

Physikspezifische Betrachtungsweisen zur Förderung des Formelverständnisses

Julia Hofmann*, Pascal Klein*, Andreas Müller⁺, Josefine Neuhaus*

*Georg-August-Universität Göttingen, Physik und ihre Didaktik, Friedrich-Hund-Platz 1, 37077 Göttingen,

⁺Université de Genève, Department of Physics, Boulevard du Pont-d'Arve 40a, 1211 Genève, Schweiz
julia.hofmann@uni-goettingen.de

Kurzfassung

Ein tiefgreifendes Verständnis mathematischer Gleichungen und Formeln sowie der Umgang damit sind zentrale Ziele des Physikstudiums. Ein adäquater Umgang mit Formeln beinhaltet deren Analyse, kritische Bewertung und Überprüfung der Plausibilität vor dem Hintergrund des physikalischen Kontexts. Für die Physik typische Methoden und Denkweisen, die dabei häufig Anwendung finden, sind das Betrachten von Dimensionen, Kovariationen sowie von Spezial- und Grenzfällen. Obwohl derartige Betrachtungsweisen von Lehrenden als essenziell erachtet werden, werden diese in der Regel selten explizit in Lehrveranstaltungen vermittelt und eingeübt. Aus diesem Grund wurden bestehende Übungsaufgaben um die genannten Betrachtungsweisen angereichert und im begleitenden Übungsbetrieb einer Elektromagnetismus-Vorlesung für Zweitsemesterstudierende implementiert. Die eingesetzten Aufgaben zielten darauf ab, die kritische Reflexion von Formeln zu unterstützen und zu fördern. Die Studierenden sollten dafür ihre selbstständig hergeleiteten Formeln vor dem Hintergrund der physikalischen Situation überprüfen und eine Aussage über deren physikalische Plausibilität treffen. Die Wirksamkeit der Implementation dieser Aufgaben wurde im Rahmen einer begleitenden Interventionsstudie untersucht und evaluiert. Dieser Beitrag gibt einen Einblick in die Gestaltung und Konzeption der eingesetzten Übungsaufgaben, deren fachdidaktischen Hintergrund, sowie erste Ergebnisse der Bearbeitungen durch die Studierenden.

1. Einleitung

Im Physikstudium werden umfangreiche Kompetenzen und vielschichtiges Wissen vermittelt. Studierende erlernen bspw. experimentelle Fähigkeiten oder eignen sich fachspezifisches Wissen über physikalische Phänomene an. Als „abstrakte Sprache“ der Physik, nimmt auch die Mathematisierung einen hohen Stellenwert im Physikstudium ein. Studierende müssen Zusammenhänge mathematisch beschreiben, Berechnungen durchführen, Formeln herleiten und Vorhersagen auf Grundlage von mathematischen Modellen treffen können. Ein angemessenes Verständnis von Formeln und Gleichungen ist in diesem Kontext unverzichtbar (Redish, 2021). Es wird erwartet, dass Studierende ein Verständnis für mathematische Ausdrücke und Formeln entwickeln, das über die reine Nutzung als mathematisches Werkzeug hinausgeht (Redish & Kuo, 2015). Somit ist es unter anderem von zentraler Bedeutung, dass Formeln stets kritisch hinterfragt und evaluiert werden. Jedoch ist diese Vorgehensweise nicht selbstverständlich: In einer Studie von Wilcox et al. (2013) wurde herausgefunden, dass lediglich 8% der Studierenden am Ende eines Problemlöseprozesses ihr Ergebnis bzw. die Formel selbstständig überprüfen.

Nicht nur in der Schule wird die Mathematisierung als sehr herausfordernd angesehen (Uhden, 2016), sondern auch im Studium werden besonders die Veranstaltungen zu mathematischen Methoden und Grundlagen als besonders anspruchsvoll erachtet (Lahme et al., 2024). Von Studierenden wird erwartet, dass sie zum Ende ihres Studiums über die

Fähigkeit verfügen, mit mathematischen Ausdrücken adäquat umzugehen. Dies schließt ein, Formeln einer kritischen Prüfung unterziehen und diese mit der zugrundeliegenden physikalischen Situation verknüpfen zu können.

2. Physikspezifische Betrachtungsweisen

Beim Formelverständnis spielt das sog. Sense-Making (Odden & Russ, 2019) eine wichtige Rolle: Es beschreibt einen dynamischen Prozess etwas herauszufinden („to figure something out“), um eine bestehende Lücke bzw. Unzulänglichkeit im eigenen Verständnis zu schließen. Konkret werden Wissensbausteine, wie z. B. mathematische Modelle und Operationen und physikalische Inhalte oder Alltagswissen, miteinander in Verbindung gebracht. Einer Formel wird durch diese Verknüpfung von physikalischen Zusammenhängen mit mathematischen Ausdrücken eine Bedeutung zugeschrieben bzw. ein Sinn verliehen (Sense-Making).

Studien weisen darauf hin, dass es einige Strategien gibt, die diesen Prozess des Sense-Makings positiv beeinflussen können und einen großen Mehrwert für den aktiven und flexiblen Umgang mit physikalischen Formeln haben (Lenz, 2020; Hahn et al., 2018; White et al., 2023). Hierzu zählen bspw. die Betrachtung von Dimensionen, Kovariationen sowie Spezial- und Grenzfällen. Die Betrachtung von Dimensionen (bzw. Einheiten) basiert auf dem Prinzip, dass auf beiden Seiten einer Formel dieselben Dimensionen (bzw. Einheiten) stehen müssen. Bei der Kovariationsbetrachtung wird die gemeinsame Veränderung

zweier Variablen (je-desto- und skaliert-wie-Beziehungen) untersucht. Werden kontextrelevante spezielle Werte einer Variablen ausgewählt und in eine Formel eingesetzt, spricht man von der Betrachtung eines Spezialfalls. Bei der Grenzfallbetrachtung wird ein Grenzwert einer Formel für eine Variable bestimmt, die einen kritischen Wert annimmt. Durch das Anwenden dieser Betrachtungsweisen wird im Sinne des Sense-Makings eine Formel vor dem Hintergrund der physikalischen Situation betrachtet und bewertet, ob diese physikalisch plausibel ist. Selbstverständlich existieren auch viele weitere Betrachtungsweisen (häufig auch Sense-Making-Strategien oder Evaluationsstrategien), die jedoch in dem vorliegenden Beitrag nicht weiter beleuchtet werden. Beispielsweise die Überprüfung der Größenordnung eines Ergebnisses, Symmetrieüberlegungen oder Visualisierungen (Lenz, 2020; Loverude, 2015; Warren, 2010; Friege, 2001).

Diese Herangehensweisen werden sowohl in Fachliteratur häufig angewendet (z. B. Griffith, 2013) als auch von Expert:innen als essenziell für das Physikstudium erachtet (Lenz & Gire, 2016). Eine Befragung unter 32 Lehrenden der Universität Göttingen ergab, dass die oben genannten Betrachtungsweisen unverzichtbare Werkzeuge für Physiker:innen darstellen und sie den Studierenden ein tieferes Verständnis von physikalischen Situationen ermöglichen.

Im Allgemeinen wird von Studierenden erwartet, diese Herangehensweisen im Verlauf des Studiums zu erlernen. Allerdings werden diese in der Regel nicht explizit in Lehrveranstaltungen integriert und gelehrt. Es liegen jedoch Hinweise vor, dass die Betrachtungsweisen im Rahmen universitärer Veranstaltungen durchaus ein Förderpotenzial aufweisen (Lenz, 2020; Loverude, 2015; Warren, 2010; White et al., 2023; Sikorski et al., 2017).

3. Fachdidaktischer Hintergrund

In diesem Abschnitt werden die fachdidaktischen Grundlagen beleuchtet, die der Konzeption von Übungsaufgaben zugrunde liegen, die auf eine Implementation von physikspezifischen Betrachtungsweisen in die universitäre Lehre abzielen. Zunächst wird die Übung als Innovationsort diskutiert und anschließend ein Worked Example-Ansatz als didaktisches Element der Vermittlung beleuchtet. Im Anschluss werden Forschungsarbeiten angeführt, die bereits Ansätze verfolgten physikspezifische Betrachtungsweisen in Lehrveranstaltungen zu integrieren.

3.1. Innovationspotenzial von Übungen in der universitären Lehre

In universitären Veranstaltungen bietet insbesondere der den Vorlesungen zugeordnete Übungsbetrieb einen wertvollen Rahmen, in dem Studierende ihr neu erworbenes Wissen vertiefen, anwenden und eigenständig weiterentwickeln können. Finkelstein und Pollock (2005) konnten in einer Studie zeigen, dass

der Einsatz von Übungsaufgaben (sog. Tutorials) in den begleitenden Übungseinheiten zu einem signifikanten Lernzuwachs bei den Studierenden in Physikveranstaltungen in der Studieneingangsphase führte. Neben dem konzeptuellen Verständnis wurden auch die Überzeugungen der Studierenden im Hinblick auf das Physiklernen und die Physik als Wissenschaft positiv beeinflusst und realistischer im Sinne der Überzeugungen von Physiker:innen. Im Gegensatz zur häufig rezeptiven Wissensvermittlung in Vorlesungen (Weiß & Friege, 2021), ermöglichen Übungen eine aktive Auseinandersetzung mit den Inhalten und fördern damit die aktive Wissenskonstruktion. Vor diesem Hintergrund erscheinen Übungen als besonders geeignet, um innovative didaktische Konzepte zu integrieren.

3.2. Worked Examples

Worked Examples (zu deutsch: „ausgearbeitete Lösungsbeispiele“) stellen insbesondere beim Erlernen neuer Konzepte ein wirksames didaktische Mittel dar (Renkl, 2014). Hierbei wird nach einem expertenhaften Vorgehen schrittweise ein Lösungsweg und auch die zugehörige Lösung zu einem Problem expliziert (Atkinson et al., 2000). Besonders zu Beginn eines Lernprozesses zeigt sich für Noviz:innen durch Worked Examples ein hohes Potenzial im Vergleich zum eigenständigen Problemlösen, da hierdurch das Arbeitsgedächtnis entlastet werden kann und sich Lernende auf das Verstehen konzentrieren können (Sweller & Cooper, 1985). Zusätzlich legen Van Gog et al. (2004) nahe, dass neben produktorientierten Informationen besonders prozessorientierte Informationen in Worked Examples behandelt werden sollten, um Verstehens- und Lernprozesse zu unterstützen. Der Einsatz von Worked Examples im Lernsetting des Example-Based-Learnings wird nach Wittwer und Renkl (2010) in drei Schritte gegliedert: Zunächst wird eine allgemeine Einführung in die Konzepte vorgestellt, woraufhin eine tiefere Auseinandersetzung der Lernenden mit entsprechenden Worked Examples folgt. Hieran schließt sich eine Lernphase an, in der Lernende selbstständig Probleme lösen sollen. Zahlreiche Studien zeigen, dass ein solcher Ansatz im Vergleich zum reinen Problemlösen effektiver ist (ebd.).

3.3. Förderungsansätze

Bisher liegen nur wenige Untersuchungen vor, die eine Implementation physikspezifischer Betrachtungsweisen zum Formelverständnis im universitären Kontext in den Blick nehmen. Obwohl es Hinweise auf die Wirksamkeit dieses Ansatzes innerhalb des Übungsbetrieb gibt, wurde bislang keine systematische Untersuchung im Sinne einer kontrollierten Interventionsstudie durchgeführt.

White et al. (2023) setzten Aufgaben in einem Kurs zur Elektrizitätslehre und Magnetismus zur Überprüfung von Formeln ein. Im Rahmen der regelmäßigen Übungsaufgaben wurden die Studierenden dazu

aufgefordert die Formeln mit physikspezifischen Betrachtungsweisen einer kritischen Analyse zu unterziehen und zu entscheiden, ob die Formel „Sinn ergibt“. Neben der Betrachtung von Spezialfällen und Dimensionen standen Grenzfälle im Fokus der Überprüfungen: „Show that the formula makes sense in the limit as the charge goes to zero, explaining why the mathematical answer matches your intuition about what the tension should be when there is no charge“ (White et al., 2023, S. 15). Im Rahmen der Implementation dieser Aufgaben konnten Einblicke in die Vorgehensweise der Studierenden bei der Überprüfung physikalischer Formeln gewonnen werden. Die Untersuchung ergab, dass viele der Studierenden in ihrer Betrachtung einen algorithmischen, formalen bzw. manipulativen Ansatz verfolgten, ohne zu reflektieren, ob die Betrachtung vor der physikalischen Situation standhält und die Formel somit plausibel ist. Die Studierenden fokussierten sich zudem bei der eigenständigen Auswahl von Grenzfällen besonders auf bekannte Variablen (bspw. Abstände, Geschwindigkeiten) und weniger auf Konstanten (bspw. μ_0 , g).

In Studien von Hahn et al. (2018) wurde in ähnlicher Weise die Anwendung von Sense-Making-Strategien in universitären Mechanik-Veranstaltungen implementiert. Über eingebettete „Sense-Making-Aufgaben“ in traditionellen Übungsaufgaben, sollte die Anwendung der Betrachtung von Dimensionen, funktionalen Abhängigkeiten (im Sinne von Kovariationen), Grenz- und Spezialfällen sowie graphischen Analysemethoden geübt werden: „Sense-Making: Consider Special Cases. Does your result for the maximum range make sense if the ground is horizontal? If the ground is vertical (like right up against a cliff)?“ (Hahn et al., 2018, S. 161). Nach der Hälfte des Kurses wurden die Aufgaben mittels Fading (Rosenshine & Meister, 1992) mit weniger spezifischen Vorgaben gestellt: „Use at least two sense-making strategies to make sense out of this equation“ (Hahn et al., 2018, S. 161) bis hin zu einer weiteren Reduktion: „Be sure to do some sense-making around your result.“ (ebd., S. 161). Die Autor:innen fanden heraus, dass Studierende besonders häufig Dimensionen und Spezialfälle betrachteten, wenn keine Strategie zur Anwendung vorgegeben wurde (s. Fading-Aufgaben). Die Betrachtung von funktionalen Abhängigkeiten und insbesondere Grenzfällen fand hingegen weniger Anwendung in diesem Szenario.

In einer Studie von Warren (2010) wurden Strategien zur Evaluation von Ergebnissen und Formeln in einem Mechanik-Kurs an einer Universität gelehrt, um die Reflexion eigener Ergebnisse und zusätzlich die Problemlösefähigkeit zu fördern. Klassische Präsenzsowie Hausaufgaben wurden hierfür mit Aufgaben zur Evaluation angereichert. Den Studierenden wurden im Rahmen der Evaluationsaufgaben bspw. eine fehlerhafte Herleitung zu einem Objekt auf einer schiefen Ebene von einem Kommilitonen (Scooter) präsentiert, das in mehreren Teilschritten überprüft

werden sollte: „Do a special-case analysis of Scooter’s solution: Choose a special case of the situation for which you conceptually know what the answer should be (Hint: For which values of θ can you say exactly what a_x should be?)“ (Warren, 2010, Supplemental Material, S. 3). Im Anschluss daran wurde abgefragt, ob das Ergebnis plausibel ist: „Explain why Scooter’s answer does/does not make sense for this special case.“ (ebd., S. 3). In den meisten Fällen wurde vorgegeben, ob Dimensionen oder Spezialfälle betrachtet werden sollen. Teilweise wurden Aufgaben eingesetzt, in denen eigene Herleitungen von Formeln überprüft werden sollten: „Test your solutions [...] by doing a special-case analysis.“ (ebd., S. 13). Nach dem Kurs zeigten die Studierenden ein tieferes Verständnis und eine verbesserte Anwendung von Evaluationsstrategien, woraufhin der Autor schlussfolgert, dass eine Förderung der Strategien durchaus möglich sei. Zusätzlich verbesserten sich die Problemlösefähigkeiten der Studierenden nach Absolvierung des Kurses.

Es wurden bereits vereinzelt physikspezifische Betrachtungsweisen untersucht, jedoch meist auf einer deskriptiven Ebene und nicht in einem kontrollierten Setting. Die vorliegende Arbeit setzt hier an und nimmt gezielt die Implementation der Betrachtungsweisen deren Beforschung im universitären Regelbetrieb in den Fokus. Damit wird ein substanzieller Beitrag zur evidenzbasierten Förderung von Formelverständnis im Physikstudium geleistet.

4. Materialentwicklung: Aufgaben zur Förderung von physikspezifischen Betrachtungsweisen

Vor dem Hintergrund der didaktischen Überlegungen im vorherigen Kapitel wurden Übungsaufgaben konzipiert. Begleitend zu einer Elektromagnetismus-Vorlesung wurden wöchentliche Übungszettel, die für die Prüfungsvorleistung der Studierenden relevant waren, um physikspezifische Betrachtungsweisen (Betrachtung von Dimensionen, Kovariationen, Spezial- und Grenzfällen) angereichert. Im Rahmen von Übungsgruppen wurden die Aufgaben wöchentlich besprochen und von Tutor:innen korrigiert. Zur Untersuchung der Wirksamkeit der Übungsaufgaben, wurden zwei Interventionsgruppen gebildet, die jeweils zwei der vier Betrachtungsweisen über einen Zeitraum von sieben Wochen einübten. Die Übungsaufgaben wurden demnach so gestaltet, dass dieselben Formeln, abhängig von der Interventionsgruppe, mit einer Dimensions- und Kovariationsbetrachtung (s.u. Variante A) oder einer Spezial- und Grenzfallbetrachtung (s.u. Variante B) überprüft werden sollten.

Zu Beginn des Semesters wurden die Betrachtungsweisen gemäß des Example-Based-Learnings (Wittwer & Renkl, 2010) zunächst in den Übungsgruppen anhand von Worked Examples eingeführt und detailliert besprochen. Den Studierenden wurde darüber hinaus ein Leitfaden zur Verfügung gestellt, der als Orientierungshilfe diente. Dieser enthielt grundsätzliche Erläuterungen und ausführliche und schrittweise

Erklärungen zu den verschiedenen Betrachtungsweisen (im Sinne von Worked Examples).

Die Übungsaufgaben wurden in Anlehnung an die vorgestellten Vorarbeiten und deren Erkenntnisse (vgl. Kapitel 3.3) konzipiert. Bei Interesse besteht die Möglichkeit einen Zugang zum Material zu erhalten. Die Studierenden wurden in Übungsaufgaben dazu aufgefordert, die im Vorfeld selbst hergeleiteten Formeln (bspw. zu einem elektrischen Feld eines unendlich dünnen und langen Leiters) auf ihre physikalische Plausibilität hin zu überprüfen. Im Zuge der Überprüfung wurde eine der vier Betrachtungsweisen vorgegeben. Die Arbeitsaufträge waren für jede der vier Betrachtungsweisen gleich strukturiert:

Überprüfen Sie die im vorherigen Aufgabenteil hergeleitete Formel für die entsprechende physikalische Größe, indem Sie die Dimensionen/eine Abhängigkeit/einen Spezialfall/einen Grenzfall für die physikalische Situation betrachten. Ist auf Grundlage Ihrer Betrachtung die Formel physikalisch plausibel?

Für die Analyse von Kovariationen, Spezial- und Grenzfällen wurde jeweils eine Abhängigkeit bzw. ein spezieller (Grenz-)Fall vorgegeben, um die Studierenden in der Wahl eines relevanten Parameters zu entlasten. In vorherigen Untersuchungen stellte sich heraus, dass besonders die Auswahl adäquater und relevanter Spezial- und Grenzfälle eine Herausforderung für Studierende darstellt (White et al., 2023).

In Anlehnung an Hahn et al. (2018) wurde im Verlauf des Semesters ein Fading (Rosenshine & Meister, 1992) der Aufgabenstellung für die Betrachtung von Kovariationen, Spezial- und Grenzfällen durchgeführt (redundant in Bezug auf die Dimensionsbetrachtung). Die Studierenden sollten im Rahmen des Fadings selbst eine Auswahl von relevanten Variablen treffen und daraufhin eine hergeleitete Formel kritisch untersuchen. Im Anschluss wurden die Studierenden wieder dazu aufgefordert eine Begründung zur physikalischen Plausibilität der Formel auf Grundlage der Untersuchung zu treffen:

Überprüfen Sie die im vorherigen Aufgabenteil hergeleitete Formel für die entsprechende physikalische Größe, indem Sie eine relevante Abhängigkeit/einen relevanten Spezialfall/einen relevanten Grenzfall auswählen und betrachten. Ist auf Grundlage Ihrer Betrachtung die Formel physikalisch plausibel?

Auf ein weiteres Fading (vgl. Hahn et al., 2018) der Aufgabenstellung wurde mit Blick auf das Forschungsinteresse der begleitenden Interventionsstudie verzichtet.

Infolge von vorangegangenen Pilotierungen der Aufgabenstellung wurde in allen Phasen des Fadings die Frage „Ist auf Grundlage Ihrer Betrachtung die Formel physikalisch plausibel?“ hinzugefügt. Bei früheren Bearbeitungen wurde festgestellt wurde, dass nur wenige Studierende eine explizite Begründung

angaben und sich diese in der Regel auf einzelne Wörter wie „plausibel“ oder „passt“ beschränkte. Die explizite Aufforderung zur Begründung zielte darauf ab, eine tiefere Auseinandersetzung der Formel mit dem physikalischen Hintergrund anzuregen, um sinnverstehende Denkprozesse anzustoßen.

Ein Beispiel für die Anwendung der Dimensions- und Kovariationsbetrachtung im Kontext kontinuierlicher Ladungsverteilungen ist folgendes:

Variante A

Aufgabe: Coulomb-Wechselwirkung kontinuierlicher Ladungsverteilungen

In dieser Aufgabe vergleichen Sie elektrische Felder unterschiedlicher Ladungsträgerverteilungen.

- Betrachten Sie das elektrische Feld für eine unendlich lange, unendlich dünne homogene Linienladungsverteilung entlang der x-Achse: $\lambda(\vec{r}) = \lambda_0 \delta(y) \delta(z)$.
- Überprüfen Sie die in a) hergeleitete Formel für das elektrische Feld einer Linienladungsverteilung, indem Sie eine Dimensions- oder Einheitenanalyse durchführen. Ist auf Grundlage Ihrer Analyse die Formel physikalisch plausibel?
- Betrachten Sie das elektrische Feld entlang der z-Achse für einen unendlich dünnen kreisförmigen Ring mit Radius R mit homogener Linienladungsdichte in der x-y-Ebene: $\lambda(\vec{r}) = \lambda_0 \delta(r - R) \delta(z)$.
- Überprüfen Sie die in c) hergeleitete Formel, indem Sie das elektrische Feld in Abhängigkeit von dem Beobachtungsort (in z-Richtung) betrachten. Ist auf Grundlage Ihrer Betrachtung die Formel physikalisch plausibel?

(Hinweis: Sie können jederzeit im Leitfadendokument in der Übungsveranstaltung nachlesen, wie Sie bei der Betrachtung von Dimensionen, Kovariationen, Spezial- und Grenzfällen vorgehen können.)

Für das Überprüfen derselben Formeln im selben Kontext mit Hilfe von Grenz- und Spezialfällen wurde eine analoge Formulierung eingesetzt:

Variante B

Aufgabe: Coulomb-Wechselwirkung kontinuierlicher Ladungsverteilungen

In dieser Aufgabe vergleichen Sie elektrische Felder unterschiedlicher Ladungsträgerverteilungen.

- Betrachten Sie das elektrische Feld für eine unendlich lange, unendlich dünne homogene Linienladungsverteilung entlang der x-Achse: $\lambda(\vec{r}) = \lambda_0 \delta(y) \delta(z)$.
- Überprüfen Sie die in a) hergeleitete Formel des elektrischen Feldes, indem Sie den Grenzfall eines weit entfernten Beobachtungsorts betrachten.

Ist auf Grundlage Ihrer Betrachtung die Formel physikalisch plausibel?

- c) Betrachten Sie das elektrische Feld entlang der z-Achse für einen unendlich dünnen kreisförmigen Ring mit Radius R mit homogener Linienladungsdichte in der x-y-Ebene: $\lambda(\vec{r}) = \lambda_0 \delta(r - R) \delta(z)$.
- d) Überprüfen Sie die in c) hergeleitete Formel des elektrischen Feldes, indem Sie den Spezialfall für einen minimalen Radius des Rings betrachten. Betrachten Sie dabei eine konstante Ladungsdichte $\lambda_0 = q/(2\pi R)$. Ist auf Grundlage Ihrer Betrachtung die Formel physikalisch plausibel?

(Hinweis: Sie können jederzeit im Leitfadendokument in der Übungsveranstaltung nachlesen, wie Sie bei der Betrachtung von Dimensionen, Kovariationen, Spezial- und Grenzfällen vorgehen können.)

5. Einblicke in Bearbeitungen von Studierenden

Die Bearbeitungen der Studierenden variierten stark in deren Ausführlichkeit und Qualität. Die Mehrheit der Studierenden bearbeitete die Aufgaben gewissenhaft und kam gut mit der Aufgabenstellung zurecht. In den folgenden Abbildungen (Abb. 1 - 4) sind Einblicke in unterschiedliche Bearbeitungen zur oben vorgestellten Aufgabe abgebildet. Die Bearbeitungen wurden in der dritten Semesterwoche angefertigt, d.h. zu diesem Zeitpunkt waren die Studierenden mit den jeweiligen Betrachtungsweisen bereits vertraut. Im Folgenden wird eine Auswahl von Bearbeitungen präsentiert, die jedoch keinen Anspruch auf Vollständigkeit erhebt und nicht auf quantitativen Analysen basiert.

Die Ausführung der Betrachtung von Dimensionen bzw. Einheiten von Formeln erfolgte weitestgehend korrekt (vgl. Abb. 1). In einigen Fällen kam es zu Schwierigkeiten beim Einsetzen von den korrekten Einheiten in die Formel oder zu Vermischungen in der Notation von Formelzeichen/Variablen und zugehörigen Einheiten (Einheitenklammern).

$$b) \quad E = \frac{\lambda_0}{2\pi\epsilon_0} \Rightarrow \frac{\frac{C}{m}}{m \cdot \frac{C}{Vm}} = \frac{\frac{C}{m}}{\frac{C}{Vm}} = \frac{1}{m} \cdot \frac{Vm}{1} = \frac{V}{m} \Rightarrow \text{passt}$$

Abb. 1: Studierendenbearbeitung einer Dimensionsbetrachtung.

Bei der Anwendung von Spezial- und Grenzfällen (Abb. 2 und 3) zeigte sich besonders auf den ersten Übungszetteln häufig eine diffuse Notation, die mit einer Verwechslung von Spezial- und Grenzfällen einherging. Es wurde insbesondere nicht die mathematisch korrekte Schreibweise beachtet, was zur Folge hatte, dass ein Spezialfall (z. B. $R = 0$) teilweise in Grenzfallnotation ($\lim_{R \rightarrow 0}$) betrachtet wurde. Für Folgestudien wäre es demnach empfehlenswert, auf den Unterschied zwischen den zwei

Betrachtungsweisen bspw. im Leitfaden und auch in den Übungsgruppen explizit hinzuweisen.

Die Betrachtung des Spezialfalls in Abb. 2 kann als gelungen betrachtet werden. Die Begründung ist bereits ausführlich, jedoch besteht noch Potenzial für eine vertiefte Auseinandersetzung. Die in Abb. 3 dargestellte Grenzfallbetrachtung zeigt hingegen eine sehr knappe (jedoch durchaus korrekte) Bearbeitung. Im Allgemeinen aber lieferten die Studierenden bei der Betrachtung von Kovariationen, Spezial- und Grenzfällen teilweise keine oder nicht qualitativ hochwertige Begründungen. Häufig wurden lediglich die Phrasen „passt so“, „plausibel“ oder „√“ als Begründung angegeben, obwohl explizit nach der Einordnung gefragt wurde („Ist auf Grundlage Ihrer Betrachtung die Formel physikalisch plausibel?“). Elaboriertere Begründungsmuster, die explizit vorherige Kenntnisse bzw. Informationen der zugrundeliegenden physikalischen Situation oder auch der eigenen Intuition berücksichtigten, wurden seltener beobachtet. Die Bearbeitung in Abb. 4 zeigt hingegen eine ausführliche Einordnung der Untersuchung der Abhängigkeit des elektrischen Feldes von der z-Koordinate.

$$d) \quad R=0 \quad \lambda_0 = \frac{q}{2\pi R}$$

$$\Rightarrow E = \frac{qR}{2\epsilon_0(R^2+R^2)^{3/2}} e_z = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} e_z$$

Das ist plausibel, denn das elektrische Feld ist für eine Punktladung $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$ und in diesem Fall ist $r=a$.

Abb. 2: Studierendenbearbeitung einer Spezialfallbetrachtung $R = 0$.

$$b) \quad \lim_{a \rightarrow \infty} E = 0 \quad \Rightarrow \text{Physikalisch plausibel}$$

Abb. 3: Studierendenbearbeitung einer Grenzfallbetrachtung für einen unendlich entfernten Beobachtungsort.

d) Das el. Feld entlang der z-Achse hängt nur von der z-Koordinate ab und geht radial von z aus. Dies ist physikalisch plausibel, da das el. Feld eines kreisförmigen Rings entlang seiner Symmetrieachse radial ausgerichtet ist und mit zunehmender Entfernung vom Ring abnimmt.

Abb. 4: Studierendenbearbeitung einer Kovariationsbetrachtung des elektrischen Feldes in Abhängigkeit des Beobachtungsorts z.

In Kontrast zur Bearbeitung in Abb. 4 fiel auf, dass manche Studierenden einen Grenzfall nicht in mathematischer Grenzfallnotation betrachteten, sondern eine (korrekte) qualitative Beschreibung des Verhaltens vornahmen. Die qualitativen Beschreibungen zeigten vermehrt eine starke Ähnlichkeit zu einer Kovariationsbetrachtung, da auf die gemeinsame Veränderung zweier Variablen eingegangen wurde. Darüber hinaus wurde bei diesen beiden Betrachtungsweisen eine starke Ähnlichkeit in den

Begründungsmustern festgestellt, die sich insbesondere in der Beschreibung von je-desto-Beziehungen äußerte. Auffällig ist zudem, dass bei der Betrachtung von Kovariationen teilweise auch Grenzfälle betrachtet wurden.

6. Fazit und Ausblick

Die präsentierten Aufgaben zielen darauf ab physikspezifische Betrachtungsweisen explizit in Lehrveranstaltungen zu implementieren, um die Verknüpfung von mathematischen Darstellungen mit physikalischen Konzepten und damit einhergehend das Verständnis für physikalische Formeln zu fördern. Im Fokus stehen dabei die Betrachtung von Dimensionen, Kovariationen, Spezial- und Grenzfällen.

Die studentischen Bearbeitungen bieten vielfältige Einblicke in den Umgang mit physikspezifischen Betrachtungsweisen. Auf dieser Grundlage können die Aufgaben kontinuierlich verbessert und erweitert werden. Um beispielweise detailliertere Begründungen einzufordern, bietet es sich an zwei getrennte Arbeitsaufträge zu formulieren, bei denen – analog zum zweistufigen Testformat (Treagust, 2006) – in zwei Teilschritten die Anwendung und anschließende Begründung abgefragt werden. Durch die damit einhergehende explizite Bewertung nicht nur von der reinen Anwendung, sondern auch der Begründung, können die Studierenden dazu ermutigt werden sich noch intensiver mit der Verknüpfung von mathematischem Ausdruck und physikalischem Kontext auseinanderzusetzen. Angereichert um einen weiteren Fading-Schritt (vgl. Hahn et al., 2018: „Use at least two sense-making strategies to make sense out of this equation“) könnte zudem der Auswahlprozess geeigneter Betrachtungsweisen in den Blick genommen werden: Welche Betrachtungsweisen bevorzugen Studierende und welche bieten sich in spezifischen Kontexten bzw. bei spezifischen Formeln besonders an?

Die vorgestellten Aufgaben wurden bereits in einer Interventionsstudie eingesetzt, um die Wirksamkeit des Förderungsansatzes zu untersuchen. Für eine differenzierte Evaluierung wurden Leistungstests und Fragebögen (Zielvariablen: Relevanz und wahrgenommene Kompetenz im Hinblick auf die vier Betrachtungsweisen) eingesetzt. Die Datenerhebung erfolgte im Sommersemester 2024 in einer Zweitsemesterveranstaltung zum Themengebiet Elektromagnetismus (für einen Einblick in die Intervention s. Hofmann et al., 2024). Ein zentrales Anliegen der Studie bestand darin zu untersuchen, ob die Leistung und auch die wahrgenommene Kompetenz der Studierenden durch die Implementation der Aufgaben in den Übungsbetrieb gesteigert werden konnten. Erste Analysen deuten darauf hin, dass die Intervention positive Effekte aufweist. Diese Ergebnisse unterstreichen das Potenzial physikspezifischer Betrachtungsweisen als didaktisches Werkzeug in der universitären Lehre und legen nahe, dass deren systematische

Integration in Übungsformaten einen vielversprechenden Beitrag zur Förderung leisten kann.

7. Literatur

- Atkinson, R. K., Derry, S. J., Renkl, A., & Wortham, D. (2000). Learning from Examples: Instructional Principles from the Worked Examples Research, *Review of educational research*, 70(2), 181-214.
- Friege, G. (2001). Wissen und Problemlösen. Eine empirische Untersuchung des wissenszentrierten Problemlösens im Gebiet der Elektrizitätslehre auf der Grundlage des Experten-Novizen-Vergleichs. Logos Verlag Berlin.
- Griffiths, D. J. (2013). *Introduction to electrodynamics* (4. Auflage). Pearson.
- Hahn, K. T., Emigh, P. J., Lenz, M., & Gire, E. (2018). Student sense-making on homework in a sophomore mechanics course. *2017 Physics Education Research Conference Proceedings*, 160–163.
- Hofmann, J., Neuhaus, J., Müller, A., & Klein, P. (2024). Förderung des Formelverständnisses durch physikspezifische Strategien. GDCP-Jahrestagung 2024.
- Lahme, S. Z., Cirkel, J. O., Hahn, L., Hofmann, J., Neuhaus, J., Schneider, S., & Klein, P. (2024). Enrollment to exams: Perceived stress dynamics among first-year physics students. *Physical Review Physics Education Research*, 20(2).
- Lenz, M. (2020). Sensemaking Throughout the Physics Curriculum: Understanding Expert and Student Ideas About Sensemaking in a Physics Context [Dissertation, Oregon State University].
- Lenz, M., & Gire, E. (2016). Faculty views of and expectations for dimensional analysis. *2016 Physics Education Research Conference Proceedings*, 196-199.
- Loverude, M. E. (2015). Quantitative reasoning skills in math methods. *2015 Physics Education Research Conference Proceedings*, 203–206.
- Odden, T. O. B., & Russ, R. S. (2019). Defining sensemaking: Bringing clarity to a fragmented theoretical construct. *Science Education*, 103(1), 187–205.
- Redish, E. (2021). Using Math in Physics: Overview. *The Physics Teacher*, 59(5), 314–318.
- Redish, E. F., & Kuo, E. (2015). Language of Physics, Language of Math: Disciplinary Culture and Dynamic Epistemology. *Science & Education*, 24, 561–590.
- Renkl, A. (2014). Toward an Instructionally Oriented Theory of Example-Based Learning. *Cognitive Science*, 38(1), 1–37.
- Rosenshine, B., & Meister, C. (1992). The Use of Scaffolds for Teaching Higher-Level Cognitive Strategies. *Educational Leadership*, 49(7), 26–33.
- Sikorski, T.-R., White, G., Landay, J. (2017). Uptake of solution checks by undergraduate physics

- students. 2017 Physics Education Research Conference Proceedings, 368-371.
- Sweller, J., & Cooper, G. A. (1985). The Use of Worked Examples as a Substitute for Problem Solving in Learning Algebra. *Cognition and Instruction*, 2(1), 59–89.
- Treagust, D. F. (2006). Diagnostic assessment in science as a means to improving teaching, learning and retention. *Proceedings of The Australian Conference on Science and Mathematics Education*.
- Uhden, O. (2016). Verständnisprobleme von Schülerinnen und Schülern beim Verbinden von Physik und Mathematik. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 22(1), 13–24.
- Van Gog, T., Paas, F., & Van Merriënboer, J. J. G. (2004). Process-Oriented Worked Examples: Improving Transfer Performance Through Enhanced Understanding. *Instructional Science*, 32(1), 83–98.
- Warren, A. R. (2010). Impact of teaching students to use evaluation strategies. *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 6(2).
- Weiß, L.-F., & Friege, G. (2021). The flipped classroom: Media hype or empirically based effectiveness? *Problems of Education in the 21st Century*, 79(2), 312–332.
- White, G., Sikorski, T.-R., Landay, J., & Ahmed, M. (2023). Limiting case analysis in an electricity and magnetism course. *Physical Review Physics Education Research*, 19(1).
- Wilcox, B. R., Caballero, M. D., Pepper, R. E., & Pollock, S. J. (2013). Upper-division student understanding of Coulomb’s law: Difficulties with continuous charge distributions. *AIP Conference Proceedings*, 1513(1), 418–421.
- Wittwer, J., & Renkl, A. (2010). How Effective are Instructional Explanations in Example-Based Learning? A Meta-Analytic Review. *Educational Psychology Review*, 22, 393–409.