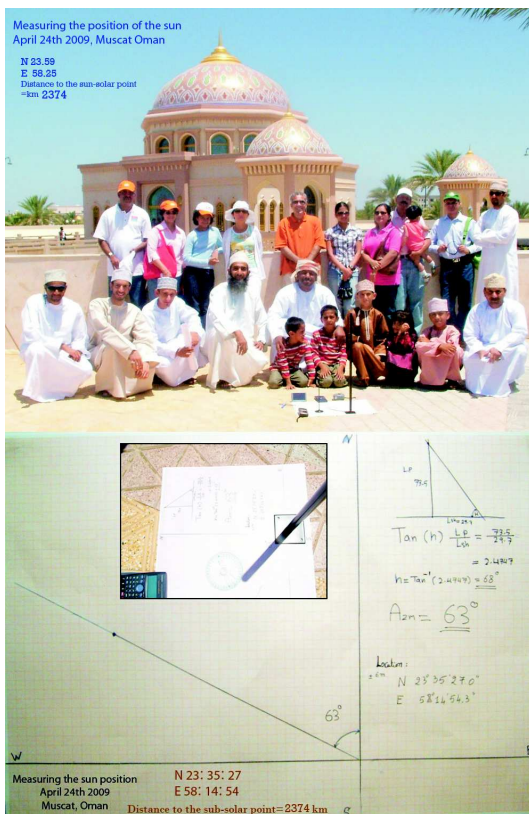


Abb 15: Eine Gruppe in Oman fasste ihr Ergebnis der Sonnenstandsmessung in einem Plakat zusammen. Für die beteiligten Schulklassen und Gruppen von Studierenden war die Teilnahme ein großes Ereignis, das in vielen Fällen auch öffentlich zelebriert wurde. So wurden die Messungen zum Beispiel auf dem Schulhof unter den Augen aller Schüler der Schule oder sogar auf dem Marktplatz oder anderen zentralen Orten durchgeführt. Vielfach wurden das Projekt und die eigenen Messergebnisse anschließend in Form eines Plakates veröffentlicht. Die ausländischen Schulen erhielten Teilnahmeurkunden.

³<http://www.nhc.noaa.gov/gccalc.shtml>

⁴<http://www.de.map24.com/>



Abb 16: Die SchülerInnen des Technisch-Wissenschaftlichen Gymnasiums in Dillingen führten ihre Messungen auf dem Marktplatz durch.



Abb 17: Auch der Obelisk auf der Halde Hohewart bei Recklinghausen diente als Schattenstab.

3. Fazit

Die Projekte haben Gruppen interessierter Schulen zusammen geführt, die über die ganze Welt verteilt sind. Die Beteiligung einer größeren Öffentlichkeit bei den vorbereitenden Beobachtungen wurde jedoch nur an wenigen Stellen erreicht. Die Beteiligten haben sich jedoch intensiv mit dem Lauf des Mondes bzw. der Sonne auseinandergesetzt und schließlich erfahren, wie aus eigenen Beobachtungen auf die endliche Entfernung des Mondes und auf die Krümmung der Erdoberfläche geschlossen werden kann. Um zu befriedigenden Messwerten zu gelangen, sind jedoch langfristige Vorbereitungen und sorgfältige Messungen erforderlich.

4. Literatur

- [1] U. Backhaus: *Die Entfernung des Mondes und die Gestalt der Erde – Zwei internationale Beobachtungsprojekte im Rahmen des Internationalen Jahres der Astronomie*, Vorträge der DPG 2009 in Bochum
- [2] Backhaus, U.: *Über den Zusammenhang zwischen geometrischer Parallaxe und Entfernung des Mondes*, <http://www.didaktik.physik.uni-due.de/IYA2009/IYAParallaxe.pdf>. Die zugehörigen Berechnungsprozeduren lassen sich mit kleinen Programmen durchführen, die unter <http://www.didaktik.physik.uni-due.de/IYA2009/programs/moonprograms.zip> zu finden sind.
- [3] *The International Year of Astronomy 2009*, Homepage der IYA2009-Projekte der Universität Duisburg-Essen, <http://www.didaktik.physik.uni-due.de/IYA2009.html>
- [4] Wagenschein, M.: *Mathematik aus der Erde (Geo-metrie)*, <http://www.martin-wagenschein.de/Archiv/W-154.htm>
- [5] Wagenschein, M. *Wie weit ist der Mond von uns entfernt?* (1962), in: *Naturphänomene sehen und verstehen*, 2. korrigierte Auflage, Klett: Stuttgart 1988, (<http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/AstroMaterialien/Literatur/>

WagenscheinWie weit ist der Mond von uns entfernt.pdf)

- [6] Zapp, R.: *Professor bestimmt Erdradius von Hand*, Pflichtlektüre. Studentenmagazin der Universitäten Bochum, Dortmund und Duisburg-Essen, <http://www.pflichtlektuere.com/15/07/2009/professor-bestimmt-erdradius-von-hand/>

5. Anhang: Die Ergebnisse der Entfernungsmessungen am Mond

	Flensburg	Essen	Darmstadt	Breitenfurt	Craiova	Istanbul	Höflein	Nonndorf
Flensburg	-	-	-	-	-	-	-	-
Essen	d=411km d _y =19.8 RE	-	-	-	-	-	-	-
Darmstadt	d=588km d _y =56.0 RE	d=214km d _y =76.3 RE	-	-	-	-	-	-
Breitenfurt	d=875km d _y =47.2 RE	d=754km d _y =90.7 RE	d=580km d _y =64.1 RE	-	-	-	-	-
Craiova	d=1551km d _y =47.7 RE	d=1475km d _y =63.3 RE	d=1295km d _y =50.5 RE	d=721km d _y =40.1 RE	-	-	-	-
Istanbul	d=2101km d _y =43.8 RE	d=2039km d _y =53.6 RE	d=1887km d _y =45.0 RE	d=1285km d _y =39.6 RE	d=564km d _y =34.1 RE	-	-	-
Höflein	d=824km d _y =23.5 RE	d=727km d _y =28 RE	d=565km d _y =16.6 RE	d=62km d _y =2.7 RE	d=752km d _y =1.5 RE	d=1316km d _y =88.3 RE	-	-
Nonndorf	d=777km d _y =59 RE	d=656km d _y =285.8 RE	d=490km d _y =92.5 RE	d=102km d _y =14.8 RE	d=820km d _y =33 RE	d=1384km d _y =34.8 RE	d=76km d _y =2.6 RE	-
Korschenbroich	d=450km d _y =2.6 RE	d=44km d _y =1 RE	d=214km d _y =12.7 RE	d=774km d _y =20 RE	d=1494km d _y =12.5 RE	d=2058km d _y =34.4 RE	d=749km d _y =15.3 RE	d=677km d _y =33 RE
Hüfingen	d=769km d _y =44.2 RE	d=405km d _y =173.8 RE	d=211km d _y =80 RE	d=571km d _y =73.2 RE	d=1241km d _y =47.9 RE	d=1792km d _y =43.6 RE	d=579km d _y =12.1 RE	d=506km d _y =4.1 RE
Witten	d=402km d _y =19.4 RE	d=26km d _y =11.3 RE	d=200km d _y =64.3 RE	d=730km d _y =155 RE	d=1451km d _y =67.3 RE	d=2015km d _y =54.9 RE	d=703km d _y =27.9 RE	d=632km d _y =195.6 RE

Abb. 18: Alle simultan aufgenommenen Mondbilder wurden in einer Matrix zusammengefasst und aus ihrem Vergleich die Mondentfernung abgeleitet. Überlagerungsbilder wurden nur bei ausreichend großer parallaktischer Verschiebung erzeugt.