

Was schreckt bei Formeln ab? - Untersuchung zur Darstellung von Formeln -

Alexander Strahl*, Julian Grobe*, Rainer Müller*

*TU-BS, IFdN, Abteilung: Physik und Physikdidaktik,
Pockelsstraße 11, 38106 Braunschweig
a.strahl@tu-bs.de, grobe.julian@googlemail.com, rainer.mueller@tu-bs.de

Kurzfassung

Eine einheitliche Darstellungsweise von Formeln existiert nicht. Um herauszufinden, ob es bevorzugte Darstellungsarten gibt, wurden Teile von Formeln (z. B. Brüche, Multiplikationen, Wurzeln) separiert und in verschiedenen Schreibweisen dargeboten. Die Probanden sollten sich jeweils für eine Möglichkeit entscheiden. In einem zweiten Teil der Untersuchung waren 38 Formeln danach zu beurteilen, ob sie als abschreckend empfunden werden oder nicht. Die Mittelwerte über der Zeichenzahl zeigen einen Zusammenhang, der sich mit nur einem freien Parameter durch einen einfachen nichtlinearen Zusammenhang beschreiben lässt.

1. Anlage der Untersuchung

Formeln besitzen in der Physik eine große Bedeutung [1], trotzdem haben Schülerinnen und Schüler, aber auch Studierende, oft negative Assoziationen bei dem Gedanken an Formeln [2]. Gibt es einen Zusammenhang zwischen der Länge einer Formel und deren Abschreckungsgrad und wie sollten Formeln überhaupt dargestellt werden? Um diese Fragen zu ergründen, wurden Schülerinnen und Schüler befragt, welche Darstellungen sie bei Formeln bevorzugen. Ausgehend von der erfolgreichen Voruntersuchung, die in [3] beschrieben ist und bei der nur 24 Studierende befragt wurden, erschien es wichtig, diese im größeren Rahmen und an Schülerinnen und Schülern durchzuführen.

Der Fragebogen bestand aus zwei separaten Teilen. Im ersten Teil sollten unterschiedliche Darstellungsweisen von Brüchen, Wurzeln, etc. ausgewählt werden. Es wurden Teile von Formeln (z. B. Brüche, Multiplikationen, Wurzeln) herausgenommen und in verschiedenen Schreibweisen angegeben, für die sich die Probanden entscheiden konnten.

Im zweiten Teil wurden die Probanden gebeten, Formeln dahin gehend zu bewerten, ob diese abschrecken oder nicht.

2. Befragte Personen

Die Befragung fand an sieben Braunschweiger Schulen statt. Von den 339 ausgegebenen Fragebögen kamen 288 zurück, was einer Quote von 85 % entspricht.

Der größte Anteil, 188 (65,3 %) der Teilnehmer, besucht das Gymnasium. 117 (40,6 %) der Befragten waren weiblich, 171 (59,4 %) männlich. Der größere männliche Anteil erklärt sich damit, dass Jungen in der Regel ein größeres Interesse am Fach Physik haben (vgl. [4] S. 75 & [5] S. 119).

Klasse	Haupts.	Reals.	Gym.	IGS	Gesamt
10.	22	29	22	49	122
11.	-	-	73	0	73
12. GK	-	-	60	0	60
12. LK	-	-	33	0	33
Gesamt	22	29	188	49	288

Tab. 1: Verteilung auf Schulen und Jahrgänge

In den zehnten und elften Klassen ist die Verteilung zwischen Jungen und Mädchen noch fast ausgeglichen, da Physik in diesen Jahrgängen noch Pflichtfach ist, wohingegen in den zwölften Klassen ein deutliches Ungleichgewicht in Richtung der Jungen herrscht.

3. Fragebogen

Um den Aufbau des Fragebogens zu illustrieren, ist es am einfachsten, von beiden Teilen einigen Beispielitems zu zeigen.

Darstellungsweisen von Multiplikationen:

$U = RI$ Bevorzugte Darstellung <input type="checkbox"/>	$U = R \cdot I$ Bevorzugte Darstellung <input type="checkbox"/>
Nicht entscheidbar/egal <input type="checkbox"/>	

Darstellungsweisen von Brüchen:

$R = U / I$ Bevorzugte Darstellung <input type="checkbox"/>	$R = U \cdot I^{-1}$ Bevorzugte Darstellung <input type="checkbox"/>	$R = \frac{U}{I}$ Bevorzugte Darstellung <input type="checkbox"/>
Nicht entscheidbar/egal <input type="checkbox"/>		

Abb. 1: Beispiele - Darstellungsweisen

Ein Kritikpunkt in der Voruntersuchung [3] war, dass physikalische Formeln eine semantisch/inhaltliche Aufladung haben ($U = R \cdot I$ bedeutet etwas anderes als $F = m \cdot a$, hat aber die Struktur $a = b \cdot c$) und dass dies die Ergebnisse möglicherweise beeinflusst. Daher wurden neben physikalischen Formeln auch mathematische Gleichungen auf-

genommen. Z. B. erweiterte sich die Frage: Darstellungsweisen von Multiplikatoren $U = RI$ oder $U = R \cdot I$ um $a = bc$ oder $a = b \cdot c$. Außerdem bestand die Möglichkeit, sich der Wertung zu enthalten (*nicht entscheidbar – egal* genannt). Die mathematischen Formeln standen hinter den physikalischen, so dass sich die Probanden erst mit allen physikalischen Darstellungen konfrontiert sahen und danach mit den mathematischen. Dieses schien ratsam, damit ein direkter Vergleich der physikalischen mit der mathematischen Form während des Ausfüllens nicht stattfand.

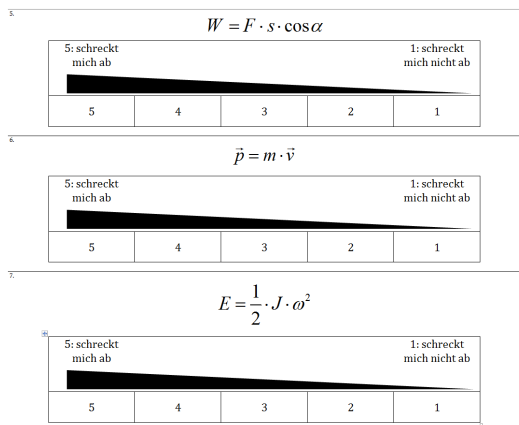


Abb. 2: Beispiele – Formeln

Von den 18 Darstellungsweisen waren 9 physikalisch, 7 mathematisch und 2 Mischformen. Im zweiten Teil (Abb. 2.) sollten die Schülerinnen und Schüler auf einer Fünferskala von 5: *schreckt mich ab* bis 1: *schreckt mich nicht ab* 38 Formeln bewerten. Eine Möglichkeit, sich der Wertung zu enthalten, (*nicht entscheidbar – egal*) bestand hier nicht.

4. Bevorzugte Darstellungsformen

Als Beispiel-Ergebnis soll Abbildung 3 dienen. Es

lassen sich durchgehend ähnliche Bewertungen sowohl in der physikalischen, als auch der mathematischen Darstellung finden. 88,8 % bzw. 93,0 % entschieden sich für die Wurzel-Zeichen Version und nur 4,2 bzw. 3,8 % meinten es sei egal bzw. nicht entscheidbar.

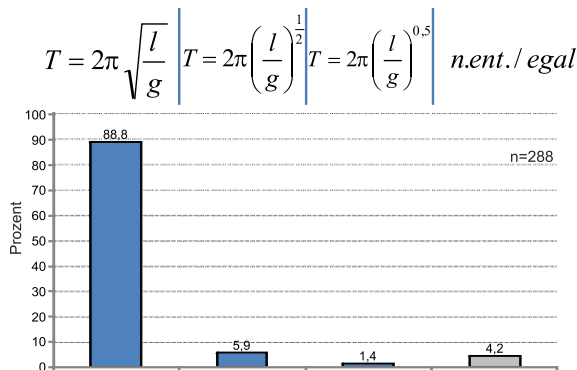


Abb. 3a): Physikalische Darstellung von Wurzeln

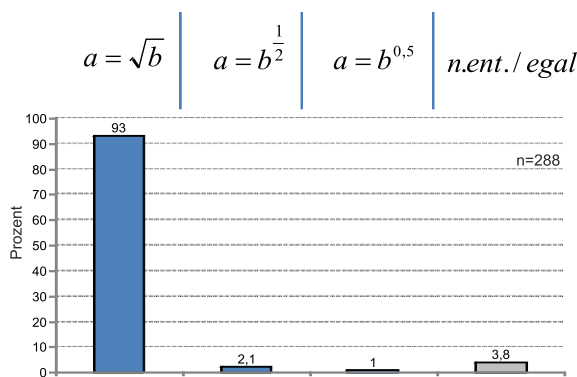


Abb. 3b): Mathematische Darstellung von Wurzeln

Daraus lassen sich eindeutig bevorzugte Schreibweisen ableiten, die in Tabelle 2 zusammengefasst sind. Die Ergebnisse aus dem Bereich der Darstellung sind den Ergebnissen aus [3] sehr ähnlich.

Die Probanden entschieden sich in jedem Fall mehr-

Darstellungsweisen:	Abbildungsbeispiel(e):	
Multiplikationen	$U = R \cdot I$ (78,8 %)	und $a = b \cdot c$ (71,8 %)
Brüchen	$R = \frac{U}{I}$ (94,4 %)	und $a = \frac{b}{c}$ (93,4 %)
Reihenfolgen	$U = R \cdot I$ (71,9 %)	und $a = b \cdot c$ (79,5 %)
Konstanten	$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ (58,8 %)	
Wurzeln	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (88,8 %)	und $a = \sqrt{b}$ (93 %)
e-Funktionen	$A(t) = A(0) \cdot e^{-\lambda t}$ (56,1 %)	und $a = e^b$ (74,2 %)
Vektoren	$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ (52,7 %)	und $\vec{a} = b \cdot \vec{c}$ (54,4 %)

Tab. 2: Bevorzugte Formen in physikalischer und mathematischer Schreibweise.

heitlich für eine Schreibweise, in den meisten Fällen waren es sogar mehr als zwei Drittel der Schülerinnen und Schüler.

Interessant ist, dass sich bei den Konstanten 58,8 % für die zusammengefasste Darstellung (alles auf einem Bruchstrich) entschieden und nur insgesamt 24,3 % für eine Trennung zwischen Konstanten und Variablen (15,5 % Konstanten, dann Variablen; 8,8 % Variablen, dann Konstanten). Dies deckt sich mit den Ergebnissen aus [6] wo Formelbruchstücke neu zusammengesetzt werden sollten. Hier setzten drei von den elf Befragten die Formel so zusammen, dass alles in einem Bruch stand.

Bei der e -Funktion konnten sich viele (33,2 bzw. 19,8 %) nicht entscheiden und wählten „nicht entscheidbar / egal“. Dies kann daran liegen, dass ihnen e -Funktionen nicht sonderlich geläufig sind, dennoch ergibt sich auch hier eine Mehrheit von 56,1 bzw. 74,2 %.

Um zu sehen, ob das Konzept des Vektors geläufig ist, sollte sich zwischen einer Kennzeichnung der Vektoren ($\vec{F} = m \cdot \vec{a}$) oder keiner ($F = m \cdot a$) entschieden werden. Für eine Kennzeichnung der Vektoren entschieden sich 39,1 % der Schüler und für ein Weglassen der Kennzeichnung 44,7 %, was vermuten lässt, dass einigen das Konzept des Vektors nicht geläufig oder verständlich ist. Dies deckt sich mit den Ergebnissen aus [3].

5. Bewertungskriterium für Formeln

Im zweiten Teil des Fragebogens sollten die Probanden bei 38 Formeln entscheiden, ob sie diese als abschreckend empfanden oder nicht. Hier wurde eine Fünferskala verwendet, eine Möglichkeit des nicht Entscheidens gab es nicht.

Die 38 Formeln wurden im Gegensatz zur ersten Untersuchung [3] leicht modifiziert. Dies erschien ratsam, da „Exoten“ unter den Formeln in der Auswertung als solche erkennbar sind. Die kürzeste Formel bestand aus drei Zeichen $I=I$. Die längste hatte 38 Zeichen:

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega} = \left(\frac{Z \cdot Z' \cdot e^2}{4E_0} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^4(\Theta/2)} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad \{1\}$$

Hieran lässt sich auch die Zählweise erkennen. Bei der Auswertung wurde jedes Zeichen gleich gewichtet (mit Malpunkten). Indizes, \sin und \cos zählten als ein Zeichen.

Die sich ergebene Zeichenzahl wurde in Abbildung 4 als x-Achse gesetzt. Die y-Achse stellt den Grad der Abschreckung da (Mittelwerte in normierter Darstellung als Intervall zwischen 0 und 1). Es ließ sich wieder ein nicht linearer Zusammenhang erkennen. Die in [3] gefundene Formel

$$y = 1 - e^{-\frac{x-3}{a}} \quad \{2\}$$

füttet die Daten. In der Fitformel {2} gibt es nur einen freien Parameter (a). Die Länge einer Formel kann somit als gutes Maß für die Abschreckung

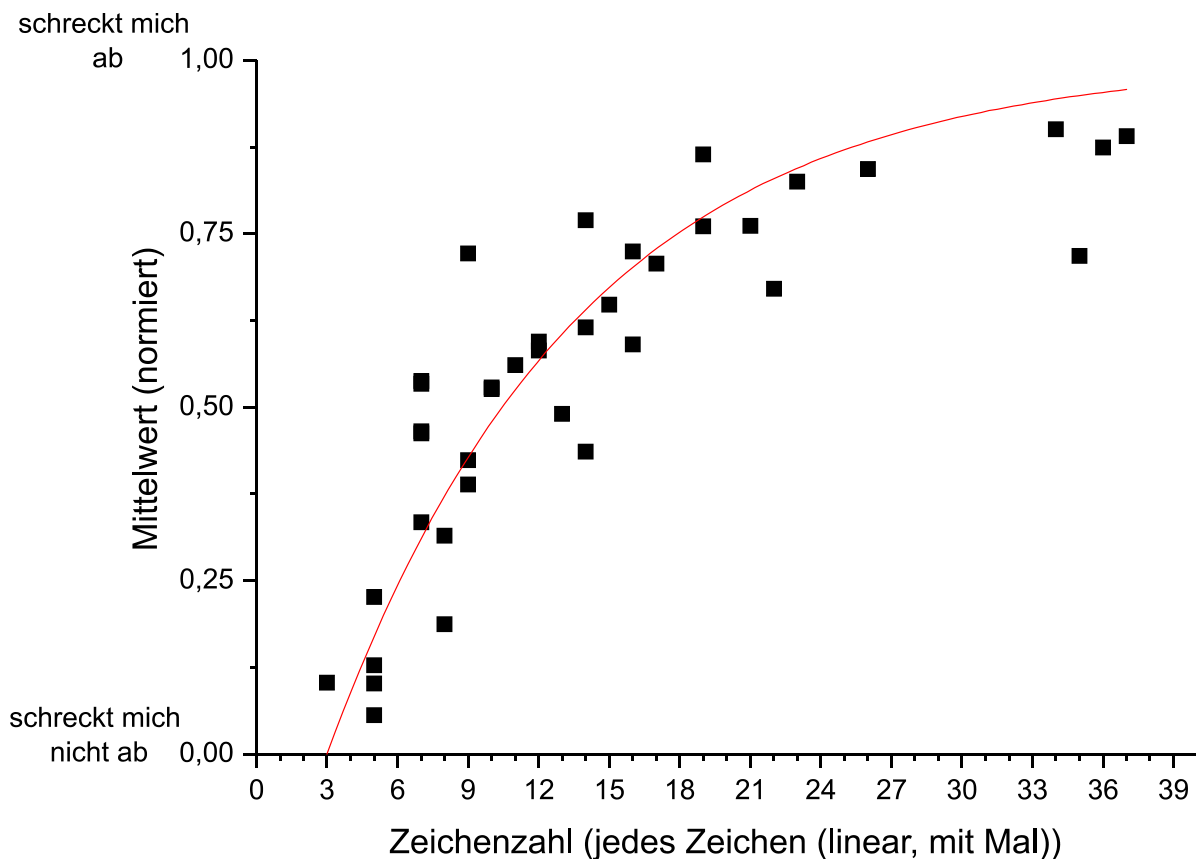


Abb. 4: Mittelwerte der empfundenen Abschreckung.

angesehen werden. Geht man davon aus, dass Lehramtsstudierende der Physik ($a=16,8$) im Vergleich zu Schülern der 10. bis 12. Klasse ($a=11,2$) einen höheren Umgang mit Formeln haben, dann kann der Parameter a als Grad dafür angesehen werden, wie intensiv sich die untersuchte Gruppe mit Formeln beschäftigt hat. Ein hoher Wert für a steht hier für einen hohen Beschäftigungsgrad.

Das stärkere Abweichen einiger Punkte von der Fitkurve, soll durch die folgenden zwei Beispiele erläutert werden. Die nähere Betrachtung der entsprechenden Formeln gibt dabei Aufschlüsse über die Abweichungen: Die Formel

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2} \quad \{3\}$$

z. B. hat 9 Zeichen, wird aber so eingeschätzt, als ob sie 16 hätte, bzw. um einen Grad höher als eine „normale“ Formel mit 9 Zeichen. Dies lässt sich durch drei Dinge erklären: Erstens sind griechische Buchstaben enthalten, zweitens steht dort kein Gleichheitszeichen, sondern ein Größer-gleich-Zeichen, drittens entspricht die Reihenfolge nicht der üblichen (im ersten Teil ergab sich, dass 82,7 % bzw. 81,2 % die Reihenfolge $U = R \cdot I$ bzw. $a = b \cdot c$ bevorzugten).

Im Gegensatz zum eben beschriebenen Zusammenhang scheint die Formel

$$\Delta K_{kin} = \frac{1}{2}(m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2) - \frac{1}{2}u^2(m_1 + m_2) \quad \{4\}$$

nicht so abschreckend zu sein: Obwohl sie 35 Zeichen hat, entspricht sie einer 17 Zeichen Formel. Dies mag an den ähnlichen Einheiten liegen, da Strukturen mit analogen Elementen mehrfach vorkommen.

Es überraschte, dass sich der Abschreckungsgrad durch das Ausschreiben der Indizes um fast eine ganze Skaleneinheit (von 3,46 auf 2,74) senkte. Die Formel

$$F_G = G_N \frac{m_E \cdot M_S}{r_{E-S}^2} \quad \{5\}$$

ergab einen Mittelwert von 3,46 (normiert 0,62) und liegt damit auf der Fitkurve. Die Version mit ausgeschriebenen Indizes

$$F_{Grav} = G_{Newton} \frac{m_{Erde} \cdot M_{Sonne}}{r_{Erde-Sonne}^2} \quad \{6\}$$

ergab einen Wert von 2,74 (normiert 0,44).

Das Ausschreiben einer Formel

$$Widerstand = \frac{Spannung}{Stromstärke} \quad \{7\}$$

wurde auch bei den Darstellungsarten des ersten Teils berücksichtigt, hier entschieden sich 38,3 % für die ausgeschriebene Form und 55,7 % für die Buchstabenversion. Es scheint somit ratsam Formeln auch in ausgeschriebener Form darzustellen.

6. Fazit

Die Ergebnisse aus der Voruntersuchung [3] lassen sich mit der höheren Probandenzahl bestätigen. Es gibt bevorzugte Schreibweisen bei Formelteilen, die

unabhängig von der inhaltlichen Bedeutung (semantischen Interpretation) sind (siehe Tabelle 2).

Der nichtlineare Zusammenhang zwischen Formellänge und Abschreckungsgrad lässt sich ebenfalls bestätigen, erste Schlüsse für die Interpretation des Faktors a können getroffen werden.

7. Weiteres Vorgehen

Die Hypothese, dass verschiedene Probandengruppen durch einen einzigen Faktor a charakterisiert werden können, soll detaillierter mit Studierenden des Maschinenbaus, der Physik und des Nebenfachs Physik untersucht werden. Darüber hinaus soll die Frage geklärt werden, inwieweit bevorzugte Darstellungen bei physikalischen Einheiten existieren.

8. Literatur

- [1] Müller, Rainer; Heise, Elke (2006): Formeln in physikalischen Texten: Einstellung und Textverständnis von Schülerinnen und Schülern. In: *PhyDid* 2006, 2/5, S. 62-70.
- [2] Strahl, Alexander; Müller, Rainer (2007): Formelverständnis in der Physik: erste Ergebnisse einer Untersuchung. In: *Didaktik der Physik – Regensburg 2007: Beiträge zur Frühjahrstagung der DPG* (Hrsg.: V. Nordmeier und A. Oberländer)
- [3] Strahl, Alexander; Müller, Rainer (2009): $U=R \cdot I$ oder $R=U/I$ - Untersuchungen zur Darstellung von Formeln. In: *Tagungsbeiträge zur Frühjahrstagung Bochum 2009 des Fachverbandes Didaktik der Physik in der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* (Redaktion: V. Nordmeier & H. Grötzebauch, Berlin)
- [4] Zwioerek, Sigrid (2005): Mädchen und Jungen im Physikunterricht. In: *Physik-Didaktik* Helmut F. Mikelskis (Hrsg.), Cornelsen Scriptor
- [5] Häußler, Peter; Bündler, Wolfgang; Duit, Reinders; Gräber, Wolfgang; Mayer, Jürgen (1998): Kapitel 3: Welche Perspektiven eröffnet die Interessenforschung? In: *Naturwissenschaftsdidaktische Forschung. Perspektiven für die Unterrichtspraxis*. Kiel
- [6] Strahl, Alexander; Schleusner, Ulf; Mohr, Matthias; Müller, Rainer. (2010): Wie Schüler Formeln gliedern – eine explorative Befragung. In: *PhyDid A* (eingereicht)