Die Rolle der Mathematik in der Physik
- Ergebnisse einer Schülerbefragung -

Olaf Krey, Helmut F. Mikelskis

Institut für Physik und Astronomie, Universität Potsdam, Olaf.Krey@uni-potsdam.de

Kurzfassung

Im Rahmen einer Studie über die Vorstellungen zur Rolle der Mathematik wurden Schülerinnen und Schüler der 10. und 12. Jahrgangsstufe schriftlich befragt. Die Antworten wurden qualitativ inhaltsanalytisch ausgewertet und induktiv ein Kategoriensystem herausgearbeitet, das es ermöglicht, einen Überblick über das Material zu gewinnen. Nach einer Einordnung der Studie in das Feld der relevanten mathematik- und physikdidaktischen Arbeiten, werden das empirische Vorgehen und das erhaltene Kategoriensystem vorgestellt und diskutiert. Die dargestellten Ergebnisse sind vorläufig und werden derzeit vervolständigt.

1. Einleitung und Grundlagen

Die Frage nach der Rolle der Mathematik in der Physik ist nicht neu. Sie entsteht spätestens mit der modernen Physik seit Galilei, ist aber bei Aufweitung dessen, was wir unter Physik verstehen, auch bis zu den alten Griechen zurück zu verfolgen. Ja, man könnte die These aufstellen, dass Mathematik an sich schon immer an Naturbeschreibung, also Physik im weitesten Sinne, gekoppelt war (vgl. z. B. [1]).

Zur Beantwortung der Frage, kann man verschiedene Perspektiven einnehmen – unter anderem die eines Physikers, eines Mathematikers, eines Semiotikers, eines Physik-oder Mathematik-Fachdidaktikers usw. Eine umfassende Behandlung der Frage kann hier schon aus diesem Grunde nicht geleistet werden. Die Frage nach der Rolle der Mathematik in der Physik ist dabei in erster Linie eine wissenschaftstheoretische. Die Frage nach den Vorstellungen der Lehrenden und Lernenden über die Rolle der Mathematik in der Physik ist hingegen eine zutiefst fachdidaktische.

Im Folgenden soll daher die relevanten empirischen Arbeiten vorgestellt werden, in deren Umfeld unsere Studie eingebettet ist, um dann die Methode und unsere Ergebnisse darzustellen und zu diskutieren.

2. Mathematische Weltbilder oder Belief Systems

Aus der Philosophie der Mathematik stammt die Frage: Was ist Mathematik? Eine Antwort auf diese Frage ist bisher nicht gegeben worden und wird vermutlich auch nie gegeben werden. Dennoch gibt es mehrere (zum Teil populärwissenschaftliche) Arbeiten, die sich dieser Frage annehmen. Zu den bekanntesten gehören [2], [3], [4], [5].

Die (zunächst mathematik)didaktische Relevanz der Frage lässt sich auf verschiedenen Wegen ableiten, beispielsweise über den oft bemühten Begriff der mathematischen Grundbildung, von dem es in den Grundlagen für PISA heißt: „Mathematical literacy is an individual’s capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the world [...]“ [6], S. 41.

Auch auf theoretischer Ebene lässt sich z. B. aus der Perspektive des Konstruktivismus die Relevanz von Vorstellungen für Lehr-Lern-Prozesse ableiten, da diese Vorstellungen als Filter für Wahrnehmungs- und Handlungsprozesse gelten (vgl. [7]). So lassen sich viele Untersuchungen anführen, die Zusammenhänge zwischen mathematischen Vorstellungen oder Vorstellungen über die Natur der Mathematik und mathematischer Leistung empirisch feststellen (vgl. z. B. [8], [9], [10], [11]).

Auf die herrschende (und bisher nicht uneingeschränkt aufgeklärte) Begriffsvielfalt kann hier lediglich hingewiesen werden. Neben den Begriffen Einstellung, subjektive Theorie, Vorstellung, belief, belief system und Weltbild gibt es weitere Begrifflichkeiten, deren Gemeinsamkeit darin besteht, auf bewusste oder unbewusste Gedächtnisinhalte zu fokussieren, denen eine Relevanz für gegenwärtige und zukünftige Lern- und Leistungssituationen zugesprochen und deren angemessene Ausbildung gleichzeitig als Ziel von Lernprozessen angesehen wird. Einige Versuche die Begriffsvielfalt zu ordnen, liegen vor (vgl. z. B. [7], [12], [13]).

Die relativ gute Forschungslage zu mathematischen Vorstellungen innerhalb der Mathematikdidaktik lässt sich historisch auf Forschungen zum Problemlösen zurückführen. Dabei haben Forscher zu Beginn der 80er Jahre eingestanden, dass erfolgreiches Problemlöseverhalten nicht nur durch das heuristische und mathematische Wissen der ProblemlöserInnen erklärt werden kann ([14], [15]). Der damals neue Ansatz bestand nun darin, Vorstellungen als erklärende Merkmale für das Problemlöseverhalten einzubeziehen [16]. Seit dieser Zeit hat sich die Beliefs-Forschung zu einem etablierten Forschungsfeld innerhalb der Mathematikdidaktik entwickelt.

3. Vorstellungen über die Natur der Naturwissenschaften

Den zusammenfassend oft als Beliefs-Forschung bezeichneten Arbeiten auf dem Gebiet der Mathematikdidaktik stehen auf Seiten der Physik- (bzw. Naturwissenschafts-) didaktik eine Vielzahl von Arbeiten gegenüber, die sich unter „Nature-of- Science“-Forschung zusammenfassen lassen.

Auch hier steht die grundlegende Frage „Was ist Physik?“ am Anfang und auch hier lassen sich analoge Fragestellungen finden, wie es für die Natur der Mathematik der Fall ist.

Innerhalb der NoS-Forschung finden sich viele Untersuchungen, in denen verschiedene Methoden und Instrumente (Fragebögen, Interviews, Essays, Bilder, ...) zum Einsatz kommen. Diese Methoden unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Offenheit in Bezug auf das Antwortformat und hinsichtlich der Spezifität der untersuchten Fragestellung. Einen Überblick über die Befunde einzelner Untersuchungen zu den Vorstellungen von Schülerinnen und Schülern gibt Höttecke unter vier Gesichtspunkten: 1. der Wissenschaftler als Person, seine Arbeit und deren Bedingungen, 2. der epistemologische Status von Wissen in den Naturwissenschaften und wissenschaftstheoretische Begrifflichkeiten, 3. das Experiment in Unterricht und Forschungspraxis und 4. die naturwissenschaftliche Wissensproduktion und ihre Bedingungen (vgl. [17]). Überblicke über im wesentlichen quantitativ auszuwertende Erhebungsverfahren findet man auf deutsch in [18] und auf englisch z. B. in [19]. Eine neuere Studie im deutschsprachigen Raum wurde auf der DPG-Frühjahrstagung 2005 vorgestellt [20]. Hier wird eine offene Methode (in Anlehnung an die „draw-a-scientist“-Methode) verwendet.

4. Die Rolle der Mathematik in der Physik

Die inhaltlichen Überschneidungen, die es zwischen der Mathematik und der Physik gibt, werfen Fragen auf, die sich auch als Überlappung der isolierten Wissenschaftstheorien der beiden Fächer deuten lassen. Dazu gehören Fragen nach der (Un-)Trennbarkeit von Mathematik und Physik, dem Verhältnis von Mathematik zu Physik (Ist Mathematik ein Werkzeug der Physik oder Physik nur eine Anwendung der Physik?), der Funktion von Mathematik innerhalb der Physik (Hilft Mathematik Neues zu entdecken oder ist sie lediglich ein nachträglich strukturgebendes Darstellungsmittel?), etc.

Aus didaktischer Perspektive ist auch hier die Frage nach den Vorstellungen zu diesem Thema aus mindestens zwei Perspektiven relevant. Zum Einen legen die Fragestellungen der NoS-Forschung immer auch die Frage nach der Rolle der Mathematik bei der Erkenntnisgewinnung nahe bzw. muss aus der Forderung Wissen über die Natur der Physik auszubilden auch die Berücksichtigung der Rolle der Mathematik dabei folgen. Zum Anderen bilden diese Vorstellungen natürlich auch wiederum Filter oder emotional gefärbtes Vorwissen, das zur Grundlage für weitere (fachliche) Lernprozesse wird.

Aus den bereits genannten Gründen ergibt sich die Notwendigkeit der Kenntnis der Vorstellungen von Schülerinnen und Schülern über die Rolle der Mathematik in der Physik. Unseres Wissens nach gibt es bisher keine empirische Studie, die dieser Frage nachgegangen ist.

5. Datenerhebung und Auswertungsverfahren

Im Rahmen einer Pilotstudie zur Erprobung eines Fragebogens zur Rolle der Mathematik in der Physik wurden 344 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10 an vier brandenburger Gymnasien im Sommer 2007 (gegen Ende des Schuljahres) befragt.

Im Jahr 2008 wurden im Rahmen der Hauptstudie weitere 288 Schülerinnen und Schüler der 10. Klassenstufe sowie 195 Schülerinnen und Schüler der 12. Klassenstufe (überwiegend Grundkurs Physik) befragt. Dabei wurde das folgende Aufgabenformat gewählt (siehe Abb. 1).

Mathematik wird in der Physik benutzt. Warum und Wofür? Beschreiben Sie kurz die Rolle der Mathematik in der Physik.

- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________

Abb.1: Originalaufgabenstellung (verkleinert).

Auf diese Art und Weise sind zumeist (aber nicht nur) stichwortartige Antworten entstanden, die einer softwareunterstützten (MAXQDA 2007) induktiven Kategorienbildung im Sinne der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring unterzogen wurden (vgl. [21]). Einen ersten Eindruck der Antworten gewinnt man anhand von Abb. 2.

6. Ergebnisse – der erste Blick

Aufgrund des vorgegebenen Antwortformats, sind in nahezu allen Fällen klar trennbare Kodiereinheiten entstanden, so dass mit Hilfe zusätzlicher Regeln eines Kodierleitfadens ein hohes Maß an Interkoderreliabilität erzielt werden konnte. Im Allgemeinen sind die Antworten auf den ersten Blick eher naiv und oberflächlich, wenig elaboriert oder kaum argumentativ. Im Datenmaterial kommt es häufig zu Wiederholungen und die Breite der angesprochenen Themen ist eher eher gering. Dies ist zum einen als Folge des gewählten Aufgabenformats, das zu Stichworten einlädt, zu verstehen. Zum

Anderen liegt es nahe anzunehmen, dass die Aufgabe viele Schülerinnen und Schüler am Ende der Klassenstufe 10 und auch am Ende der 12. Klassenstufe überfordert, was wohl auch mit der geringen Beachtung wissenschaftstheoretischer Betrachtungen im Unterricht zusammenhängen dürfte.

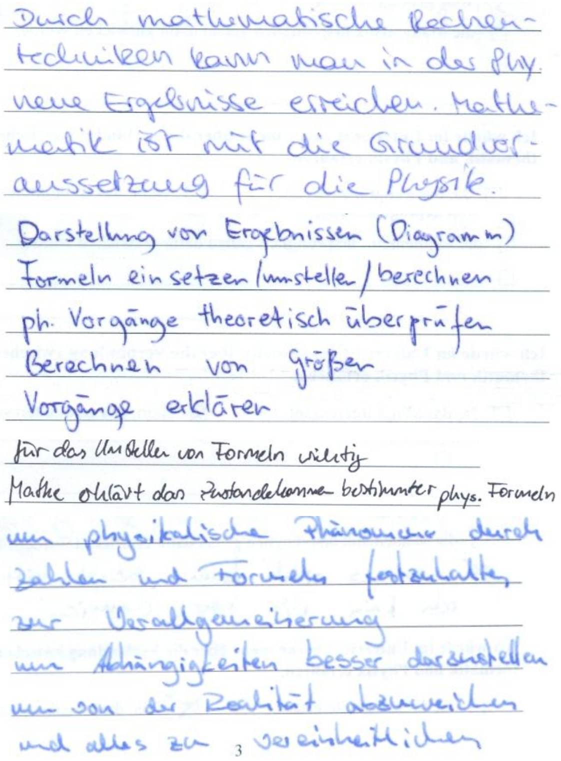
Durch mathematische Rechentechniken kann man in der Phy. neue Ergebnisse erreichen. Mathematik ist mit die Grundvoraussetzung für die Physik.
Darstellung von Ergebnissen (Diagramm)
Formeln einsetzen/umstellen/berechnen
ph. Vorgänge theoretisch überprüfen
Berechnen von Größen
Vorgänge erklären
für das Umstellen von Formeln wichtig
Mathe erklärt das Zustandekommen bestimmter phys. Formeln
um physikalische Phänomene durch Zahlen und Formeln festzuhalten
zur Verallgemeinerung
um Abhängigkeiten besser darzustellen
um von der Realität abzuweichen
und alles zu vereinheitlichen

Abb2: Antworten von je zwei SchülerInnen aus der 10. (oben und 12. (unten) Klassenstufe

7. Ergebnisse – der zweite Blick

Das Endergebnis der qualitativen Inhaltsanalyse ist ein Kategoriensystem, dessen genaue Struktur sich Abbildung 3 entnehmen lässt. Dieses Kategoriensystem ist induktiv aus dem Datenmaterial der Pilotstudie entstanden. Da es sich ohne Veränderung auch in der Hauptstudie bewährt hat, gibt es keine inhaltlichen Gründe, die gegen das Zusammenlegen der Datensätze der Pilotstudie mit denen der Hauptstudie sprechen (N_{gesamt}=827). In Abbildung 3 ist die Verteilung der insgesamt 2270 Kodiereinheiten auf die entwickelten Kategorien in absoluten Zahlen angegeben.

Betrachtet man diese Zahlen, so fällt zunächst auf, dass fast die Hälfte aller Kodiereinheiten (46,5%) der Hauptkategorie „mathematische Tätigkeiten" angehören, sich die Role der Mathematik für viele Schülerinnen und Schüler also in den von Ihnen vorgenommenen Handlungen zeigt. Innerhalb dieser Kategorie sind vor allem (zu 78,1%) formale Tätigkeiten kodiert. Nicht einmal ein Viertel aller kodierten Tätigkeiten kann als anspruchsvoll bezeichnet werden. Die zweitgrößte Hauptkategorie ist „mathematische Inhalte". Hierzu gehören 19,8% aller Kodiereinheiten. Innerhalb dieser Kategorie dominieren wiederum relativ formale Konzepte. Nahezu alle Kodiereinheiten dieser Kategorie legen einen rezeptartigen Umgang mit Mathematik nahe. Damit machen die formalen Tätigkeiten und die formalen Inhalte 66,3% aller Kodiereinheiten aus, was dem auch aus anderen Untersuchungen bekannten Bild deutschen Physikunterrichts entspricht.

Überraschend ist die relativ große Anzahl der subjektiven Beurteilungen positiver Art. Zwar werden insgesamt nur 110 Kodiereinheiten der Hauptkategorie „subjektive Beurteilungen" zugeordnet, jedoch sind 88,2% von ihnen positiv konnotiert. Eine echte Abneigung gegen die Mathematik, wie man sie beispielsweise aus den Ergebnissen der IPN-Interessenstudie ableiten könnte (vgl. [22]), lässt sich hier nicht erkennen.

Lediglich 6,7% aller Kodiereinheiten lassen den Schluss zu, dass die Frage nach der Rolle der Mathematik auf einer abstrakteren Ebene behandelt wurde (Hauptkategorie: „abstrakte Beziehungsaussagen"). Während die meisten Äußerungen aus der Sicht des handelnden Lerners erfolgen, kommen hier Äußerungen auf der Meta-Ebene zustande.

Schließlich gibt es neben der hier vernachlässigten Ausschusskategorie (167 Kodiereinheiten) die Hauptkategorie „Eigenschaften/ Auswirkungen" (13,9% aller Kodiereinheiten), in deren Unterkategorien Aussagen kodiert sind, die erkennen lassen wie oder mit welchem Ergebnis die Mathematik benutzt wird. Immerhin 38,1 % aller Kodiereinheiten dieser Hauptkategorie lassen eine Verständnis fördernde Sicht auf die Mathematik erkennen; ebenso viele Kodiereinheiten weisen auf die durch Mathematik ermöglichte formalisierte Darstellung eines Sachverhalts hin.

In den obigen Ausführungen wurde von einer Datengrundlage ausgegangen, die über Befragungen von Schülerinnen und Schülern der 10. und 12. Jahrgangsstufe zustande gekommen ist.

Ein χ^2-Test zum Vergleich der Häufigkeiten der Hauptkategorien (Pooling) ergibt $\chi^2 = 64{,}07$ und führt damit bei df=5 zur Ablehnung der Hypothese der gleichen Verteilung der Äußerungen aus der 10. und 12. Klassenstufe. Genau genommen müsste also eine differenzierte Betrachtung der 10. und 12. Jahrgangsstufe erfolgen, die insofern keine neuen Erkenntnisse liefert, als sich am Gesamteindruck, der bisher skizziert wurde nichts ändert. Im Detail treten einzelne Unterschiede auf, deren Kenntnis von Interesse ist. Ein erfreuliches und relevantes Beispiel soll hier stellvertretend dargestellt werden.

Es geht dabei um die unterschiedlichen Häufigkeiten innerhalb der Hauptkategorie „mathematische Tätigkeiten". Hier gibt es einen signifikanten Unterschied zwischen der Häufigkeitsverteilung der Kodiereinheiten der 10. bzw. 12. Jahrgangsstufe auf die Unterkategorien „mathematisch formal“ und „mathematisch anspruchsvoll“ (Pooling). Es ergibt sich $\chi^2 = 21{,}33$, was bei df=1 signifikant ist. Auf Grundlage der Verteilung der Äußerungen der Schülerinnen und Schüler der 10. Klassen wären bei gleicher Verteilung in der 12. Jahrgangsstufe mit dem Auftreten von 54 Kodiereinheiten in der Kategorie „mathematisch anspruchsvoll“ und 212 Kodiereinheiten in der Kategorie „mathematisch formal“ zu rechnen. Die tatsächlich beobachteten Häufigkeiten liegen jedoch bei 87 (anspruchsvoll) und 180 (formal). Die Schülerinnen und Schüler der 12. Klassenstufe äußern also signifikant mehr anspruchsvolle Tätigkeiten als die Schülerinnen und Schüler der 10. Jahrgangsstufe. Der prozentuale Anteil der Äußerungen, der auf „mathematische Tätigkeiten“ entfällt ist in beiden Populationen ungefähr gleich (45% bzw. 47%).

Weitere detaillierte Auswertungen, etwa geschlechtsspezifische Unterschiede oder die Unterscheidung von symbolischen und grafischen Repräsentationsformen betreffend sind geplant, liegen aber zum Zeitpunkt der Veröffentlichung noch nicht vor.

8. Zusammenfassung

Zunächst zeigt sich, dass die Verteilung der Kodiereinheiten auf die einzelnen Kategorien populations-spezifisch ist (χ^2-Test). Dennoch lässt eine getrennte Analyse der beiden Populationen gleiche Grundtendenzen erkennen und erst im Detail sind Unterscheide relevant, die für eine Entwicklung des Bildes von der Rolle der Mathematik in der Physik zeugen könnten.

Insgesamt wird ein eher oberflächliches Bild von der Rolle der Mathematik in der Physik gezeichnet, das sich vor allem in Handlungen/ Tätigkeiten äußert und für die Autoren zum Teil zu erwartende (Betonung des formalen, rezeptartigen Aspekts des Umgangs mit Mathematik), zum Teil aber auch durchaus überraschende (Anerkennung der Verständisförderung durch die Verwendung von Mathematik, viele positive subjektive Beurteilungen) Details aufweist.

(An der Durchführung der Kategorisierung Frau Claudia Meinhardt als wissenschaftliche Hilfskraft maßgeblich beteiligt. Ihr gilt unser besonderer Dank.)

9. Literatur

[1] BONIOLO, GIOVANNI; BUDINICH, PAOLO & TROBOK, MAJDA (2005): The role of mathematics in physical sciences - interdisciplinary and philosophical aspects. Intorduction. In: BONIOLO, GIOVANNI; BUDINICH, PAOLO & TROBOK,MAJDA (HRSG.): The role of mathematics in physical sciences - interdisciplinary and philosophical aspects.. Dordrecht.

[2] DAVIS, PHILIP J & HERSH, REUBEN (1981): The Mathematical Experience. Boston, New York.

[3] HERSH, REUBEN (1997): What is Mathematics, Really?. London.

[4] SHAPIRO, STEWART (2000): Thinking about mathematics. The philosophy of mathematics. Oxford u. a.

[5] HERSH, REUBEN (Hrsg.) (2006): 18 unconventional essays on the nature of mathematics. New York.

[6] OECD (Hrsg.) (1999): Measuring student knowledge and skills. A new framework for assessment.

[7] PEHKONEN, ERKKI (1994): Mathematische Vorstellungen von Schülern: der Begriff und einige Forschungsresultate. Duisburg.

[8] JUTER, KRISTINA (2005): Students' Attitudes to Mathematics and Performance in Limits of Functions. In: Mathematics Education Research Journal, 17, 2, 91-110.

[9] LEDER, G. & FORGASZ, H. (2002): Measuring mathematical beliefs and their impact on the learning of mathematics: A new approach. In: LEDER, G; PEHKONEN, E & TÖRNER,G (HRSG.): Beliefs: A hidden variable in mathematics education? Dordrecht.

[10] SZYDLIK, J. (2000): Mathematical beliefs and conceptual understanding of the limit of a function. In: Journal for Research in Mathematics Education, 31, 3, 258-276.

[11] KÖLLER, OLAF; BAUMERT, JÜRGEN & NEUBRAND, JOHANNA (2000): Epistemologische Überzeugungen und Fachverständnis im Mathematik- und Physikunterricht. In: BAUMERT, JÜRGEN; BOS, WILFRIED & LEHMANN, RAINER (HRSG.): TIMSS/III. Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie - Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn. Band 2: Mathematische und physikalische Kompetenzen am Ende der gymnasialen Oberstufe. Opladen: Leske+Budrich.

[12] GRIGUTSCH, STEFAN (1996): Mathematische Weltbilder von Schülern. Struktur, Entwicklung, Einflußfaktoren. Darmstadt.

[13] BERGER, PETER (2001): Computer und Weltbild. Wiesbaden.

[14] SCHOENFELD, ALAN H. (1983): Beyond the Purely Cognitive: Belief Systems, Social Cognition, and Metacognitions as Driving Forces in Intellectual Performance. In: Cognitive Science, 7, 1, 329-363.

[15] SILVER, E. A. (1985): Research on Teaching Mathematical Problem Solving: Some Underrepresented Themes and Needed Directions. In: SILVER, E. A. (HRSG.): Teaching and Learning

Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives. Hilsdale, NJ.

[16] PEHKONEN, E. (1991): Developments in the understanding of probem solving. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM), 23, 2, 46-50.

[17] HÖTTECKE, DIETMAR (2001): Die Natur der Naturwissenschaften historisch verstehen: fachdidaktische und wissenschaftshistorische Untersuchungen. Berlin.

[18] PRIEMER, BURKHARD (2006): Deutschsprachige Verfahren der Erfassung von epistemologischen Überzeugungen. In: Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften, 12, 1, 159-175.

[19] LEDERMAN, NORMAN G.; WADE, PHILIP D. & BELL, RANDY L. (1998): Assessing the Nature of Science: What is the Nature of Our Assessments?. In: MCCOMAS, WILLIAM F. (HRSG.): The Nature of Science in Science Education. Rationales and Strategies. Dordrecht, Boston, London.

[20] MIKELSKIS-SEIFERT, SILKE & MÜLLER, CHRISTOPH T. Schülervorstellungen von der Physik als Wissenschaft. Eine Bestandsaufnahme. (DPG-Tagung in Berlin.)

[21] MAYRING, PHILIPP (2003): Qualitative Inhaltsanalyse. Weinheim, Basel.

[22] HOFFMANN, L.; HÄUSSLER, P. & LEHRKE, M. (1998): Die IPN-Interessenstudie. Kiel.

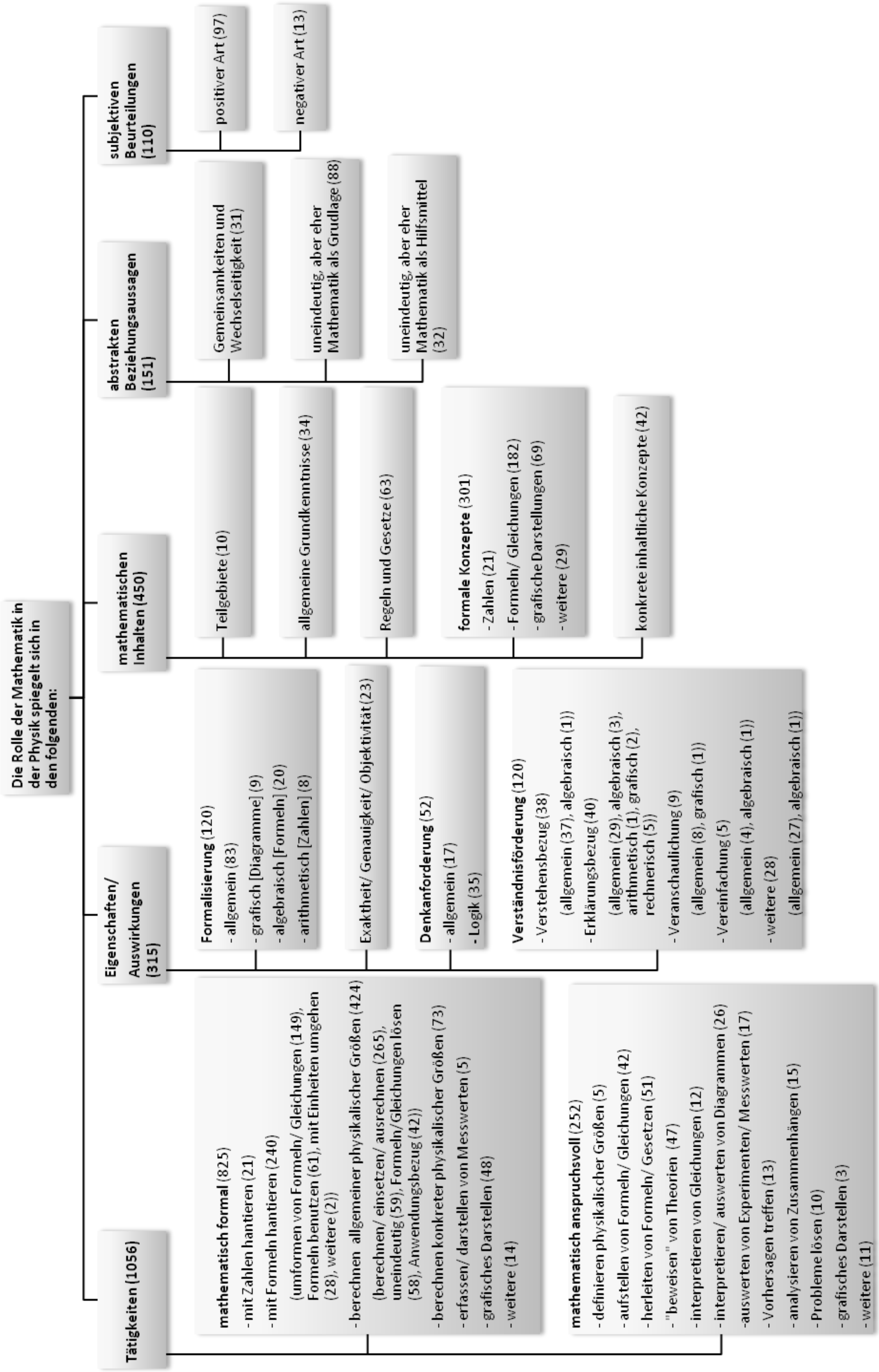

Abb.3: Induktiv entwickeltes Kategoriensystem zur Frage nach der Rolle der Mathematik in der Physik.