

Chunkingprozesse beim Lesen und Schreiben von Formeln

Josefine Neuhaus*, Pascal Klein*, Andreas Müller⁺

*Georg-August-Universität Göttingen, Physik und ihre Didaktik, Friedrich-Hund-Platz 1, 37077 Göttingen,

⁺Université de Genève, Department of Physics, Boulevard du Pont-d'Arve 40a, 1211 Genève, Schweiz
josefine.neuhaus@uni-goettingen.de

Kurzfassung

Chunking beschreibt eine kognitive Strategie, bei der Informationen in sinnhafte Einheiten, sogenannte Chunks zusammengefasst werden. Diese Strategie zur Prozessierung von Informationen ermöglicht eine Erweiterung der Kapazitäten des Arbeitsgedächtnisses, da mehr Bits an Informationen verarbeitet werden können, was sich beispielsweise in einem schnelleren Erfassen eines Sinnzusammenhangs äußern kann.

In unterschiedlichen Disziplinen konnte gezeigt werden, dass hierbei die Größe einzelner Chunks mit zunehmender Expertise anwächst und von der Länge und der Vertrautheit des Inhalts abhängt. Das in diesem Beitrag vorgestellte Konzept einer Studie stellt die Frage nach der Übertragbarkeit dieser Erkenntnisse auf den Kontext physikalischer Formeln. Dabei wird untersucht, ob und wie sich Chunking-Prozesse im Leseprozess (mittels Eye-Tracking) und im handschriftlichen Schreibprozess physikalischer Formeln äußert. Dieser Beitrag gibt einen Einblick in das Studiendesign und erste Analysen der handschriftlichen Reproduktionen der Proband:innen. Eine mit der allgemeinen und formelspezifischen Expertise ansteigende Fähigkeit größere Anteile der gezeigten Formeln zu reproduzieren kann hierbei als erster Indikator für das Auftreten von Chunking im Kontext von physikalischen Formeln ausgemacht werden.

1. Einleitung

Mit Hilfe von Formeln lassen sich in vielen Kontexten Zusammenhänge in einer symbolisch basierten Weise beschreiben. In der Physik stellen Formeln eine gängige Ausdrucksform dar, um Abhängigkeiten darzustellen, Gesetzmäßigkeiten zu fassen und neue Konzepte zu entwickeln. Das Verständnis der dargestellten Zusammenhänge und Erarbeiten hintergründiger Konzepte, sowie das Arbeiten mit Formeln zur Bearbeitung von Fragestellungen und Treffen von Vorhersagen, stellen Kernkompetenzen dar, die im Physikstudium erlernt werden. Jedem tiefergehenden Verständnis liegt die visuelle oder haptische Wahrnehmung des Gegenstands zugrunde. Wie „funktionierte“ diese Wahrnehmung bei Formeln? Wie lesen Menschen Formeln? Wie verändert sich die Wahrnehmung mit einer vermehrten Auseinandersetzung mit dieser Form der symbolischen Sprache? Diese Prozesse der Wahrnehmung und kognitiven Verarbeitung von Formeln im Sinne des Wahrnehmens einer Symbolfolge besser zu verstehen, visiert die hier vorgestellte Studie an.

Symbolische/ alphabetische Sprachen bilden die Basis für viele Sprachsysteme: Worte werden hierbei aus festgeschriebenen Kombinationen von Symbolelementen zusammengesetzt, und unter Beachtung grammatikalischer Regeln werden hieraus Sätze gebildet. Das Lesen dieser Form alphabetischer Sprache wurde bisher unter Beachtung diverser Fragestellungen – beispielsweise nach dem Einfluss der Worthäufigkeit oder des Sichtfensters des gezeigten Textes – beleuchtet (Alamargot et al., 2010; Bonin et

al., 2015; Cheng & van Genuchten, 2018). Doch Formeln heben sich sowohl von ihrer semantischen, als auch von ihrer syntaktischen Natur von dieser Form der symbolischen Sprache ab. Zum einen stehen einige der Symbolelemente in Formeln in stärkerer Weise stellvertretend für physikalische Größen. Ein einzelnes Element in einer Formel kann also bereits in ein Wort übersetzt werden, beispielsweise kann ein „E“ für „Energie“ stehen. Diese Übersetzung ist nicht eindeutig, sondern kann vom physikalischen Kontext und von Konventionen abhängen. Zum anderen unterliegen Formeln zwar mathematischen Regularien, die einen syntaktischen Rahmen darstellen, die Formelelemente können aber innerhalb dieses Rahmens auf sehr unterschiedliche Arten zusammengestellt werden. Daher kann die oberflächliche Struktur sich stark unterscheiden, obwohl der physikalische Aussagegehalt bei derartigen Transformationen unberührt bleibt. Auch wenn es keine eindeutige Rechtschreibung, sondern eine gewisse Flexibilität gibt, die auch von Studierenden in dieser Weise gesehen wird (Strahl, 2015), existierten konventionelle Schreibweisen, wie sie häufig in Lehrbüchern auftauchen und sich in der Regel an der Struktur Konstante – Parameter – Variable orientieren (Moelter & Jackson, 2012). Welche Rolle spielt diese Konvention für unsere Wahrnehmung von Formeln, und welche Rolle spielt andererseits die Flexibilität dieser symbolischen Sprache? Wie, in welchen Einheiten und mit welchen inhaltlichen Verknüpfungen, sind Formeln im Langzeitgedächtnis abgespeichert und werden bei der Lektüre von Formeln aktiviert?

Die hier vorgestellte Studie versucht einen ersten Einblick in die Wahrnehmung und Verarbeitung von Formeln zu gewinnen und der Frage nachzugehen, welche Rolle Chunking-Prozesse hierbei einnehmen. Im Folgenden wird das verwendete Studiendesign dargestellt und es werden erste Einblicke in die handschriftlichen Bearbeitungen der Proband:innen und deren Auswertung gewährt.

2. Theoretischer Hintergrund

2.1. Was ist Chunking?

Der Terminus „Chunking“ beschreibt das Zusammenfassen von kleineren Einheiten zu einer größeren Einheit bzw. das Unterteilen eines längeren Ausdrucks in kleinere Abschnitte, die als „Chunks“ bezeichnet werden (Miller, 1956).

Hierbei wird unterschieden zwischen einem bewussten/deliberativen Chunking, das beispielsweise explizit als Mnemotechnik genutzt wird, um Inhalte zu strukturieren und memorieren zu können, und einem automatischen Chunking, das sich durch die Vertrautheit mit einem Kontext entwickelt (Gobet et al., 2016).

Bei automatischem Chunking ist neben dem in seiner Verarbeitungsleistung limitierten Arbeitsgedächtnis das Langzeitgedächtnis involviert. „Chunks“ werden hierbei als Einheiten angenommen, die in vergleichbarer Weise im Langzeitgedächtnis abgespeichert sind. Auf diese Weise, so die Theorie, werden Kapazitäten im Arbeitsgedächtnis freigesetzt, da nicht die einzelnen Elemente innerhalb eines Chunks abgespeichert/ verarbeitet werden müssen, sondern ein Pointer, der auf den Speicherort innerhalb des Langzeitgedächtnisses zeigt (Gobet et al., 2001).

Diesen Gedanken aufnehmend werden in der Leseforschung (symbolbasierte Sprachen) mit der Wahrnehmung von Worten und Texten unterschiedliche kognitive Prozesse verbunden. Es wird unterschieden zwischen dem langsamen Prozess des Graphem-zu-Phonem-Abgleichs und dem schnelleren Prozess, bei dem ein Abgleich des Gesehenen mit dem orthographischen Gedächtnis geschieht (Coltheart et al., 1993). Als Elemente des orthographischen Gedächtnisses können sowohl Silben, als auch Worte oder sogar Wortkombinationen vorliegen.

Während bei bewusstem Chunking, bei dem Elemente willentlich zusammengefasst und Chunks daher benannt werden können, geht man davon aus, dass Chunks bei automatischen Chunking-Prozessen schwieriger zugänglich sind und über indirekte Beobachtungsmethoden (Eyetracking, Pausenanalysen, ...) zugänglich gemacht werden müssen (Gobet et al., 2016; Gilchrist, 2015).

2.2. Erkenntnisse aus dem Schachspiel

Erste systematische Untersuchungen zu expertiseabhängigem Chunking wurde im Bereich des Schachspiels vorgenommen (Chase & Simon, 1973). Basierend auf ELO-Scores ist hier eine einfache

Rangzuordnung der Expertise möglich. Untersuchungen haben hierbei unter anderem die Reproduktionsleistung beim zeitverzögerten Nachstellen einer gezeigten Anordnung von Spielfiguren untersucht. Die Leistungen bei derartigen Aufgaben waren hierbei stark von der Expertise der Personen abhängig, was als Resultat von Chunking interpretiert wird. Mit zunehmender Expertise zeigt sich also das Verhalten einer strukturierten Einteilung der Spielfiguren.

Gobet und Simon (2000) zeigten, dass sich expertiseabhängige Unterschiede für kurze Präsentationszeiten noch verstärken, dass Chunking sich also auch in einer schnelleren Auffassung bekannter Zusammenhänge äußert. Während sich die Reproduktionsergebnisse bei Lai:innen verbesserten, wenn ihnen die Ausgangssituation länger gezeigt wurde, waren Schachmeister:innen in der Lage die Aufstellung innerhalb weniger Sekunden zu erfassen und längere Betrachtungszeiten veränderten das Reproduktionsergebnis nur marginal. Mit höherer Expertise können somit größere Chunks schneller erfasst werden.

Weiterhin zeigte sich in mehreren Studien, dass Unterschiede größer sind, wenn die zu reproduzierende Situation einem regelkonformen Spiel entnommen ist. Diese Beobachtung ist insbesondere dadurch bedingt, dass die Reproduktionsraten von Personen hoher Expertise sich zwischen dem Fall einer regelkonformen und einer zufälligen Aufstellung der Figuren auf dem Schachbrett unterscheiden.

Die Studien zum Schachspiel zeigen eindrücklich, dass Chunking ein domänenspezifischer Prozess ist, der nicht allein von genereller Vertrautheit mit dem Spiel, sondern in entscheidender Weise von der Vertrautheit mit konkreten Mustern und Spielsituationen abhängt. Diese Erkenntnis legt nahe, dass sich auch im Bereich der Formelverarbeitung in der Physik expertiseabhängige Chunking-Prozesse zeigen könnten – ein Zusammenhang, dem sich die vorliegende Studie widmet.

2.3. Chunking im Kontext mit Formeln

Erste Studien legen nahe, dass beim Umgang mit domänenspezifischen Formeln Chunking-Prozesse ablaufen. Im Folgenden wird auf einzelne Studien eingegangen, die sich mit automatischem Chunking bei Formeln auseinandersetzen und den Prozess aus unterschiedlichen Blickwinkeln betrachten.

Erste Ansätze zur Untersuchung der kontextspezifischen Wahrnehmung von Formeln finden sich bei Rebert (1932). In einer Eye-Tracking-Studie zum Lesen von Formeln wurde beobachtet, dass die Anzahl an Fixationen und deren Länge sich reziprok zur Expertise verhält. Expert:innen, so formuliert es Rebert, tendieren dazu konzeptuelle Formeln, die nicht explizit einer analytischen Untersuchung bedürfen, die also nicht beispielsweise mit einer Aufgabe zur (mental) Manipulation verbunden sind, eher als eine Einheit zu lesen. Der Begriff „Chunking“ wird in diesem Kontext noch nicht verwendet. Die Beobachtung

einer expertiseabhängigen Veränderung der Aufmerksamkeitsverteilung hin zu einer geringeren Anzahl an Fixationen kann allerdings als Indiz für die Ausbildung von Chunks gelten. Sie deutet darauf hin, dass nicht jedes Element der Formel explizit gelesen wird, sondern dass Formeln in nicht näher bestimmten Einheiten erfasst werden.

In einer Studie aus dem Jahr 2013 erkennen Zhilin & Tkachuk expertiseabhängige Chunking-Prozesse im Kontext chemischer Reaktionsgleichungen. Ähnlich wie bei physikalischen Gleichungen handelt es sich auch hierbei um eine symbolische Formulierung eines fachspezifischen Zusammenhangs, wobei die Bedeutung der Formel über die Bedeutung der einzelnen Formelelemente hinausgeht, und die Syntax Variationen erlaubt. Die Autor:innen untersuchten, wie gut Schüler:innen unterschiedlicher chemiespezifischer Expertise – deklariert basierend auf der Jahrgangsstufe und damit dem Maß an Beschäftigung mit dem Thema im Unterricht – reale und zufällig durcheinandergewürfelte Reaktionsgleichungen nach einer Expositionszeit von 30 s reproduzieren können. Einerseits beobachteten die Autor:innen bei realen Gleichungen, dass die Reproduktionsrate mit der Expertise zunahm; diese Unterschiede nivellierten sich jedoch bei zufälligen Anordnungen der Elemente. Andererseits beobachteten sie eine sequentielle Vorgehensweise bei Personen niedriger Expertise, während bei Personen mit höherer Expertise einige zusammenhängende Elemente ausgemacht werden konnten. Diese Beobachtungen deuten laut den Autor:innen auf Chunking-Mechanismen im Umgang mit chemischen Formeln hin. Um die genaue Form der Chunking-Prozesse, die Art von Chunks und deren Ausbildung zu analysieren, bedarf es zusätzlicher (prozeduraler) Untersuchungen.

Eine prozedurale Herangehensweise verfolgt die Arbeitsgruppe um P. Cheng, wobei nicht die Erforschung von Chunking, sondern die Bestimmung der Expertise im Zusammenhang mit mathematischen Formeln im Vordergrund steht. Hierbei bilden postulierte Chunking-Prozesse die Grundlage der Einteilung (Cheng & Rojas-Anaya, 2007; Cheng, 2014; Cheng, 2015). Basierend auf der Annahme, dass im Schreibprozess die Pausen innerhalb von Chunks kürzer sind, als Pausen zwischen Chunks, fanden sie unterschiedliche Pausenmaße, die sich als geeignet zur Diskriminierung der Expertiseniveaus zeigten. Die durchschnittliche Pausenlänge bzw. die Anzahl langer Pausen beim Abschreiben mathematischer Formeln zeigte sich als reziprok zur Expertise, was einen indirekten Beleg für expertiseabhängiges Chunking darstellt – da Expert:innen größere Chunks nutzen und ihr Schreibprozess mehr kürzere Intra-, als längere Interchunk-Pausen enthält.

Insgesamt zeigen die Beobachtungen der dargelegten Studien erste indirekte Hinweise auf Chunking-Prozesse im Umgang mit Formeln in unterschiedlichen Kontexten. Eine Fokussierung auf physikalische Formeln und den Zusammenhang zwischen einer

allgemeinen und einer Expertise für den expliziten Untersuchungsgegenstand, ist allerdings bisher kein Teil der Forschung gewesen. Darüber hinaus lassen bisherige Forschungsarbeiten beispielsweise Fragen nach der Natur von Chunks, deren Ausbildung, Veränderung und Intersubjektivität offen.

In diesem Beitrag wird die Konzeption einer Studie vorgestellt, die zu näheren Einsichten bezüglich der genannten offenen Punkte verhelfen soll. Zudem werden erste Ergebnisse zum Zusammenhang zwischen der allgemeineren fachspezifischen bzw. einer konkreteren gegenstandsspezifischen Expertise und der Reproduktionsrate im Kontext physikalischer Formeln skizziert.

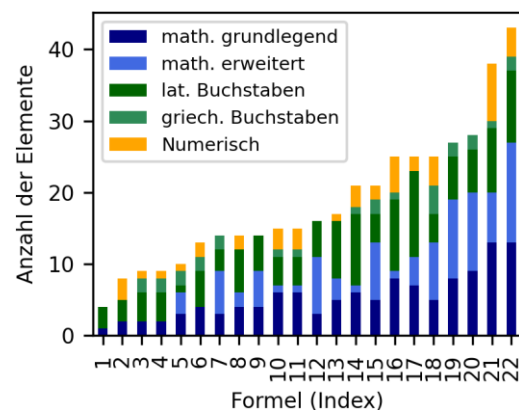


Abb. 1: Anzahl unterschiedlicher Elemente in den Formeln (hier durchnummeriert), kategorisiert in fünf unterschiedliche Gruppen nach mathematischen, alphabetischen (lateinisch bzw. griechisch) und numerischen Elementen. „Mathematisch grundlegende Elemente“ umfassen arithmetische Grundoperationen und Klammern; alle weiteren mathematischen Symbole (bspw. Wurzeln, Integralzeichen, Ableitungen) wurden als „erweitert“ klassifiziert. (eigene Abbildung)

3. Studiendesign

An die im vorangegangenen Kapitel dargestellten Studien anschließend wird im Folgenden ein Studienkonzept vorgestellt, mit dem das Lese- und Schreibverhalten von Personen mit unterschiedlichem Erfahrungsgrad im Bereich der universitären Physik in Bezug auf ihr Lese- und Schreibverhalten bei physikalischen Formeln untersucht werden soll. Das Ziel besteht darin, aus einer Kombination unterschiedlicher prozeduraler Daten, sowie der Schreibergebnisse Rückschlüsse auf die Prozesse des Chunkings ziehen zu können.

3.1. Auswahl und Charakterisierung der Formeln

Für die Studie wurden Formeln aus den Kontexten Mechanik, Fluidodynamik, Elektrostatik und -dynamik ausgewählt. Diese Themenkomplexe werden im Rahmen der Experimentalphysikvorlesungen in Göttingen in den ersten beiden Semestern in unterschiedlicher Ausführlichkeit thematisiert, einzelne der ausgewählten Formeln werden auch in der Schule behandelt. Diese Auswahl ermöglicht durch das Messen zu

mehreren Messzeitpunkten eine potentielle Entwicklung innerhalb eines kurzen Zeitraums (1-2 Fachsemester), bedingt durch die explizite thematische Auseinandersetzung mit den Formeln, analysieren zu können.

Die Formeln wurden so ausgewählt, dass sie unterschiedliche Längen und unterschiedliche Anzahlen an Variablen, Operatoren und strukturgebenden Elementen enthalten.

Als Länge der Formel wurde hierbei die Anzahl ihrer Elemente gewertet. Dabei wurden sowohl Variablen, als auch mathematische Operatoren, Indizes und Vektorpfeile als einzelne Elemente gezählt. Die mit vier Elementen kürzeste Formel war hierbei das Weg-Zeit-Gesetz

$$s = vt, \quad \{1\}$$

die mit 43 Elementen längste Formel war das Biot-Savart-Gesetz in der Form

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \vec{j}(\vec{r}') \times \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}. \quad \{2\}$$

Auch die Komplexität der einzelnen Formelelemente war in den Formeln unterschiedlich. Während einzelne Formeln nur arithmetische Operatoren enthielten, die aus dem Schulkontext bekannt sein sollten, enthielten andere Formeln beispielsweise partielle Ableitungen, Vektoren, Kreuzprodukte oder Vektoroperatoren. Zudem enthielten einige Formeln ausschließlich lateinische, andere zudem griechische Buchstaben.

Die Diversität der Länge und Zusammensetzung der insgesamt 22 Formeln ist in Abbildung 1 dargestellt. Die Anzahl der Elemente ist hierbei kategorisiert nach mathematischen, alphabetischen und numerischen Elementen. Die mathematischen Elemente sind noch einmal unterteilt in „grundlegende“ (arithmetische Grundoperatoren und Klammern) und „erweiterte“ Elemente. Die alphabetischen Elemente sind in lateinische und griechische Buchstaben unterteilt.

3.2. Modifikationen von Formeln

Aus dem Bereich des Schachspiels ist bekannt, dass eine zufällige Umsortierung von Figuren auf dem Schachfeld die Reproduktionsrate bei zeitverzögerten Reproduktionsaufgaben (delayed copy task), insbesondere bei Menschen mit hoher Expertise, verschlechtert, da größere Chunks hierbei aufgebrochen werden. In Bezug auf Formeln kann ebenfalls eine zufällige Anordnung der Elemente gewählt werden, wodurch die resultierende Formel syntaktisch nicht mehr legitim, hierdurch aber auch physikalisch bedeutungslos wird. Aufgrund der nicht-linearen Struktur von Formeln – im Gegensatz zu Worten ist die Reihenfolge der Symbole innerhalb einer Formel nicht eindeutig festgelegt – und mathematischer Kommutationsregeln ist es aber auch möglich die Elemente so umzusortieren, dass die dargestellte Form von der „Standardform“ (Moelter & Jackson, 2012; Strahl, 2010) abweicht und dennoch seine physikalische Bedeutung beibehält. In dieser Studie

wurden die Kommutativität der Addition und Multiplikation ausgenutzt, 5 der gezeigten Formeln wurden sowohl in einer „Standardform“, als auch in einer abgewandelten Form präsentiert, wobei die Präsentationsreihenfolge variiert wurde. Hierbei wurde die Oberflächenstruktur in unterschiedlichem Ausmaß variiert, um auch hierdurch einen Einblick in die Struktur von Chunks in physikalischen Formeln gewinnen zu können und das Zusammenspiel von Oberflächenstruktur, Wiedererkennung und physikalischem Verständnis zu untersuchen. Während bei einer Gleichung nur die Reihenfolge der Summanden variiert wurde, wodurch eine Oberflächenstruktur der Formel weiterhin erkennbar war, wurde bei anderen Formeln die Kommutativität der Multiplikation genutzt, wodurch Formeln sich beispielsweise durch das Wegfallen von Klammern oder Hinzukommen von Brüchen auf einer oberflächlichen Struktur veränderten. In der Klassifizierung der Formeln nach Abbildung 1 können sich die Formelpaare aufgrund dieser Variationen auch unterscheiden.

3.3. Studiendesign

Vergleichbar zu vorangegangenen Studien aus dem Bereich der Chunking-Forschung (Gobet & Simon, 2000; Zhilin & Tkachuk, 2013) bildeten zeitverzögerte Reproduktionsaufgaben (delayed/retarded copy tasks) den Hauptteil der Studie. Den Proband:innen wurde zunächst eine Formel auf einem Bildschirm angezeigt, die sie „zügig und effizient“ lesen sollten. Die Formeln waren jeweils nur wenige Sekunden sichtbar, wobei die Zeitspanne abhängig von der Länge der Formel zwischen 4 und 13 Sekunden variierte. Basierend auf Pilotierungen wurde die Zeit so gewählt, dass Personen unterschiedlicher Expertise die Formel vollständig lesen konnten. Eine Begrenzung auf wenige Sekunden und die Aufgabenformulierung sollten das explizite Ausbilden von Chunks und bewusste Memorierung, soweit möglich, unterbinden. (Gobet et al., 2001) Proband:innen konnten die Lesezeit selbstgesteuert verkürzen, von dieser Option wurde aber nur in wenigen Einzelfällen Gebrauch gemacht. Um die Aufmerksamkeit auf den Bildschirmmittelpunkt zu richten und somit vergleichbare Startbedingungen für den Leseprozess zu ermöglichen, wurde ein Fixationskreuz angezeigt, bevor die Formel sichtbar war. Der Leseprozess wurde mit Eyetracking aufgezeichnet (Tobii Pro Fusion).

Im direkten Anschluss wurden die Proband:innen gebeten alles aufzuschreiben, was sie von der gezeigten Formel erinnern. Um hierbei den Fokus auf der kurzzeitigen Erinnerung zu legen und Korrekturen des Geschriebenen basierend beispielsweise auf Überlegungen zu physikalischen Zusammenhängen zu minimieren, wurde hierbei eine zeitliche Begrenzung von 60 Sekunden gewählt. Die tatsächlich genutzte Schreibzeit war in der Regel kürzer.

Abschließend wurde die Vertrautheit mit den Formeln in den Dimensionen „Sehen“, „Manipulieren/Rechnen“, „Benennen“ und „Verstehen“ abgefragt.

(Zheng, 2024) Während die ersten beiden Dimensionen auf fünfstufigen Skalen („noch nie“ – „selten“ – „manchmal“ – „häufig“ – „regelmäßig“) abgefragt wurden, wurden die beiden letzten Dimensionen in offenen Fragen thematisiert: „Wie wird die Formel bezeichnet? Was ist der Name der Formel?“, „Was ist die physikalische Bedeutung der Formel?“. Insbesondere die letzten beiden Fragen dienten nicht nur zur Einschätzung der Vertrautheit und formelspezifischen Expertise, sondern sie sollten ein intentionales, verstehendes Lesen und somit eine bewusstere Verknüpfung mit physikalischen Sachinhalten provozieren.

Insgesamt wurden den Proband:innen neben zwei Beispielaufgaben 22 Formeln (17 in „Standardform“ und 5 „umsortierte“) gezeigt.

Dem Hauptteil vorausgehend beurteilten Proband:innen eine Liste der in den Formeln vorkommenden mathematischen und griechischen Symbole nach ihrer subjektiven Vertrautheit. Auf diese Weise konnte sichergestellt werden, dass alle Proband:innen auch fachspezifische Symbole in den Formeln mindestens einmal gesehen hatten. Darüber hinaus wurde vor Beginn der Studie mit einem doppelten Aufschreiben des Namens „Albert Einstein“ eine Schriftprobe zur Einschätzung des individuellen Schreibverhaltens genommen.

Im Anschluss an den Hauptteil der Studie wurden demographische Angaben erhoben und die Kapazität des temporären Arbeitsgedächtnisses mit Hilfe eines digit span Test abgeschätzt. Der Test wurde jeweils als „forward“- und „backward“-Test durchgeführt und es waren pro Zahlenfolgenlänge zwei Fehlversuche erlaubt (Sbordone et al., 2007).

3.4. Aufnahme von Schreibdaten

Zur Aufzeichnung der Schrift beim Kopieren der Formeln wurde ein Wacom-Tablet (Wacom Intuos 4) verwendet. Ein DIN A4-Papier mit vorgegebenen Linien wurde auf dem Tablet befestigt, um durch die Möglichkeit einen Kugelschreiber zu verwenden ein natürliches Schreibgefühl und die Sichtbarkeit des geschriebenen Textes zu ermöglichen. Die Stiftposition wird mittels Induktion erfasst, so kann neben der Position und der Geschwindigkeit beim Schreiben auch beispielsweise der Stiftdruck gemessen werden. Die erfassten Daten können direkt auf den Computer übertragen und visualisiert werden. Schriftbezogene Daten werden mit einer Frequenz von 60 Hz aufgenommen.

Zur Auswertung der Schriftdaten wurde die Software „OpenHandWrite“ (Simpson et al., 2021) verwendet. Diese ermöglicht eine Annotation handgeschriebener Daten und eine nachträgliche Analyse sowohl der Schriftergebnisse, als auch des Schreibprozesses und der -dynamiken.

3.5. Stichprobe

An der Studie nahmen 33 Proband:innen teil. Hiervon hatten 7 keine Erfahrungen mit universitärer Physik, sondern waren Studierende oder Angestellte anderer Fachrichtungen, 19 waren zum Zeitpunkt der Studie im ersten Semester des Physikstudiums und 7 hatten ihr Physikstudium bereits absolviert oder zumindest alle Pflichtveranstaltungen des Studiums erfolgreich abgeschlossen.

4. Einordnung der Expertise

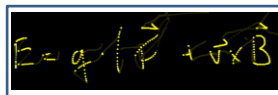
Ein offizielles Maß, nach dem die Expertise angegeben werden kann, wie etwa der ELO-Score im Schachspiel oder das Handicap beim Golf, existiert in der Physik nicht. In dieser Studie wurde zwischen einer „allgemeinen“, erfahrungsbezogenen und einer „formelspezifischen“ Expertise unterschieden.

Erstere nimmt an, dass die physikspezifische Expertise mit der universitären Auseinandersetzung mit dem Themenkomplex zunimmt (Zhilin & Tkachuk, 2013). In dieser Sichtweise werden die Proband:innen basierend auf der Anzahl an Erfahrungsjahren im Kontext der universitären Physik als „Lai:innen“, „Noviz:innen“ und „Expert:innen“ deklariert. Es handelt sich folglich um eine prädeklarierte Einteilung der Proband:innen.

Zweitere bezieht sich auf den explizit in der Studie behandelten Kontext und basiert auf der Vertrautheit der Proband:innen mit den gezeigten Formeln. Die Vertrautheit wurde hierbei in den Dimensionen „Sehen“ und „Manipulieren“ auf einer 5-stufigen Skala und in der Dimension „Benennen“ in einem offenen Format abgefragt. Die Benennung der Formeln wurde mit 0/ 1/ 2 Punkten bewertet. Mit dieser Einteilung der Bewertung wurde beispielsweise unterschieden, ob Personen eine der Formeln als „eine der Maxwell-Gleichungen“, oder als „vierte Maxwellgleichung“/ „Ampèresches Gesetz“ identifizieren konnten. Es zeigte sich eine hohe Korrelation zwischen den unterschiedlichen mittleren Vertrautheitsdimensionen über alle Aufgaben hinweg ($r > 0.9$ für alle paarweisen Vergleiche), weshalb sie, gleichgewichtet, summativ zu einem „formelspezifischen“ Vertrautheitsmaß zusammengefasst werden können.

5. Bewertung der Schreibdaten

Bei den Reproduktionen der Formeln zeigten sich große Unterschiede, die auf sehr unterschiedliche Weise bewertet werden können. Neben dem Auswerten von Abstandsmaßen zwischen den Zahlenfolgen (bspw. Damerau-Abstand; Damerau, 1964) oder einer Bewertung auf mathematischer oder physikalischer Basis, ist als erste Annäherung an die Korrektheit der Reproduktion eine „naive“ Herangehensweise möglich.

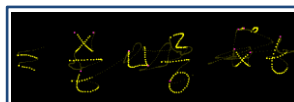


$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Abb. 2: Links: Beispielsreproduktion, rechts: Ausgangsformel (Lorentz-Kraft). Obwohl in dieser Reproduktion die Kraft mit dem elektrischen Feld vertauscht wurden, die Formel also in der Form physikalisch nicht mehr plausibel ist, wurde in der naiven Bewertung lediglich 1 Punkt abgezogen, da ein Vektorpfeil fehlt. (eigene Abbildung)

In einer solchen „naiven“ Sichtweise auf die Reproduktionsergebnisse kann man zunächst im Sinne einer Positivzählung Ähnlichkeiten zwischen Ausgangs- und reproduzierter Formel auf der Elementebene vornehmen. Reproduzierte Formeln werden hierbei ausschließlich in Bezug darauf mit den Ausgangsformeln verglichen, welche Elemente in beiden Formeln vorhanden sind. In dieser Zählung vernachlässigen wir sowohl die Position der Elemente innerhalb der Formel (Reihenfolge der Elemente), als auch die Funktion, welche die Elemente innerhalb der Formel einnehmen (Argument, Index, Interpunktion, ...). Als „Naiv“ kann man diese Sichtweise bezeichnen, da hierbei kein Vorwissen beispielsweise über die korrekte mathematische oder physikalische Verwendung von Vektorpfeilen oder Indizes einfließt, sondern ein Abgleich auf einer visuellen Zeichenebene vorgenommen wird. Die semantische Bedeutung der reproduzierten Elemente fließt hierdurch bei der Bewertung ebenso wenig ein, wie zusätzlich durch Proband:innen vermeintlich erinnerte Elemente. Diese Bewertungsweise trifft noch keine Aussagen über den physikalischen Inhalt einer reproduzierten Aussage. Exemplarisch sind in Abbildungen 2-5 Reproduktionen unterschiedlicher Formeln dargestellt, anhand derer typische Abweichungen bei der Reproduktion gezeigt werden.


In Abbildung 2 ist die Reproduktion der Lorentz-Kraft gezeigt, wobei die Variablen für die resultierende Kraft und das elektrische Feld vertauscht wurden. Diese Gleichung ist physikalisch inkorrekt, auch mathematisch betrachtet fehlt ein Vektorpfeil über der linken Variablen, in der vorgestellten Bewertungsweise wird lediglich wegen des fehlenden Vektorpfeils ein Punkt abgezogen.



$$0 = x(t)\omega_0^2 + \ddot{x}(t)$$

Abb. 3: Links: Beispielsreproduktion, Rechts: Ausgangsformel (harmonischer Oszillator). Die Ausgangsformel hat 15 Elemente, nach der vorgestellten „naiven“ Bewertung wurden hiervon 9 korrekt reproduziert, obwohl zahlreiche Elemente nicht in ihrer korrekten Funktionsweise reproduziert wurden. (eigene Abbildung)

In Abbildung 3 ist beispielhaft eine Reproduktion der Gleichung eines harmonischen Oszillators gezeigt, wobei Variablen und Zahlen weitestgehend und in der richtigen Reihenfolge reproduziert wurden. Aufgrund fehlender mathematischer Operatoren und falscher



$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

Abb. 4: Links: Beispielreproduktion, rechts: Ausgangsformel. Inhaltlich stimmen die Formeln überein, das in der Ausgangsformel enthaltene Element „1“ ist allerdings nicht reproduziert worden, weshalb in diesem Beispiel nur 7 der 8 Elemente als korrekt reproduziert gewertet werden. (eigene Abbildung)

Funktionszuordnung der Elemente ist die Reproduktion weder mathematisch noch physikalisch sinnvoll. Nur die Anzahl reproduzierter Elemente beachtend wurde diese Reproduktion mit 9 von 15 Punkten bewertet.

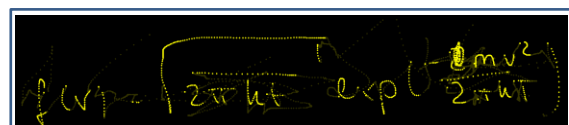
Diese „naive“ Bewertung bedingt andererseits, dass alternative Schreibweisen, die sowohl mathematisch, als auch physikalisch korrekt sind, schlechter bewertet werden. Hierdurch kann in Einzelfällen eine fachkompetente Reproduktion mit einer geringeren Punktzahl bewertet werden. Alternative Schreibweisen umfassen hierbei einerseits das Zusammenziehen von Termen (s. Abbildung 4) und andererseits das Verwenden äquivalenter Ausdrücke beispielsweise bei Exponentialfunktionen (s. Abbildung 5), bei der Notation partieller Ableitungen

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \partial_t\right) \quad \{3\}$$

oder bei der Beschreibung von Volumenelementen

$$(d^3r \rightarrow d\vec{r}). \quad \{4\}$$

In allen diesen Fällen wurde für die alternative Notation nicht die volle Punktzahl vergeben, da nicht alle Elemente der ursprünglichen Schreibweise in der Reproduktion zu finden waren. Das Bewertungsschema geht daher mit einer systematisch schlechteren Bewertung von Personen mit höherer Expertise einher, die sich der mathematischen/physikalischen Äquivalenz der Ausdrücke bewusst sind.



$$f(v) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

Abb. 5: Oben: Beispielsreproduktion, unten: Ausgangsformel (Maxwell-Boltzmannsche Geschwindigkeitsverteilung). In der Reproduktion wurde eine alternative Schreibweise der Exponentialfunktion gewählt, wodurch das Element „e“ nicht als korrekt reproduziert gewertet wurde. (eigene Abbildung)

Aus dieser Bewertung ergibt sich eine formelspezifische Reproduktionsrate als Quotient der korrekt reproduzierten Elemente und der Gesamtanzahl an Elementen in einer Formel.

6. Ergebnisse zur Reproduktion von Formeln in Abhängigkeit der Expertise

In Bezug auf die allgemeine, erfahrungsbezogene Expertise unterscheiden sich die drei prädeklarierten Gruppen signifikant, wie eine ANOVA ($p = 0.001$) mit anschließenden paarweisen Vergleichen ($p < 0.01$; $d > 1.4$) zeigt. Während die Lai:innen im Durchschnitt (44 ± 3)% der Elemente korrekt reproduzieren konnten, waren es bei den 19 Noviz:innen (71 ± 2)% und bei den 7 Expert:innen (82 ± 3)%, wenn man alle gezeigten Formeln in den Blick nimmt. Mit der Erfahrung nimmt die Anzahl reproduzierter Elemente also deutlich zu.

Auch die gegenstandsspezifische Expertise korreliert stark positiv mit der Reproduktionsrate. Die Spearman-Korrelation zwischen der Reproduktionsrate und der gegenstandsspezifischen Expertise beträgt $\rho = 0.85$ ($p < 0.001$). Je vertrauter eine Person mit einer bestimmten Formel ist, desto eher ist sie in der Lage sie korrekt zu reproduzieren. Bei den ausgewählten Formeln, der Stichprobe und der Bewertung zeigt sich jedoch eine Sättigung. Eine Beschreibung der Daten mit einer Exponentialfunktion zeigt ein asymptotisches Verhalten an eine Reproduktionsrate von 88.5 %.

7. Fazit und Ausblick

Das dargestellte Studienkonzept zielt darauf ab Einblicke in Chunking-Prozesse im Umgang mit physikalischen Formeln zu erhalten. Aus Analysen prozeduraler und von Ergebnis-Daten sowohl über den Lese-, als auch dem Schreibprozess zielt die Studie darauf ab Einblicke aus unterschiedlichen Perspektiven über die Existenz und die Art und Weise von perzeptuellem, automatischem Chunking zu gewinnen.

Eine erste Analyse der Schriftdaten deutet, im Einklang mit vorangegangenen Forschungsarbeiten zum Umgang mit Formeln (Zhilin & Tkachuk, 2013), an, dass expertiseabhängiges Chunking im Zusammenhang mit physikalischen Formeln von Bedeutung ist. In Abhängigkeit von der Expertise waren Proband:innen in der Lage einen größeren Anteil an Elementen einer Formel zu reproduzieren. Diese Beobachtung zeigt sich bereits bei der vorgestellten Herangehensweise zur Bewertung der Formeln, die aufgrund des Nicht-Beachtens mathematischer und physikalischer Aspekte (Funktion der Elemente) tendenziell zu einer besseren Bewertung von Personen mit geringerer Expertise führt, und einer Nicht-Wertung inhaltlich äquivalenter, alternativer Formulierungen, die tendenziell mit einer schlechteren Bewertung von Personen mit höherer Expertise einhergeht. Eine solche expertiseabhängige Performance bei Reproduktionsaufgaben deutet, unter der Prämisse einer endlichen Kapazität des Arbeitsgedächtnisses, auf unterschiedliche kognitive Verarbeitungsprozesse im Umgang mit dem Untersuchungsgegenstand hin. Durch das

Zusammenfassen in Untereinheiten und hiermit verbundene Verknüpfungen zum Langzeitgedächtnis, werden Kapazitäten des Arbeitsgedächtnisses anders ausgenutzt, daher dient der beobachtete erhöhte Reproduktionsanteil als indirekter Hinweis auf Chunking (Gilchrist, 2015).

Dieser erste Hinweis zieht zahlreiche weitere Fragen nach sich. Welche Rolle spielt die Identifikation von Formelelementen und das inhaltliche Verständnis von Formeln für den Erinnerungsprozess? Gibt es übereinstimmende Chunks zwischen Personen? Wie verändern sich diese Chunks über die Zeit? Diese Dynamiken und das Zusammenspiel zwischen Verständnis und Perzeption näher zu untersuchen ist Forschungsgegenstand weiterer Untersuchungen.

8. Literatur

- Alamargot, D., Plane, S., Lambert, E., & Chesnet, D. (2010). Using eye and pen movements to trace the development of writing expertise: Case studies of a 7th, 9th and 12th grader, graduate student, and professional writer. *Reading and Writing*, 23(7), 853–888. <https://doi.org/10.1007/s11145-009-9191-9>
- Bonin, P., Méot, A., Lagarrigue, A., & Roux, S. (2015). Written object naming, spelling to dictation, and immediate copying: Different tasks, different pathways? *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 68(7), 1268–1294. <https://doi.org/10.1080/17470218.2014.978877>
- Cheng, P. (2014). Copying equations to assess mathematical competence: An evaluation of pause measures using graphical protocol analysis. *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, 36(36). <https://escholarship.org/uc/item/9jw9347s>
- Cheng, P. C.-H. (2015). Analyzing chunk pauses to measure mathematical competence: Copying equations using ‘centre-click’ interaction. *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, 37(0).
- Cheng, P. C., & Rojas-Anaya, H. (2007). Measuring Mathematic Formula Writing Competence: An Application of Graphical Protocol Analysis. *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, 29.
- Cheng, P. C.-H., & van Genuchten, E. (2018). Combinations of Simple Mechanisms Explain Diverse Strategies in the Freehand Writing of Memorized Sentences. *Cognitive Science*, 42(4), 1070–1109. <https://doi.org/10.1111/cogs.12606>
- Coltheart, M., Curtis, B., Atkins, P., & Haller, M. (1993). Models of Reading Aloud: Dual-Route and Parallel-Distributed-Processing Approaches. *Psychological Review*, 100(4), 589–608.
- Damerau, F. J. (1964). A technique for computer detection and correction of spelling errors.

- Commun. ACM, 7(3), 171–176.
<https://doi.org/10.1145/363958.363994>
- Gilchrist, A. L. (2015). How should we measure chunks? A continuing issue in chunking research and a way forward. *Frontiers in Psychology*, 6.
<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.01456>
- Gobet, F., Lane, P. C. R., Croker, S., Cheng, P. C.-H., Jones, G., Oliver, I., & Pine, J. M. (2001). Chunking mechanisms in human learning. *Trends in Cognitive Sciences*, 5(6), 236–243.
[https://doi.org/10.1016/S1364-6613\(00\)01662-4](https://doi.org/10.1016/S1364-6613(00)01662-4)
- Gobet, F., Lloyd-Kelly, M., & Lane, P. C. R. (2016). What’s in a Name? The Multiple Meanings of “Chunk” and “Chunking”. *Frontiers in Psychology*, 7.
<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00102>
- Gobet, F., & Simon, H. A. (2000). Five Seconds or Sixty? Presentation Time in Expert Memory. *Cognitive Science*, 24(4), 651–682.
https://doi.org/10.1207/s15516709cog2404_4
- Miller, G. A. (1956). The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. *Psychological Review*, 63(2), 81–97.
<https://doi.org/10.1037/h0043158>
- Moelter, M. J., & Jackson, M. (2012). Formulas in Physics Have a “Standard” Form. *The Physics Teacher*, 50(8), 472–474.
<https://doi.org/10.1119/1.4758146>
- Sbordone, R. J., Saul, R. E., & Purisch, A. D. (2007). *Neuropsychology for Psychologists, Health Care Professionals, and Attorneys* (3. Aufl.). CRC Press.
<https://doi.org/10.1201/9781420007138>
- Simpson, S., Nottbusch, G., & Torrance, M. (2021). *OpenHandWrite* <https://github.com/isolver/OpenHandWrite>
- Strahl, A., Grobe, J., & Müller, R. (2010). Was schreckt bei Formeln ab? - Untersuchung zur Darstellung von Formeln. *PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung*. <https://ojs.dpg-physik.de/index.php/phydid-b/article/view/169>
- Zheng, W. (2024). Estimating word difficulty using stratified word familiarity. *Cogent Arts & Humanities*, 11(1).
<https://doi.org/10.1080/23311983.2024.2420467>
- Zhilin, D.M., & Tkachuk, L.E. (2013). Chunking in Chemistry. *International Journal of Physics and Chemistry Education*, 5(1), 39-56.
<https://doi.org/10.51724/ijpce.v5i1.73>