

Multiple Repräsentationen und Zeichenaktivitäten als Zugänge zu Vektorfeldkonzepten

Larissa Hahn*, Pascal Klein*

*Georg-August-Universität Göttingen, Physik und ihre Didaktik, Friedrich-Hund-Platz 1, 37077 Göttingen
larissa.hahn@uni-goettingen.de

Kurzfassung

Um Vektorfeldkonzepte wie die Divergenz in physikalischen Kontexten anzuwenden, ist ein konzeptionelles Verständnis notwendig. Bisherige empirische Forschungsergebnisse zeigten hierbei zahlreiche Schwierigkeiten von Studierenden im Umgang mit dem Divergenzkonzept auf, die sich beispielsweise auf die visuelle Interpretation der Kovariation von Komponenten und Koordinaten zurückführen lassen. Im Einklang mit lerntheoretischen Erkenntnissen erscheint daher der Einsatz multipler Repräsentationen bei der Vermittlung dieser Konzepte plausibel. Aus diesem Grund wurden Lehr-/Lernmaterialien (LLM) entwickelt, die einen visuellen Zugang zum Divergenzkonzept anhand multipler Repräsentationen und Zeichenaktivitäten ermöglichen. Der Einfluss der Zeichenaktivitäten als Zwischensubjektfaktor wurde in zwei Wirksamkeitsstudien mit Physikstudierenden der Studieneingangsphase untersucht. Vergleiche zwischen einer Interventionsgruppe, die mit Zeichenaktivitäten instruiert wurde, und einer Kontrollgruppe, die ohne Zeichenaktivitäten instruiert wurde, ergaben signifikante Unterschiede bzgl. der Performanz (Antwortkorrektheit und -sicherheit) von Physikstudierenden in einem Transfertest nach der Bearbeitung des LLM ($N = 84$). Darüber hinaus zeigten sich signifikante Performanzunterschiede zwischen LLM-nahen und LLM-fernen Aufgaben innerhalb des Transfertests, woraus sich der Bedarf für weiterführende, zielgerichtete Instruktionen vor allem zum Konzept der Kovariation ableiten lässt.

1. Einleitung

In der Hochschulphysik, z. B. der Strömungsmechanik, spielen Vektoren und Vektorfelder eine zentrale Rolle. Diese werden entweder algebraisch als Formel oder graphisch als Vektorfelddiagramm repräsentiert (siehe Abb.1, links). Bei der Darstellung einer Größe als Vektorfeld ist die Divergenz des Feldes, ein Maß für seine Quellen und Senken, für physikalische Anwendungen von besonderer Bedeutung (Griffith, 2013). Dies gilt vor allem für die Elektrodynamik, eines der größten Teilgebiete der Physik. Hier ergab eine Studie von Burkholder et al. (2021), dass eine umfassende Vorbereitung der Vektorrechnung in hohem Maße mit den Leistungen der Studierenden in der Studieneingangsphase korreliert ist. Weitere Untersuchungen legten jedoch auch offen, dass es den Studierenden häufig an einem konzeptionellen Verständnis der Darstellung von Vektorfeldern und insbesondere der Divergenz fehlt; dies ist allerdings für das Verständnis der physikalischen Inhalte von besonderer Bedeutung (Bollen et al., 2015; Pepper et al., 2012; Singh & Maries, 2013). Studien zeigten beispielsweise, dass Studierende die Divergenz eines Vektorfeldes wörtlich interpretierten, anstatt sich auf die physikalisch-mathematischen Konzepte zu beziehen, und dass sie Schwierigkeiten hatten, die Divergenz eines Vektorfelddiagramms zu bestimmen (Ambrose, 2015; Baily et al., 2016; Bollen et al., 2015, 2016, 2018; Klein et al., 2018, 2019, 2021; Pepper et al., 2012; Singh & Maries, 2013). Besonders überraschend ist, dass Studierende häufig Probleme mit dem Konzept der Divergenz als solches hatten, obwohl sie

wussten, wie man diese mathematisch berechnet (Singh & Maries, 2013). Mehrere Studien vertieften diese Forschungsrichtung und identifizierten verschiedene Lernschwierigkeiten, die eng mit der kartesischen Darstellung der Divergenz verknüpft sind. Hierbei zeigte sich, dass insbesondere das Konzept der Kovariation zwischen Feldkomponenten und Koordinaten, welches grundlegend für das Verständnis partieller Vektorableitungen ist, Studierenden Probleme bereitete (siehe Abb.1, rechts). Sie verwechselten Komponenten mit Koordinaten, machten Fehler bei der Vektorkomponentenzerlegung oder assoziierten die Änderung eines Vektorpfeils mit seiner Länge (Barniol & Zavala, 2014; Bollen et al., 2017; Gire & Price, 2012; Pepper et al., 2012). Die Analyse der Blickdaten von Studierenden bei der Betrachtung von Vektorfelddiagrammen bestätigte die oben genannten Schwierigkeiten (Klein et al., 2018, 2019, 2021). Darüber hinaus konnte gezeigt werden, dass konzeptionelle Lücken bzgl. vektoranalytischer Inhalte zu einem unsachgemäßen Verständnis und Fehlern bei der Nutzung essentieller Prinzipien in physikalischen Anwendungsbereichen führten, z. B. in der Elektrostatik oder im Elektromagnetismus (Ambrose, 2004; Bollen et al., 2015, 2016; Jung & Lee, 2012; Li & Singh, 2017). Da in der gängigen Praxis häufig formal-abstrakte, mathematische Erklärungsansätze genutzt werden (Smith, 2014), wird an dieser Stelle die Notwendigkeit innovativer Zugänge sowie entsprechender Lehr-/Lernmaterialien (LLM) deutlich.

Vor dem Hintergrund bisheriger Ergebnisse zu studentischen Lernschwierigkeiten im Kontext der

Vektoranalysis entwickelten Klein et al. (2018, 2019, 2021) multi-repräsentationale Lehr-/Lernmaterialien, die eine visuelle Evaluation der Divergenz anhand der Kovariation von Feldkomponenten und Koordinaten in einem Vektorfelddiagramm instruieren. Diese wurden später um eine dedizierte Vorübung zu partiellen Ableitungen sowie Zeichenaktivitäten zur kognitiven Entlastung beim Lernen erweitert (Hahn & Klein, 2023a). Anhand eines mixed-methods-Designs wurde der Einfluss der Zeichenaktivitäten im Rahmen zweier Wirksamkeitsstudien mit Physikstudierenden der Studieneingangsphase untersucht. Hierbei zeigte sich unter anderem, dass die Studierenden, die mit Zeichenaktivitäten instruiert wurden, im Vergleich zur Kontrollgruppe ohne Zeichenaktivitäten signifikant besser in einem Transfertest zu partiellen Ableitungen abschnitten. Daran anschließend unterzieht dieser Beitrag die Transferleistung der Studierenden infolge der Intervention einer ausführlichen Analyse und untersucht den Einfluss der Lehr-/Lernmaterialien bzw. der Zeichenaktivitäten auf das Verständnis der Kovariation. Letztere beschreibt dabei die Änderung einer Größe abhängig von einer anderen (siehe Kap. 2 für eine Erläuterung im Kontext von Vektorfeldern).

2. Fachdidaktischer Hintergrund: Multi-repräsentationales Lernen im Kontext der Vektoranalysis

Auf Grundlage bisheriger Forschungsergebnisse zum qualitativen Verständnis der Divergenz von Vektorfeldern betonen Wissenschaftler:innen den Einsatz (multipler) visueller Repräsentationen zur Förderung des Konzeptwissens zur Divergenz (Bollen et al., 2017; Klein et al., 2018; Singh & Maries, 2013). Da verschiedene Repräsentationen unterschiedliche Merkmale eines Konzepts oder eines Lerngegenstands fokussieren und sich somit gegenseitig ergänzen und einschränken, ermöglichen multiple, visuelle Repräsentationen ein tiefes Verständnis grundlegender (natur-)wissenschaftlicher Konzepte (Ainsworth, 1999; Rau 2017; Seufert, 2003). Darüber hinaus ergaben empirische Studien, dass ein flexibler und bewusster Einsatz verschiedener Repräsentationen positive Auswirkungen auf den Wissenserwerb, die Entwicklung von Konzeptverständnis und die Problemlösungsfähigkeiten besitzt (Chiu & Linn, 2014; Nieminen et al., 2012; Rau, 2017).

Die visuelle Interpretation der Divergenz von Vektorfeldern basiert auf drei sequenziell ablaufenden, mentalen Prozessen: (1) der Zerlegung einzelner Vektoren eines Vektorfelddiagramms in ihre Komponenten, (2) der Aufrechterhaltung dieser Zerlegung, und (3) der Beurteilung ihrer (Längen-)Änderung in Richtung der Basisvektoren des Koordinatensystems (Hahn & Klein, 2021). Die Veränderung einer Größe (hier: Länge der Komponenten F_x / F_y) in Abhängigkeit einer anderen (hier: kartesische x -/ y -Koordinate), die Kovariation (Abb.1, rechts), kennzeichnet dabei ein typisches Prinzip in der Physik, für dessen

Beurteilung mentale Gedächtnisoperationen (Zerlegung, Aufrechterhaltung, Abgleich) essentiell sind. Diese Operationen stellen jedoch besondere Anforderungen an das visuell-räumliche Arbeitsgedächtnis und sorgen so für eine erhöhte kognitive Belastung (Baddeley 1986; Logie 1995). Bisherige Forschung in diesem Bereich zeigte, dass die Externalisierung visuell-räumlicher Informationen das Arbeitsgedächtnis entlasten kann (Bilda & Gero, 2005; Hahn & Klein, 2022a). Die Skizzierung visueller Hilfen unterstützt eine solche Externalisierung, weshalb aktuelle Forschungsergebnisse eine Ergänzung multi-repräsentationaler und vor allem visueller Instruktionen durch Zeichenaktivitäten, wie das Einzeichnen visueller Hinweise, befürworten (Ainsworth & Scheiter 2021; Kohnle et al., 2020). Derartige Aufgaben erfüllen die visuell-räumlichen Anforderungen des naturwissenschaftlichen Lernens und ermöglichen infolge der kognitiven Entlastung eine effektive Ausführung anderer Aufgaben (Ainsworth et al., 2011; Bilda & Gero, 2005; Hahn & Klein, 2022a).

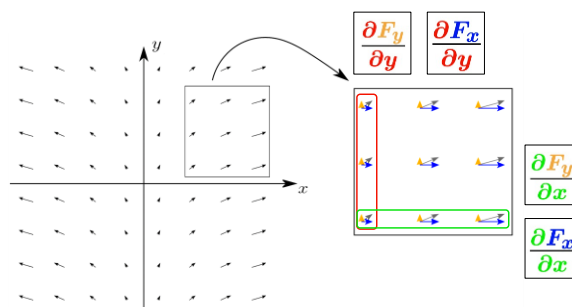


Abb.1: Vektorfelddiagramm des ebenen Vektorfeldes $\vec{F}(x, y) = x\hat{e}_x + \hat{e}_y$ (linke Seite). Das Rechteck hebt eine Region hervor, in der die partiellen Ableitungen der y -Komponente F_y (orange) und der x -Komponente F_x (blau) entlang der kartesischen Koordinaten in x -Richtung (grün) und y -Richtung (rot) ausgewertet werden (rechte Seite). Die F_y -Komponente (orange; $F_y = 1$) ändert sich weder in y -Richtung (rot) noch in x -Richtung (grün), daher sind die partiellen Ableitungen $\frac{\partial}{\partial y}F_y$ und $\frac{\partial}{\partial x}F_y$ gleich Null. Die F_x -Komponente (blau; $F_x = x$) nimmt in positive x -Richtung zu (grün) und ist in y -Richtung konstant (rot), daher gilt $\frac{\partial}{\partial x}F_x > 0$ und $\frac{\partial}{\partial y}F_x = 0$.

Frühere Studien bestätigten diese theoretischen Überlegungen, indem sie positive Lernergebnisse von Zeichenaktivitäten in (multi-)repräsentationalen Lernumgebungen nachweisen konnten, z. B. im Kontext der Vektoranalysis (Hahn & Klein, 2022a), der Immunbiologie (Hellenbrand et al., 2019), der Quantenmechanik (Kohnle et al., 2020) und der Chemie (Leopold & Leutner, 2012; Wu & Rau, 2018). So steigerte das Zeichnen die Aufmerksamkeit und das Engagement mit der Repräsentation, ermöglichte Studierenden, Details und relevanten Teilen einer Darstellung mehr Aufmerksamkeit zu schenken, und unterstützte so das (visuelle) Verständnis von Konzepten.

In Anlehnung an die Forschungslinie zum multi-repräsentationalen Lernen entwickelten Klein et al., (2018) textbasierte Instruktionen zur visuellen Interpretation der Divergenz. Diese beziehen sich auf zwei verschiedene mathematische Ansätze: Fluss durch Fläche (integraler Ansatz) und Kovariation von Komponenten und Koordinaten (differentieller Ansatz) in Vektorfelddiagrammen. Eine klinische Eye-Tracking-Studie zeigte einen quantitativen Anstieg des konzeptionellen Verständnisses nach Bearbeitung der Instruktion (Klein et al., 2018). In nachgelagerten Interviews berichteten einige Proband:innen jedoch von Schwierigkeiten mit repräsentationsspezifischen mentalen Operationen, z. B. der Vektorkomponentenzerlegung und der Evaluation der partiellen Ableitungen. Sie gaben außerdem an, dass visuelle Hilfsmittel, z. B. Skizzen der Komponentenzerlegung, hilfreich sein könnten, um ihr Verständnis zu verbessern. In einer experimentellen Folgestudie verglichen Klein et al. (2019) daher zwei Instruktionen der differentiellen Strategie mit und ohne visuellen Hilfestellungen zur Komponentenzerlegung im Vektorfelddiagramm und stellten fest, dass das Hinzufügen visueller Hilfen tatsächlich zu besseren Lernergebnissen führte. Darüber hinaus zeigte sich eine positive Korrelation mit der Antwortsicherheit der Lernenden, indem Studierende der Interventionsgruppe, die mit visuellen Hinweisen instruiert wurde, ihren Antworten mehr Vertrauen schenkten (Klein et al., 2017, 2019; Lindsey & Nagel, 2015). Die Transferleistung der Studierenden und die von ihnen wahrgenommene Schwierigkeit der Aufgabe während des Problemlösens verbesserten sich jedoch nicht signifikant im Vergleich zur vorherigen Studie, was darauf hindeutet, dass die visuellen Hilfen die Schwierigkeiten der Studierenden in Bezug auf die Komponentenzerlegung und partielle Ableitungen nicht vollständig überwinden konnten. Eine dritte Studie, die eine ähnliche Instruktion untersuchte, ergab, dass vor allem Studierende mit hohen oder mittleren räumlichen Fähigkeiten von der Instruktionsunterstützung profitierten, während Studierende mit geringen räumlichen Fähigkeiten eine hohe kognitive Belastung wahrnahmen (Klein et al., 2021).

Alle drei vorgestellten Wirksamkeitsstudien wurden durch Blickdatenanalysen unterstützt, die ein charakteristisches Blickverhalten von leistungsstarken Studierenden offenlegten. Dieses Blickverhalten spiegelt exekutive Handlungen der Wahrnehmung wider und kann mit der zeilen- und spaltenweisen Evaluation der Feldkomponenten entlang der kartesischen Koordinatenrichtungen, einer prozeduralen Abbildung der Kovariation, assoziiert werden.

3. Forschungsinteresse

Auf Basis der vorgestellten theoretischen Überlegungen und empirischen Ergebnisse der Vorarbeiten wurden die multi-repräsentationalen Lehr-/Lernmaterialien zur Divergenz (Klein et al., 2018, 2019, 2021) weiterentwickelt und deren Wirksamkeit im Rahmen zweier Studien untersucht (Hahn & Klein, 2023a).

Die erste Studie fokussierte dabei die Auswertung verschiedener Leistungsvariablen als Indikator für die Wirkung der Instruktion, während die zweite Studie die kognitive Verarbeitung des LLM mit Eye-Tracking untersuchte. Im Folgenden werden ausgewählte Ergebnisse der Studien kurz zusammengefasst, um daran anschließend das Forschungsziel sowie die Forschungsfragen und Hypothesen dieses Beitrags herzuleiten.

3.1. Studie von Hahn & Klein (2023a)

Die Weiterentwicklung der multi-repräsentationalen Lehr-/Lernmaterialien zur Divergenz (Klein et al., 2018, 2019, 2021) umfasste zum einen die Ergänzung dedizierter Vorübungen zur Komponentenzerlegung und partiellen Ableitungen (Hahn & Klein, 2023a; Abb.2). Darüber hinaus wurden Zeichenaktivitäten integriert, z. B. die Skizzierung von Vektorkomponenten oder die Markierung von Zeilen und Spalten zur Unterstützung der Auswertung entlang der Koordinatenrichtungen (Hahn & Klein, 2021). Mit Blick auf die dargelegten theoretischen Überlegungen verfolgte die Weiterentwicklung der Lehr-/Lernmaterialien das Ziel, kognitiv zu entlasten, die Auseinandersetzung mit der instruierten Strategie zu fördern und die Entwicklung eines konzeptionellen Verständnisses von Divergenz zu unterstützen, das auf weitere Konzepte übertragen werden kann.

2. Zeichnen Sie nun für jeden Vektor der nachfolgenden oberen Vektorzeile die Zerlegung in die Komponenten F_x und F_y ein. Skizzieren Sie anschließend die jeweilige y -Komponente der Vektoren in der zweiten Zeile (F_y) und die jeweilige x -Komponente in der dritten Zeile (F_x). Nutzen Sie die Gitterpunkte als Startmarkierungen für die Vektorpfeile.

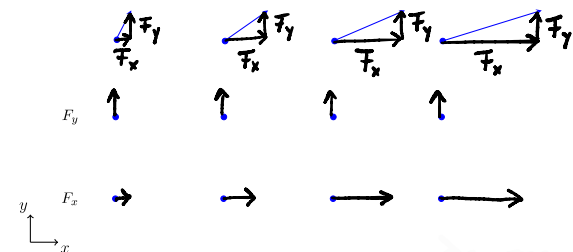


Abb.2: Ausschnitt der Vorübung zur Komponentenzerlegung und partiellen Ableitungen mit Zeichenaktivitäten (IG). Die Kontrollgruppe (KG) bearbeitete die gleichen Aufgaben ohne Zeichenaktivitäten.

Im Vergleich einer Interventionsgruppe, die mit Zeichenaktivitäten instruiert wurde, und einer Kontrollgruppe ohne Zeichenaktivitäten wurde der Einfluss der zeichnerischen Aktivitäten im Rahmen dieser Intervention anhand verschiedener Performanzindikatoren (Antwortkorrektheit, Antwortsicherheit) sowie des Blickverhaltens von Studierenden bei der Bearbeitung der LLM und dem anschließenden Problemlösen untersucht (Hahn & Klein, 2023a). Analysen ergaben, dass Studierende, die mit zeichnerischen Aktivitäten instruiert wurden, beim anschließenden Problemlösen effektive, experten-ähnliche Verhaltensweisen zeigten ($N = 53$). Darüber hinaus ergaben sich signifikante Gruppenunterschiede zugunsten der Interventionsgruppe bzgl. der wahrgenommenen kognitiven Belastung beim Lernen und Problemlösen

sowie der Antwortkorrektheit und -sicherheit von Physikstudierenden bei der Bearbeitung verschiedener Aufgaben zur Bestimmung der Divergenz von Vektorfelddiagrammen nach der Instruktion ($N = 84$). Dieser Gruppenunterschied zeigte sich auch über die unmittelbare Anwendung des Gelernten hinaus. In einem Transfertest erreichte die Interventionsgruppe signifikant höhere Antwortscores (IG 0.81 ± 0.20 vs. KG 0.67 ± 0.31 ; Welch $t(66.87) = 2.31$, $p = 0.02$, $d = 0.51$) und antwortete mit signifikant höherer Sicherheit (IG 0.68 ± 0.32 vs. KG 0.46 ± 0.36 ; $t(82) = 2.94$, $p = 0.004$, $d = 0.64$) als Studierende der Kontrollgruppe. Beide Gruppenunterschiede äußerten sich dabei mit mittlerer Effektstärke nach Cohen (1988).

3.2. Forschungsfragen und Hypothesen

Der angesprochene Transfertest zielte darauf ab, die partiellen Ableitungen verschiedener Vektorfelddiagramme als < 0 , > 0 , oder $= 0$ zu bestimmen (Abb.3). Dies umfasste sowohl die Bestimmung der für die Divergenz relevanten partiellen Ableitungen $\frac{\partial}{\partial x} F_x$ und $\frac{\partial}{\partial y} F_y$ (LLM-nah) als auch der LLM-fernen partiellen Ableitungen $\frac{\partial}{\partial x} F_y$ und $\frac{\partial}{\partial y} F_x$. Der Transfer bestand dabei zum einen darin, statt die partiellen Ableitungen als $= 0$ oder $\neq 0$ zu bestimmen, wie für die visuelle Evaluation der Divergenz erforderlich, ihr konkretes Vorzeichen (< 0 , > 0 , oder $= 0$) zu ermitteln. Die repräsentationsspezifische Schwierigkeit liegt hierbei in der Koordination der Richtung der einzelnen Vektoren in Bezug zur Achsenrichtung. Zum anderen beinhaltete die Transferaufgabe eine Übertragung der Strategie zur visuellen Evaluation der partiellen Ableitungen $\frac{\partial}{\partial x} F_x$ und $\frac{\partial}{\partial y} F_y$ auf die für die Divergenz irrelevanten partiellen Ableitungen $\frac{\partial}{\partial x} F_y$ und $\frac{\partial}{\partial y} F_x$. Letzteres erfordert dabei ein fundiertes Konzeptwissen der Kovariation, welches beispielsweise die Übertragung des Gelernten auf die Rotation von Vektorfeldern ermöglicht oder das Verständnis Vektorfeld-unabhängiger kovariater Zusammenhänge, z. B. die Definition der Zähigkeit reibungsbehafteter Fluide in der Mechanik, unterstützt.

Aus den eingangs erwähnten Schwierigkeiten von Studierenden zur Kovariation und ihrer dargelegten Relevanz für die Vektoranalysis sowie darüber hinaus ergibt sich die Frage nach dem Einfluss der entwickelten LLM auf das studentische Konzeptwissen zur Kovariation. Ziel dieses Beitrags ist daher eine Analyse der Performanz (Antwortkorrektheit und Antwortsicherheit) der Studierenden bei der Bestimmung LLM-naher und LLM-ferner partieller Ableitungen im Transfertest. Mit Blick auf die Ergebnisse der Vergleiche zwischen Interventions- und Kontrollgruppe im gesamten Transfertest werden dabei folgende Forschungsfragen und Hypothesen formuliert:

FF1: Welchen Einfluss haben die multi-repräsentationale Lehr-/Lernmaterialien zur Divergenz von

Vektorfeldern auf die Transferleistung (Antwortkorrektheit und -sicherheit) bei LLM-nahen und LLM-fernen partiellen Ableitungen?

FF2: Welche Unterschiede zeigen sich zwischen Studierenden, die mit und ohne Zeichenaktivitäten instruiert wurden, hinsichtlich ihrer Leistung (Antwortkorrektheit und -sicherheit) in Transferaufgaben, die LLM-nahe und LLM-ferne partielle Ableitungen thematisieren?

H1: Studierende, die mit Zeichenaktivitäten instruiert wurden, erreichen eine höhere Antwortkorrektheit in LLM-nahen und LLM-fernen Transferaufgaben im Vergleich zu Studierenden, die ohne Zeichenaktivitäten instruiert wurden.

H2: Studierende, die mit Zeichenaktivitäten instruiert wurden, geben eine höhere Antwortsicherheit in LLM-nahen und LLM-fernen Transferaufgaben an im Vergleich zu Studierenden, die ohne Zeichenaktivitäten instruiert wurden.

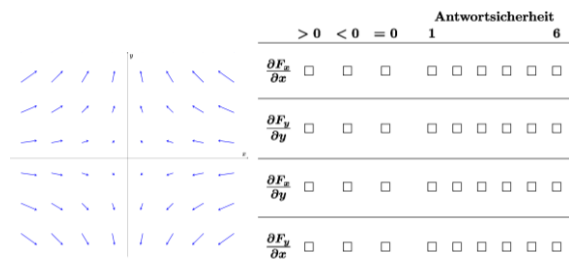


Abb.3: Ausschnitt aus dem Transfertest. Die Aufgabe besteht darin, zu dem gegebenen Vektorfelddiagramm (links) das Vorzeichen (< 0 , > 0 , oder $= 0$) der partiellen Vektorableitungen $\frac{\partial}{\partial x} F_x$, $\frac{\partial}{\partial y} F_y$, $\frac{\partial}{\partial y} F_x$ und $\frac{\partial}{\partial x} F_y$ zu bestimmen. Für die ersten beiden partiellen Ableitungen liegt der Transfer dabei in der Vorzeichenbestimmung, für die letzten beiden partiellen Ableitungen muss zusätzlich die instruierte Evaluationsstrategie partieller Ableitungen der Divergenz auf LLM-ferne partielle Ableitungen übertragen werden. Außerdem geben die Studierenden ihre Antwortsicherheit auf einer sechsstufigen Likert-Skala (1 = „absolut sicher“ bis 6 = „absolut unsicher“) an. Der Transfertest umfasst drei Vektorfelddiagramme und somit insgesamt 12 Items (sechs LLM-nahe Items Cronbach’s $\alpha = 0.76$ Antwortkorrektheit und Cronbach’s $\alpha = 0.98$ Antwortsicherheit; sechs LLM-ferne Items Cronbach’s $\alpha = 0.80$ Antwortkorrektheit und Cronbach’s $\alpha = 0.98$ Antwortsicherheit).

4. Material und Methoden

Die Stichprobe besteht aus 84 Physikstudierenden (B. Sc. und Lehramt) und wurde im Rahmen eines freiwilligen Physik-Vorkurses vor Studienbeginn an der Georg-August-Universität Göttingen akquiriert. Im Rahmen einer Selbstlernphase absolvierten die Studierenden zunächst einen Konzepttest zur Vektorkomponentenzerlegung und Divergenz, bevor sie das dreiseitige LLM zur Divergenz-Beurteilung bearbeiteten (Abb.2). Dies umfasste neben einer Instruktion zur visuellen Evaluation der Divergenz auch eine Vorübung zur Komponentenzerlegung, bei der die

Studierenden die Veränderungen von Vektorkomponenten entlang einer Zeile oder Spalte beurteilten, d. h. partielle Ableitungen isoliert evaluierten. Anschließend bearbeiteten sie einen Posttest (Problemlösen und Konzeptwissen), einen Fragebogen zu den mentalen Anforderungen sowie einen Transfertest (Abb.3). Interventionsgruppe (IG; mit Zeichenaktivitäten, $N = 43$) und Kontrollgruppe (KG; ohne Zeichenaktivitäten, $N = 41$) wiesen keine signifikanten Unterschiede hinsichtlich ihres Vorwissens sowie verschiedener soziodemographischer Variablen auf. Eine ausführliche Beschreibung der Stichprobe, des Studiendesigns und der verwendeten Testinstrumente ist in Hahn & Klein (2023a) zu finden.

Die statistische Analyse von Innersubjekteffekten bzgl. verschiedener Performanzindikatoren bei LLM-nahen und LLM-fernen partiellen Ableitungen sowie der Vergleich von Interventions- und Kontrollgruppe erfolgten mithilfe (un-)gepaarter (Welch) t -Tests und durch Bezugnahme auf die Interpretation von Cohen (1988).

5. Ergebnisse

Antwortkorrektheit sowie Antwortsicherheit unterschieden sich hochsignifikant zwischen LLM-nahen und LLM-fernen partiellen Ableitungen (Abb.4, orange). So erreichten die Studierenden signifikant höhere Antwortcores für die LLM-nahen Aufgaben (0.80 ± 0.26) im Vergleich zu den LLM-fernen Aufgaben (0.69 ± 0.32), mit kleiner Effektstärke [$t(83) = -3.99$, $p < 0.001$, $d = 0.44$]. Ähnliche Ergebnisse zeigen sich auch für die Antwortsicherheit, wo die Studierenden angaben, bei den LLM-nahen Aufgaben signifikant sicherer zu antworten (0.59 ± 0.35) als bei den LLM-fernen Aufgaben (0.53 ± 0.37), ebenfalls mit kleiner Effektstärke [$t(83) = -3.44$, $p < 0.001$, $d = 0.38$]. Antwortkorrektheit und -sicherheit sind hierbei hoch miteinander korreliert (Pearson $r = 0.84$, $p < 0.001$).

Darüber hinaus zeigen Vergleiche zwischen Interventions- und Kontrollgruppe signifikante Unterschiede in der Antwortkorrektheit sowie -sicherheit für LLM-nahe und -ferne partielle Ableitungen (Abb.4, blau). Studierende, die mit Zeichenaktivitäten instruiert wurden, lösten sowohl Aufgaben mit LLM-nahen als auch LLM-fernen Ableitungen mit signifikant höherer Korrektheit als Studierende der Kontrollgruppe, mit kleiner bis mittlerer Effektstärke [LLM-nahe Ableitungen $t(66.15) = 2.44$, $p = 0.009$, $d = 0.54$; LLM-ferne Ableitungen $t(82) = 1.81$, $p = 0.038$, $d = 0.40$]. Außerdem gaben Studierende der Interventionsgruppe signifikant höhere Sicherheiten bei der Beantwortung LLM-naher sowie -ferner Aufgaben an, mit mittleren Effektstärken [LLM-nahe Ableitungen $t(77.93) = 3.13$, $p = 0.001$, $d = 0.69$; LLM-ferne Ableitungen $t(82) = 2.73$, $p = 0.004$, $d = 0.60$].

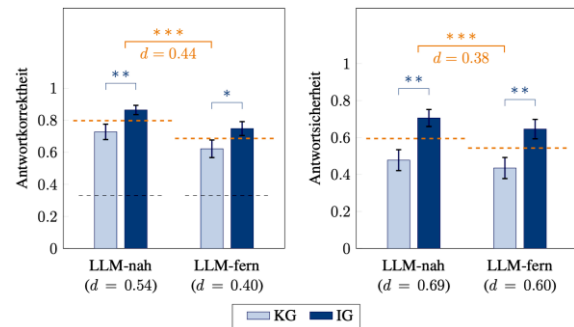


Abb.4: Antwortkorrektheit (links) und Antwortsicherheit (rechts) für LLM-nahe und LLM-ferne partielle Ableitungen im Vergleich zwischen Interventions- und Kontrollgruppe im Transfertest. Antwortkorrektheit und -sicherheit werden für LLM-nahe und LLM-ferne Transferaufgaben (orange) mittels gepaarter t -Tests (zweiseitig) verglichen. Vergleiche zwischen Interventionsgruppe (IG) und Kontrollgruppe (KG) für die LLM-nahen und die LLM-fernen Transferaufgaben (blau) erfolgen mittels ungepaarter (Welch) t -Tests (einseitig); */**/** statistische Signifikanz ($p < 0.05$ / $p < 0.01$ / $p < 0.001$), n.s. „(statistisch) nicht signifikant“, was p -Werte > 0.05 anzeigt, Effektstärke d , gestrichelte Linien geben die Ratewahrscheinlichkeit an, Fehlerbalken stellen 1 SEM dar.

6. Diskussion und Ausblick

Dieser Beitrag untersucht die Performanz von Studierenden in einem Transfertest zu partiellen Ableitungen von Vektorfeldkomponenten im Anschluss an die Bearbeitung von multi-repräsentationalen LLM zur visuellen Interpretation der Divergenz. Beim Vergleich von Antwortkorrektheit und Antwortsicherheit zeigte sich hierbei, dass Studierende die LLM-nahen partiellen Ableitungen mit höherer Korrektheit und Sicherheit in einem Vektorfelddiagramm bestimmen konnten als die LLM-fernen partiellen Ableitungen (FF1). Klein et al. (2018) berichteten für die Verwendung einer ähnlichen Instruktion (ohne Vorübung zur Komponentenerlegung und Zeichenaktivitäten), dass Studierende in einem Transfertest zur Beurteilung von Divergenz und Rotation, wobei sowohl LLM-nahe als auch LLM-ferne partielle Ableitungen integriert wurden, einen Score von 54% erzielten. In der hier untersuchten Studie bestimmten Studierende 70% der LLM-fernen Ableitungen korrekt, worin ein erheblicher Mehrwert der Weiterentwicklung des LLM durch Vorübung und Zeichenaktivitäten sichtbar wird.

Umso deutlicher zeigt sich dieser Effekt beim Vergleich von Interventions- und Kontrollgruppe für LLM-nahe und LLM-ferne Transferaufgaben. Hier erreichte die Interventionsgruppe, die mit Zeichenaktivitäten instruiert wurde, einen Score von 75% bei der Beurteilung der LLM-fernen partiellen Ableitungen. Somit konnten mithilfe von Zeichenaktivitäten stärkere Lerneffekte bzgl. LLM-ferner Transferaufgaben erzielt werden als in vorangegangenen Studien bzgl. der unmittelbaren Umsetzung der instruierten Strategie (69%; Klein et al., 2018). Darüber hinaus

pflanzen sich die signifikanten Leistungsunterschiede zwischen Interventions- und Kontrollgruppe im Transfertest sowohl in LLM-nahen als auch in LLM-fernen Transferaufgaben fort (FF2, H1, H2). Dies unterstützt die positiven Ergebnisse bisheriger Studien zum Einsatz von Zeichenaktivitäten in (multi-)repräsentationalen Lernumgebungen (z. B. Kohnle et al., 2020) und betont den Mehrwert des Skizzierens für die Evaluation der Kovariation von Komponenten und Koordinaten auch über den konkreten Lerngegenstand hinaus.

Aus fachdidaktischer Perspektive zeigt der Leistungsunterschied bei der Bestimmung LLM-naher und LLM-ferner Aufgaben allerdings auch, dass die zusätzliche Bestimmung des Vorzeichens Studierenden kaum Probleme bereitete (Scores vergleichbar mit Problemlösungsscores; Hahn & Klein, 2023a), der Transfer zu nicht-explicit instruierten partiellen Ableitungen hingegen schon. Die Studierenden erwiesen sich demnach trotz hoher Performanz bei der Divergenzbeurteilung (Antwortkorrektheit in beiden Gruppen über 80%; Hahn & Klein, 2023a) infolge der Instruktion nur bedingt fähig, das Prinzip der Kovariation über den Anwendungskontext des LLM hinaus zu nutzen. Dieses Ergebnis impliziert, dass ein kausaler Zusammenhang, nach dem sich aus einem Verständnis partieller Ableitungen im Kontext der Divergenz unmittelbar und stringent ein universelles Konzeptverständnis der Kovariation ergibt, nicht gegeben ist. An dieser Stelle zeigt sich daher die Notwendigkeit für explizite LLM zum Kovariationsprinzip, z. B. zusätzlich zur aktuell verwendeten Instruktion zur Divergenz und der Vorübung zur Komponentenzzerlegung. Blickdatenanalysen zum Repräsentationswechsel zwischen Vektorfelddiagramm und Formel zeigten studentische Lernschwierigkeiten bzgl. der Kovariation bei verwandten Aufgabenanforderungen auf, und schlossen daraus ebenfalls auf Bedarf einer dedizierten Intervention zum Kovariationsprinzip (Hahn & Klein, in Druck). Dies verdeutlicht die Relevanz einer ausführlichen Einführung und Übung der Kovariation von Komponenten und Koordinaten in der universitären Lehre zur Vektoranalysis. Für die Lehrpraxis empfiehlt sich eine solche Einführung zu Beginn einer Vektoranalysis-Einheit vor der Definition von vektoriellen Feldkonzepten und den zugehörigen Integralsätzen, z. B. zunächst anhand partieller Ableitungen von Skalarfeldern. Mit Blick auf die hier vorgestellten Ergebnisse kann dabei insbesondere der Einsatz von Zeichenaktivitäten empfohlen werden.

Die geplante Weiterentwicklung der LLM zielt neben der Ausarbeitung expliziter Instruktionen zur Kovariation vor allem auf die Integration von eye movement modelling examples (EMME) ab (Hahn & Klein, in Druck; Klein et al., 2021). Auf den Eye-Tracking-Ergebnissen dieser Studie aufbauend veranschaulichen EMME-Videos die visuelle Vorgehensweise beim Umgang mit Vektorfelddiagrammen anhand der Blickbewegungen eines: einer Experten:in (Hahn & Klein, 2023a; Jarodzka et al. 2013). Dies adressiert

die visuell-räumlichen Anforderungen des Lerngegenstandes und unterstützt die Forderung von Bollen et al. (2016) nach modernen, digital-gestützten Unterrichtsszenarien für die Instruktion vektoranalytischer Konzepte, da der traditionelle Unterricht nicht ausreicht, um ein vollständiges Verständnis von Differentialoperatoren zu ermöglichen. Darüber hinaus werden auf Basis bisheriger Forschungsergebnisse Lernaufgaben und OER-Einheiten zur Vektoranalysis entwickelt (Hahn & Klein, 2022b; Hahn et al., 2023), die über die Divergenz hinaus auch die Rotation sowie die Integralsätze von Gauß und Stokes thematisieren und neben den bestehenden Instruktionen auch Simulationen und physikalische Anwendungsbeispiele integrieren. Deren Wirksamkeit wird im Rahmen einer Implementationsstudie in universitären Lehrveranstaltungen der Studieneingangsphase untersucht (Hahn & Klein, 2023b). Weiterführende Analysen zielen darüber hinaus auf den Zusammenhang eines umfassenden Verständnisses vektoranalytischer Konzepte und deren Anwendung in der physikalischen Praxis ab.

7. Literatur

- Ainsworth, Shaaron (1999): The functions of multiple representations. In: *Computers and Education*, 33(2), 131-152, [https://doi.org/10.1016/S0360-1315\(99\)00029-9](https://doi.org/10.1016/S0360-1315(99)00029-9)
- Ainsworth, Shaaron; Prain, Vaughan; Tytler, Russell (2011): Drawing to learn in science. In: *Science*, 333(6046), 1096-1097, <https://doi.org/10.1126/science.1204153>
- Ainsworth, Shaaron; Scheiter, Katharina (2021): Learning by drawing visual representations: potential, purposes, and practical implications. In: *Current Directions in Psychological Science*, 30(1), 1-7, <https://doi.org/10.1177/0963721420979582>
- Ambrose, Bradley S. (2004): Investigating student understanding in intermediate mechanics: Identifying the need for a tutorial approach to instruction. In: *American Journal of Physics*, 72, 453-459, <https://doi.org/10.1119/1.1648684>
- Baddeley, Alan D. (1986): *Working Memory* (Oxford, UK: Oxford University Press)
- Baily, Charles; Bollen, Laurens; Pattie, Andrew; Van Kampen, Paul; De Cock, Mieke (2016): Student thinking about the divergence and curl in mathematics and physics contexts. In: *Proceedings of the Physics Education Research Conference 2016*, College Park, MD (AIP, New York, 2016), S. 51-54, <https://doi.org/10.1119/perc.2015.pr.008>
- Barniol, Pablo; Zavala, Genaro (2014): Test of understanding of vectors: A reliable multiple-choice vector concept test. In: *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 10(1), 010121, <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.10.010121>

- Bilda, Zafer; Gero, John S. (2005): Does sketching off-load visuo-spatial working memory. In: *Studying Designers*, 5, 145-160, Url: <https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=ca905009ddb33c1ef5eaac6d0947d3c45f62ab74>
- Bollen, Laurens; Van Kampen, Paul; Baily, Charles; De Cock, Mieke (2016): Qualitative investigation into students' use of divergence and curl in electromagnetism. In: *Physical Review Physics Education Research*, 12(2), 020134, <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.12.020134>
- Bollen, Laurens; Van Kampen, Paul; Baily, Charles; De Cock, Mieke (2017): Student difficulties regarding symbolic and graphical representations of vector fields. In: *Physical Review Physics Education Research*, 13(2), 020109, <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.13.020109>
- Bollen, Laurens; Van Kampen, Paul; De Cock, Mieke (2015): Students' difficulties with vector calculus in electrodynamics. In: *Physical Review Special Topics – Physics Education Research* 11(2), 020129, <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.11.020129>
- Bollen, Laurens; Van Kampen, Paul; De Cock, Mieke (2018): Development, implementation, and assessment of a guided-inquiry teaching-learning sequence on vector calculus in electrodynamics. In: *Physical Review Physics Education Research*, 14(2), 020115, <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.14.020115>
- Burkholder, Eric; Murillo-Gonzalez, Gabriel; Wieman, Carl (2021): Importance of math prerequisites for performance in introductory physics. In: *Physical Review Physics Education Research*, 17(1), 010108, <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.17.010108>
- Chiu, Jennifer L.; Linn, Marcia C. (2014): Supporting knowledge integration in chemistry with a visualization-enhanced inquiry unit. In: *Journal of Science Education and Technology*, 23, 37–58, <https://doi.org/10.1007/s10956-013-9449-5>
- Cohen, Jacob (1988): *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates)
- Gire, Elizabeth; Price, Edward (2012): Graphical representations of vector functions in upper-division E&M. In: *AIP Conference Proceedings*, 1413(1), S. 27-30, <https://doi.org/10.1063/1.3679985>
- Griffiths, David J. (2013): *Introduction to electrodynamics* (Boston: Pearson)
- Hahn, Larissa; Klein, Pascal (2021): Multiple Repräsentationen als fachdidaktischer Zugang zum Satz von Gauß-Qualitative Zugänge zur Interpretation der Divergenz von Vektorfeldern. In: *PhyDid B, Didaktik der Physik, Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung*, 1, S. 95-100, Url: <https://ojs.dpg-physik.de/index.php/phydid-b/article/view/1151>
- Hahn, Larissa; Klein, Pascal (2022a): Kognitive Entlastung durch Zeichenaktivitäten? Eine empirische Untersuchung im Kontext der Vektoranalyse. In: *Unsicherheit als Element von naturwissenschaftsbezogenen Bildungsprozessen, Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik, virtuelle Jahrestagung 2021*, S. 384-387, Url: https://www.gdcp-ev.de/wp-content/tb2022/TB2022_384_Hahn.pdf
- Hahn, Larissa; Klein, Pascal (2022b): Vektorielle Feldkonzepte verstehen durch Zeichnen? Erste Wirksamkeitsuntersuchungen. In: *PhyDid B, Didaktik der Physik, Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung*, 1, S. 119-126, Url: <https://ojs.dpg-physik.de/index.php/phydid-b/article/view/1259/1485>
- Hahn, Larissa; Blaue, Simon A.; Höhn, P.; Merkert, N.; Klein, Pascal (2023): Open Educational Resources für den Hochschulbereich: Anschauliche Vektoranalyse für die Studieneingangsphase. Akzeptiert bei: *PhyDid B, Didaktik der Physik, Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung*, 1.
- Hahn, Larissa; Klein, Pascal (2023a): Analysis of eye movements to study drawing in the context of vector fields. In: *Frontiers in Education*, 8, 1162281, <https://doi.org/10.3389/feduc.2023.1162281>
- Hahn, Larissa; Klein, Pascal (2023b): The impact of multiple representations on students' understanding of vector field concepts: Implementation of simulations and sketching activities into lecture-based recitations in undergraduate physics. In: *Frontiers in Psychology*, 13, 1012787, <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.1012787>
- Hahn, Larissa; Klein, Pascal (in Druck): Clustering eye-movement data uncovers students' strategies for coordinating equations and diagrams of vector fields. Accepted in: *Educational Studies in Mathematics*, doi: 10.1007/s10649-023-10243-y
- Hellenbrand, Johannes; Mayer, Richard; Opfermann, Maria; Schmeck, Annett; Leutner, Detlev (2019): How generative drawing affects the learning process: An eye-tracking analysis. In: *Applied Cognitive Psychology*, 33(6), 1147-1164. <https://doi.org/10.1002/acp.3559>
- Jarodzka, Halszka; Van Gog, Tamara; Dorr, Michael; Scheiter, Katharina; Gerjets, Peter (2013): Learning to see: Guiding students' attention via a model's eye movements fosters learning. In: *Learning and Instruction*, 25, 62-70, <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2012.11.004>
- Jung, Kyesam; Lee, Gyoungcho (2012): Developing a tutorial to address student difficulties in learning curl: A link between qualitative and

- mathematical reasoning. In: *Canadian Journal of Physics*, 90(6), 565-572, <https://doi.org/10.1139/p2012-054>
- Klein, Pascal; Hahn, Larissa; Kuhn, Jochen (2021): Einfluss visueller Hilfen und räumlicher Fähigkeiten auf die graphische Interpretation von Vektorfeldern: Eine Eye-Tracking-Untersuchung. In: *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 27, 181-201, <https://doi.org/10.1007/s40573-021-00133-2>
- Klein, Pascal; Viiri, Jouni; Kuhn, Jochen (2019): Visual cues improve students' understanding of divergence and curl: Evidence from eye movements during reading and problem solving. In: *Physical Review Physics Education Research*, 15(1), 010126, <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.15.010126>
- Klein, Pascal; Viiri, Jouni; Mozaffari, Saleh; Dengel, Andreas; Kuhn, Jochen (2018): Instruction-based clinical eye-tracking study on the visual interpretation of divergence: How do students look at vector field plots? In: *Physical Review Physics Education Research*, 14(1), 010116, <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.14.010116>
- Kohnle, Antje; Ainsworth, Shaaron; Passante, Gina (2020): Sketching to support visual learning with interactive tutorials. In: *Physical Review Physics Education Research*, 16(2), 020139, <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.16.020139>
- Leopold, Claudia; Leutner, Detlev (2012): Science text comprehension: Drawing, main idea selection, and summarizing as learning strategies. In: *Learning and Instruction*, 22(1), S. 16-26. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2011.05.005>
- Li, Jing; Singh, Chandralekha (2017): Investigating and improving introductory physics students' understanding of symmetry and Gauss's law. In: *European Journal of Physics*, 39(1), 015702, <https://doi.org/10.1088/1361-6404/aa8d55>
- Lindsey, Beth A.; Nagel, Megan L. (2015): Do students know what they know? Exploring the accuracy of students' self-assessments. In: *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 11(2), 020103, <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.11.020103>
- Logie, Robert H. (1995): *Visuo-Spatial Working Memory* (Hove, UK: Lawrence Erlbaum)
- Nieminen, Pasi; Savinainen, Antti; Viiri, Jouni (2012): Relations between representational consistency, conceptual understanding of the force concept, and scientific reasoning. In: *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 8(1), 010123, <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.8.010123>
- Pepper, Rachel; Chasteen, Stephanie; Pollock, Steven; Perkins, Katherine (2012): Observations on student difficulties with mathematics in upper-division electricity and magnetism. In: *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 8(1), 010111, <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.8.010111>
- Rau, Martina (2017): Conditions for the effectiveness of multiple visual representations in enhancing STEM learning. In: *Educational Psychology Review*, 29(4), 717-761, <https://doi.org/10.1007/s10648-016-9365-3>
- Seufert, Tina (2003): Supporting coherence formation in learning from multiple representations. In: *Learning and Instruction*, 13(2), 227-237, [https://doi.org/10.1016/S0959-4752\(02\)00022-1](https://doi.org/10.1016/S0959-4752(02)00022-1)
- Singh, Chandralekha; Maries, Alexandru (2013): Core graduate courses: A missed learning opportunity? In: *AIP Conference Proceedings*, 1513, S. 382-385, <https://doi.org/10.1063/1.4789732>
- Smith, Emily (2014): *Student & textbook presentation of divergence*. Master's thesis (Corvallis, OR: Oregon State University), Url: <https://ir.library.oregonstate.edu/concern/graduate-thesis-or-dissertations/s7526h05k>
- Wu, Sally P.; Rau, Martina A. (2018): Effectiveness and efficiency of adding drawing prompts to an interactive educational technology when learning with visual representations. In: *Learning and Instruction*, 55, 93-104, <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2017.09.010>