Quantenphysik zum Anfassen – Von Papierstreifen zu Reißverschlüssen

Franziska Greinert*, Malte S. Ubben*

*Technische Universität Braunschweig, Institut für Fachdidaktik der Naturwissenschaften
f.greinert@tu-braunschweig.de

Kurzfassung

Quantenphysikalische Modellierungen sind fachlich komplex und oft unanschaulich. Dieser Artikel stellt einige Ansätze vor, wie quantenphysikalische Ideen dennoch mittels haptischer Modelle dargestellt werden können. Dazu werden Modelle aus dem 3D-Drucker, Modelle aus Papierstreifen und Modelle aus Stoff gegenübergestellt. Neu ist insbesondere die Verwendung von Reißverschlüssen statt Papierstreifen, sodass ein einfaches „Aufschneiden“ und „Zusammenkleben“ möglich wird. Die Modelle sind dabei vor allem mit dem Ziel entwickelt worden, unter Verwendung von wenig mathematischem Grundwissen topologische Ideen zu transportieren und zu visualisieren.

1. Einleitung

Um den wachsenden gesellschaftlichen Anforderungen der quantenphysikalischen Bildung gerecht zu werden, ist es notwendig, geeignete Repräsentationen für quantenphysikalische Phänomene zu finden, mit denen das Verständnis des Themengebietes gefördert wird. Eine große Problematik hierbei ist allerdings, dass viele Ideen, Prozesse und Phänomene der Quantenphysik aus physikalischen Gründen nicht einfach im dreidimensionalen Raum visualisiert werden können. Es ist daher eine große Herausforderung, Lernenden Repräsentationen an die Hand zu geben, von denen ausgehend sie die komplexen quantenphysikalischen Phänomene verstehen können und die möglichst wenige inadäquaten Vorstellungen fördern (Ubben, 2020).

Eine der größten Problematiken während Lernprozessen ist, dass Repräsentationen - wie etwa Visualisierungen - häufig von Lernenden als „gestalttreu" empfunden werden. In solchen Situationen wird den Repräsentationen zu viel Realitätsgehalt zugeschreiben, sodass Lernende durch das Festhalten an den Bilden daran gehindert werden, die zugrunde liegenden Ideen zu abstrahieren (Ubben & Bitzenbauer, 2022; Ubben, 2020).

Aufgrund dieser Problematik ist ein Ansatz, Abstraktion durch Repräsentationen, die gut an die mathematischen Beschreibungen der Quantenphysik anknüpfbar sind, zu verwenden (Schecker et al., 2019). Die in diesem Artikel vorgestellten Modelle orientieren sich dabei an mathematischen topologischen Beschreibungen, welche unter anderem von Heusler und Ubben (2019a) vorgeschlagen wurden.

2. Haptische Modelle

Aus mathematischer Sicht können Quantenzustände topologisch im Hilbertraum dargestellt werden. Eine mögliche Art der Visualisierung ist dabei die Nutzung von Streifen, die Objekte sowohl im 3D-Raum mittels möbiusartigen Bändern und im Hilbertraum mittels Knoten repräsentieren können und dabei nicht stark an mathematischer Aussagekraft einbüßen (vgl. Heusler & Ubben, 2019a). Zum Beispiel können auf diese Art und Weise Spinzustände dargestellt werden.

2.1. Topologie und Papierstreifenmodell

Zu Beginn sei der Zustand $j = 1/2$ betrachtet. Dieser Spinzustand kann als Möbiusband von 2π Länge mit einer einzigen Windung im R^3 dargestellt werden. Betrachtet man jedoch die zugehörige Darstellung im Hilbertraum, so muss das Band auf die Länge von 4π erweitert werden. Dies geschieht bildlich gesprochen so, dass man das Möbiusband längsseitig durchschneidet. Die nun erhaltene Struktur ist ein Band mit nicht einer sondern vier Windungen.

Ausgehend von diesem Prinzip können nun verschiedene topologische Zustände im Hilbertraum visualisiert werden, indem die Zuordnung des Spins $j = n/2$ zu Möbiusbändern im R^3 mit n Verdrehungen verwendet wird. Erneut kann nun durch einen Längsschnitt eine topologische Struktur im Hilbertraum aufgedeckt werden (siehe Abbildung 1). Es ist festzustellen, dass Spinzustände mit ganzzahligem j, also bosonische Zustände, zwei verknotete Kopien ihrer selbst erstellen, wohingegen halbzahlige j zu einer einfachen Knotenstruktur werden.

In der Praxis lassen sich Papierstreifen aber sehr schwierig nach dem Auseinanderschneiden wieder zusammenführen, besonders bei höheren Spinzahlen wie $j = 5/2$. Um dieses Problem zu lösen, können Reißverschlüsse verwendet werden.

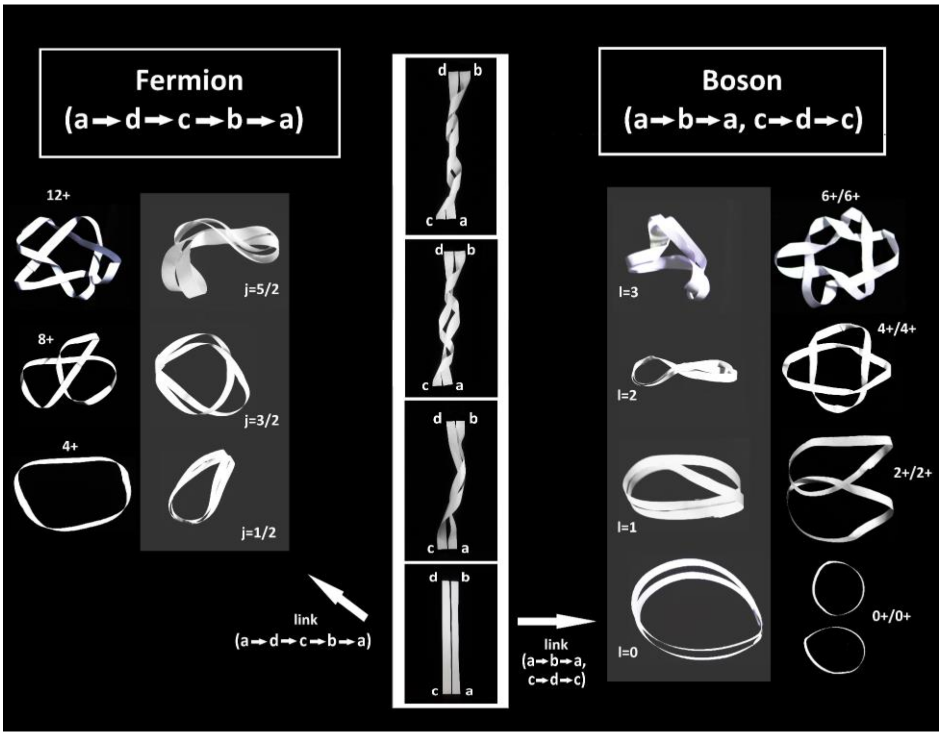

Abb. 1: Topologische Repräsentationen von Spinzuständen: Bosonische Zustände verdoppeln sich (rechts) und fermionische Zustände zeigen eine einzige Knotenstruktur (links) (aus Heusler & Ubben, 2019a).

2.2. **Reißverschlüsse statt Papierstreifen**

Mit Reißverschlüssen wird das „Aufschneiden“ bzw. „Aufreißen“ der gewundenen Bänder deutlich vereinfacht und auch ein wieder zusammenfügen der aufgetrennten Bänder ist vergleichsweise einfach möglich.

Für den einfachen Streifen werden neben dem Reißverschluss etwas Klettband und Textilkleber benötigt. Empfehlenswert ist die Verwendung zweier modellgleicher aber verschiedenfarbiger Reißverschlüsse, die zu zwei zweifarbigen Reißverschlüssen neu kombiniert werden kann. Die Modellgleichheit ist wichtig damit die beiden Teile der verschiedenfarbigen Reißverschlüsse zusammen passen und als ein zweifarbiger Reißverschluss verwendet werden können.

An den Enden des Reißverschlusses ist jeweils beidseitig ein Klettverschluss-Stück zu befestigen, wobei an einem Ende des Reißverschlusses die vier Stücke mit Kletthaken befestigt werden, während am anderen Ende die vier Fleece-Gegenstücke aufgeklebt werden (siehe Abbildung 2). Selbstklebendes Klettband hält erfahrungsgemäß nicht lange, da sich der Kleber schnell wieder löst; die Klettstücke können alternativ angenäht werden.

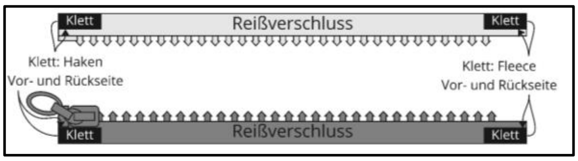

Abb. 2: Einfacher Streifen: an die Enden des zweifarbigen Reißverschlusses werden Klettbandstücke geklebt.

Mit einem solchen Reißverschluss lassen sich die Spinzustände wie in Abbildung 1 haptisch repräsentieren. Exemplarisch zeigt Abbildung 3 die Zustände $j = 1/2$ und $j = 3/2$ (linke Seite, von unten nach oben) sowie $l = 1$ und $l = 3$ (rechte Seite, von unten nach oben), die auch in Abbildung 1 analog dargestellt werden.

Abb. 3: Topologische Repräsentationen ausgewählter Spinzustände mit zweifarbigem Reißverschluss.

2.3. **Erweiterung: Doppelter Streifen**

Der einfache Streifen aus einem Reißverschluss lässt sich durch einen zweiten Reißverschluss erweitern. Dieser doppelte Streifen ermöglicht dann ein beidseitiges Zusammenführen der Längsseiten, sodass ohne Windung eine Art Schlauch bzw. ein Torus entsteht. Auch hier ist die Verwendung zweier verschiedenfarbiger, modellgleicher Reißverschlüsse für die bessere Sichtbarkeit empfehlenswert.

Zwischen die beiden gleichfarbigen Reißverschlussteile wird jeweils ein Stoffstreifen in der passenden Farbe genäht. An den Enden dieses Streifens werden wie zuvor die Klettstücke geklebt (siehe Abbildung 4). Abbildung 5 zeigt die beiden Arten, links zwei einfache Streifen und rechts der doppelte Streifen, bei denen jeweils zwei modellgleiche Reißverschlüsse in weiß und schwarz zu zweifarbigen Reißverschlüssen kombiniert wurden.

Durch den doppelten Streifen ist nun nicht nur das Aufreißen und so der Übergang aus 2π nach 4π möglich, sondern auch ein weiteres Zusammenführen der Längsseiten. Anschaulich lässt sich so ein Möbiusband aus dem Doppelstreifen, bei dem einer der Reißverschlüsse geschlossen ist, zu einer Kleinschen Flasche wandeln (Siehe Abbildung 6). Dabei kann der zweite Reißverschluss entsprechend der topologischen Struktur der Kleinschen Flasche nicht vollständig geschlossen werden. Ein kleines Zusatz-Klettstück am Ende dieses Reißverschlusses hält dieses zusammen und sodass die typische Form erkennbar wird.

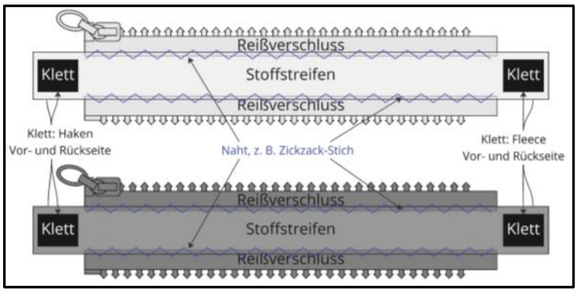

Abb. 4: Doppelter Streifen: Stoffstreifen zwischen den Reißverschlussteilen und Kletthaken an den Enden.

Abb. 5: Zwei einfache und ein doppelter Streifen aus jeweils zwei modellgleichen Reißverschlüssen in weiß und schwarz.

Abb. 6: Doppelter Streifen als Möbiusband (oben), das durch Schließen des zweiten Reißverschlusses zur Kleinschen Flasche wird.

2.4. **3D-Druck**

Eine Visualisierung von komplexeren Wellenfunktionen kann mittels 3D-gedruckter Kugelflächenfunktionen geschehen (vgl. Ubben & Heusler, 2018, Ubben, 2022). Dazu werden die Knotenlinien der Kugelflächenfunktionen als rote Flächen innerhalb eines bestimmten Radius dargestellt (siehe Abbildung 7).

Es ist auch möglich, auf diese Weise Spinwellenfunktionen zu visualisieren. Allerdings ist z. B. bei Spin $S = 1/2$ keine Knotenfläche zu sehen, sondern nur eine Knotensäule. Eine Verbindung dieser Repräsentation eines Spins mit einem Möbiusband kann dann leicht erfolgen, indem die Knotensäule mit dem Twist im Möbiusband identifiziert wird. Es ist also auch möglich, die Papier- und Reißverschlussmodelle mit den Kugelflächenfunktionen in Verbindung zu bringen.

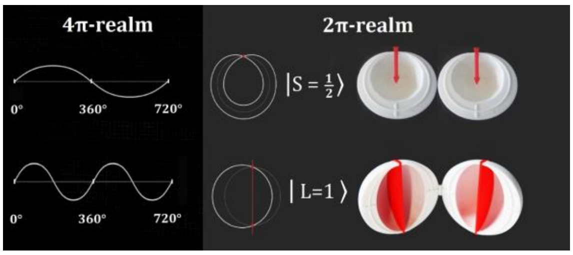

Abb. 7: Wellenfunktionen als Kugelflächenfunktionenen mit Knotenlinien und zugehörigem 3D-Druck-Modell (Ubben 2022, S.83).

3. Ausblick: Weitere Anwendungen

Die hier vorgestellten Reißverschlussmodelle könnten ebenfalls für andere topologische Darstellungen in der Qunatenphysik genutzt werden. Unter anderem wurde die Repräsentation mittels Papierstreifen bereits auf Verschränkung (Heusler & Ubben, 2019b, 2022, Heusler et al., 2021) und Color Confinement (Heusler et al., 2021) erweitert. Auch in diesen Fällen ist durch die Reißverschlüsse eine einfachere Handhabung der Modelle gegeben. Vor allem im Color Confinement, wo in Teilen drei Streifen zur Repräsentation genutzt werden, bietet sich eine Nutzung von Reißverschlüssen an.

Auch andere verwandte mathematische Beschreibungen, wie zum Beispiel das Erzeugen einer Kleinschen Flasche aus einem Möbiusband können mit den vorgestellten Reißverschlussmodellen erfolgen. Eine Implementation in einer topologisch und/oder quantenphysikalisch orientierten Lehrveranstaltung der Modelle kann zukünftig mehr Aufschluss darüber geben, wie geeignet die hier vorgestellten haptischen Repräsentationen für das Unterstützen beim Aufbau quantenphysikalischen Wissens sind.

4. Literatur

Heusler, S.; Ubben, M. (2019a). A Haptic Model for the Quantum Phase of Fermions and Bosons in Hilbert Space Based on Knot Theory. In: Symmetry, 11(3), 426.

Heusler, S.; Ubben, M. (2019b). A Haptic Model of Entanglement, Gauge Symmetries and Minimal Interaction Based on Knot Theory. In: Symmetry, 11(11), 1399.

Heusler, S.; Schlummer, P.; Ubben, M. (2021). The Topological Origin of Quantum Randomness. In: Symmetry, 13(4).

Ubben, M.; Heusler, S. (2018). Modeling Spin. In: European Journal of Physics, 39(6).

Ubben, M. (2020). Typisierung des Verständnisses mentaler Modelle am Beispiel der Quantenphysik. Berlin: Logos.

Ubben, M.; Bitzenbauer, P. (2022). Two Cognitive Dimensions of Students‘ Mental Models in Science: Fidelity of Gestalt and Functional Fidelity. In: Education Sciences, 12 (3), 163.

Dank

Wir bedanken uns bei Prof. Stefan Heusler für die spannenden konstruktiven Gespräche und produktive Denkanstöße.