

Physik mit GeoGebra

Roger Erb, Albert Teichrew

Goethe-Universität Frankfurt, Institut für Didaktik der Physik, Max-von-Laue-Str. 1, 60438 Frankfurt
roger.erb@physik.uni-frankfurt.de

Kurzfassung

Die im Mathematikunterricht verbreitete Geometrie-Software GeoGebra kann auch zur Modellierung in der Physik verwendet werden. Besonders geeignet sind statische Sachverhalte wie etwa aus der geometrischen Optik und der Elektrostatik. Im Beitrag wird jedoch auch gezeigt, wie sich dynamische Probleme beschreiben lassen, was mit einem erhöhten Aufwand verbunden ist, jedoch eine Erweiterung darstellt im Vergleich zu Inhalten, die üblicherweise im Physikunterricht thematisiert werden können. Der Einsatz der Modelle wurde in verschiedenen unterrichtlichen Situationen empirisch überprüft.

1. Einleitung

Im Mathematikunterricht wird für Sachverhalte, die sich durch eine geometrische Betrachtung lösen lassen, oft eine Dynamische Geometrie-Software (DGS) verwendet. Diese ermöglicht Konstruktionen durch das Einfügen von grafischen Objekten, die sich aus Menüs abrufen lassen und miteinander in Verbindung stehen können. Die fertige Konstruktion kann dynamisch variiert werden, indem man Punkte auf der Grafikoberfläche verschiebt oder Parameter mit einem Schieberegler verändert. Eine solche DGs lässt sich auch für physikalische Fragen in Anwendung bringen, solange diese sich auf geometrische Sachverhalte reduzieren lassen.

Für zahlreiche solcher Sachverhalte haben wir die Dynamische Geometrie-Software GeoGebra verwendet und Modelle für den Einsatz im Physikunterricht vorgeschlagen. Naheliegend ist die Anwendung in der Optik (Erb, 2016), aber auch die Modellierung etwa elektrischer und magnetischer Felder. GeoGebra bietet im Sinne einer Augmented Reality (AR) zudem die Möglichkeit, Modell und Wirklichkeit in der Ansicht auf einem Tablet oder Smartphone zu überlagern (Freese, Glatz, Teichrew & Erb, 2023).

Die Verwendung der Modelle im Physikunterricht kann fachliche Kompetenzen stärken, sie adressiert besonders jedoch den Kompetenzbereich „Erkenntnisgewinnung“. So formulieren die Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss für diesen Kompetenzbereich: „Experimentelle und andere Untersuchungsmethoden sowie Modelle nutzen“ (KMK, 2004, S. 7). Erforderlich ist das Ermöglichen von Unterrichtstätigkeiten, wie etwa „das Vergleichen der Prognosen mit der Wirklichkeit sowie das Hinterfragen der Gültigkeit des Modells, das Aufzeigen der Grenzen des Modells und das Reflektieren über die eigene Vorgehensweise“ (Thiele, Mikelskis-Seifert & Wünsch, 2005, S. 36).

Dabei ist das Zusammenspiel zwischen Modellieren und Experimentieren relevant, wie es schon verschiedentlich beschrieben worden ist. Es kommt dann

idealerweise zu einem „zyklischen Wechselspiel“ (Leisner-Bodenthin, 2006, S. 97), in dem Schülerinnen und Schüler Parameter in einem Modell verändern, die Auswirkung dieser Änderung im Modell verfolgen, daraus eine Hypothese ableiten und dann eine vergleichbare Variation im Experiment vornehmen, um die Hypothese zu überprüfen. Eine detaillierte Ausführung dieses Zusammenspiels gibt Abbildung 1 (Teichrew & Erb, 2020a).

Im vorliegenden Beitrag soll ein Überblick über einen Teil der von uns mit GeoGebra erstellten Modelle gegeben werden, die das Potenzial des Einsatzes von GeoGebra im Physikunterricht aufzeigen. Hintergründe zur jeweiligen Modellierung und Einordnungen in den unterrichtlichen Kontext lassen sich in den jeweils angegebenen Beiträgen wiederfinden.

2. Optik

Der Unterricht in der geometrischen Optik ist in besonderer Weise auf den Gebrauch von Modellen angewiesen. Üblicherweise werden Lichtstrahlen oder Lichtwege gezeichnet, die von der Lichtquelle ausgehend die Folge von Streuung, Reflexion und Brechung erfassen und so etwa Schattenbildung oder die Entstehung einer optischen Abbildung beschreiben.

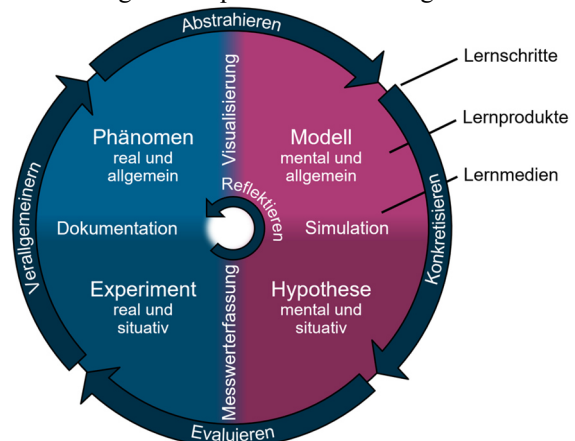


Abb. 1: Zusammenwirken von Modell und Experiment

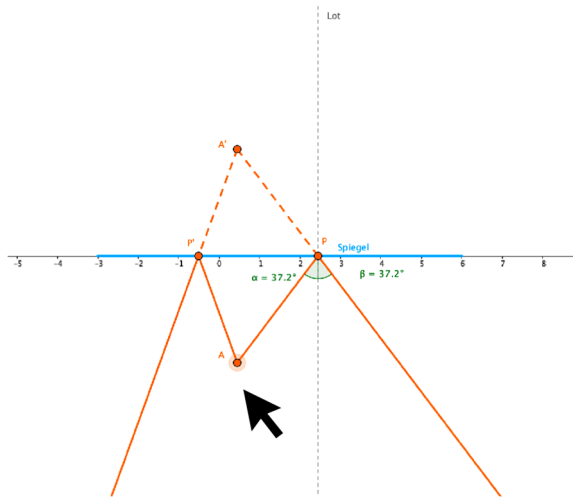


Abb. 2: Konstruktion des Ortes des virtuellen Bildes am ebenen Spiegel mit Hilfe des Reflexionsgesetzes

Abbildung 2 zeigt beispielhaft, wie sich der Ort des virtuellen Bildes am ebenen Spiegel durch Anwendung des Reflexionsgesetzes ergibt. Im Gegensatz zu einer zeichnerischen Konstruktion im Heft können die Schülerinnen und Schüler dabei den Ort des Objektes dynamisch verändern und die Veränderung der Lage des Bildes unmittelbar nachvollziehen.

Tatsächlich lassen sich auch zahlreiche Sachverhalte außerhalb der geometrischen Optik auf eine geometrische Beschreibung reduzieren und so mit GeoGebra modellieren. Beugungsphänomene etwa verlangen die Bestimmung der Länge von Lichtwegen zwischen Objektpunkt und Empfängerpunkten (auf einem Schirm). Um die Intensität in jedem Empfängerpunkt zu erhalten, werden die Amplituden phasenrichtig addiert.

Die verbreitete Vorgehensweise, nach der ein Beugungsspalt aufgeteilt wird, um dann den Beitrag dieser Teile in Rechnung zu bringen, führt lediglich im Falle der Fernfeldbeugung (Fraunhofer-Beugung) zum Erfolg. Durch die Modellierung mit GeoGebra lassen sich die Beiträge sehr vieler Lichtwege kalkulieren, wodurch auch Sachverhalte der Nahfeldbeugung (Fresnel-Beugung) erfasst werden können (Abb. 3).

3. Augmented Reality

Während bei Virtual Reality (VR) die reale Umgebung vollständig durch eine virtuelle ersetzt wird, etwa indem man durch eine entsprechende Brille schaut, wird mit Augmented Reality (AR) die reale Umgebung mit virtuellen Anteilen überlagert. GeoGebra bietet eine solche AR-Funktionalität, wenn man die Modelle in der 3D-Ansicht erstellt. Ein solches Modell wird dann dem Kamerabild eines realen Experiments auf einem Smartphone oder einem Tablet überlagert (Teichrew & Erb, 2020b). Hierzu muss zu Beginn das Modell durch Verschieben und Skalieren angepasst werden. Beim Bewegen um das Experiment bleibt die Überlagerung dann erhalten.

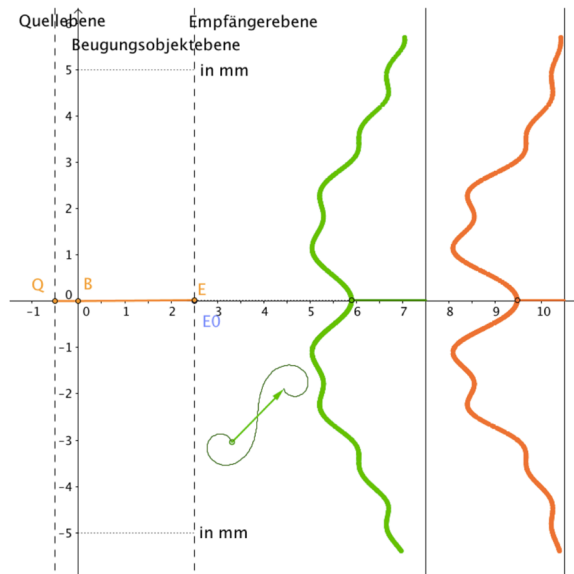


Abb. 3: Modellierung der Intensitätsverteilung hinter einem Spalt im Falle der Nahfeldbeugung (Erb, 2016)

Abbildung 4 zeigt eine Münze vor einem ebenen Spiegel, ihr virtuelles Bild im Spiegel und eingeblendet das zugehörige Modell (Teichrew & Erb, 2022). Bewegt man sich um das Experiment, verschiebt sich die Lage des Bildes relativ zum Spiegel, aber in jeder Situation schneiden sich die rückwärtigen Verlängerungen der Lichtwege am Ort des Bildes. Dies bleibt insbesondere auch dann erhalten, wenn man senkrecht von oben auf die Anordnung blickt: Das Spiegelbild ist dann nicht mehr sichtbar, die rückwärtigen Verlängerungen der Lichtwege hingegen schneiden sich auch dann hinter dem Spiegel, und zwar genauso weiter dahinter, wie die Münze davor liegt.

Besonders zur Modellierung geeignet sind auch Themen aus der Elektrostatik. Mit Ort und Stärke von elektrischen Ladungen lässt sich die Kraft auf eine

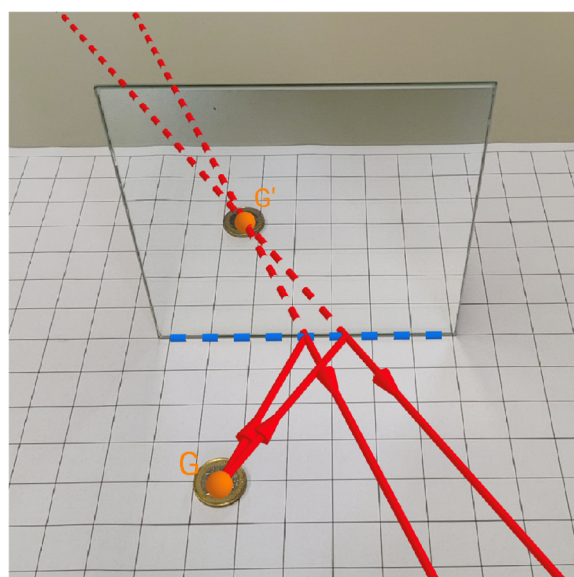


Abb. 4: Überlagerung von Experiment und Modell bei der Bildentstehung am ebenen Spiegel

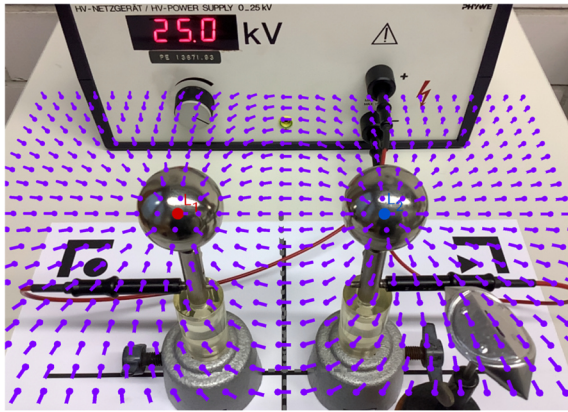


Abb. 5: Überlagerung von Experiment und Modell für das elektrische Feld zweier Kugeln

Probeladung und so auch die elektrische Feldstärke im Raum errechnen. Abbildung 5 zeigt das elektrische Feld zweier ungleichnamig geladener Kugeln (Erb & Teichrew, 2023). Dargestellt sind Richtungsanzeiger für die elektrische Feldstärke. Die Vektoren der Feldstärke sind dagegen zur Veranschaulichung nicht so gut geeignet, da ihre Länge stark mit dem Abstand variiert. Im Realexperiment zu erkennen ist weiter der etwas zusammengedrückte Aluminiumtopf eines Teelichtes. Aufgrund der Influenz gibt dieser (in Übereinstimmung mit dem Modell) die Richtung des Feldes an.

4. Das elektrische Potential

In der Elektrostatik hat sich neben der Darstellung des (vektoriellen) Feldes mit Hilfe von Feldstärkevektoren und Feldlinien auch die des (skalaren) Potentials bewährt. In GeoGebra haben wir für dessen Modellierung die Ebene, die die Ladungen enthält, in quadratische Abschnitte unterteilt, das Potential in jedem Abschnitt berechnet und schließlich den Abschnitt nach dem Potential farblich kodiert. Abbildung 6 zeigt das Ergebnis für zwei punktförmige, ungleichnamige Ladungen. Zusätzlich eingezeichnet sind erneut Richtungsanzeiger für die elektrische Feldstärke, die allerdings nicht mit dem Coulomb'schen Gesetz berechnet worden sind, sondern durch die Ableitung des Potentials (als Differenzenquotient).

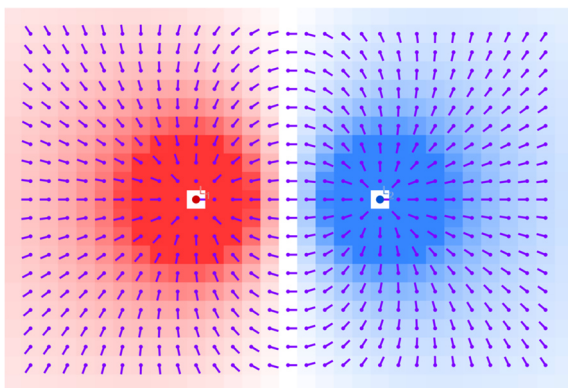


Abb. 6: Berechnung der Richtung der elektrischen Feldstärke aus dem Potential

Da zur Berechnung der elektrischen Feldstärke an jedem Ort der vektorielle Beitrag jeder Ladung berücksichtigt werden muss, bei der Berechnung des Potentials dagegen nur skalare Größen addiert werden müssen, bietet sich die Verwendung des Potentials insbesondere dann an, wenn viele Ladungen zugleich betrachtet werden. Die Modellierung mit GeoGebra macht das Kalkulieren mit wirklich vielen Ladungen nicht einfach, jedoch lässt sich die Vorgehensweise bereits mit wenigen Ladungen gut demonstrieren. Für Abbildung 7 wurde ein Plattenkondensator aus 14 diskreten Ladungen modelliert. Es ist gut erkennbar, dass das Feld im Innenraum homogen wird. Auch im Außenraum berechnet die Modellierung ein Feld, während der reale Plattenkondensator dort keines besitzt. Dies liegt an der Berechnung mit nur vergleichsweise wenigen Ladungen.

5. Dynamik

Eine geometrische Modellierung ist für statische Problemstellungen geeignet. Jedoch auch ein dynamischer Sachverhalt kann mit etwas Mühe modelliert werden, wenn man ihn in zeitlich diskrete Schritte zerlegt. Abbildung 8 zeigt den Fall einer Kugel (grün) mit Reibung. In Abständen von $\Delta t = 0,05$ s wird der Ort aus dem vorherigen Ort und der Geschwindigkeit mit dem Euler-Verfahren berechnet. Für jeden Zeitschritt wird in der rechten Hälfte der Abbildung der Vektor des zurückgelegten Weges angezeigt (grün), in Violett die Geschwindigkeitsänderung und in Rot die Geschwindigkeit. Man sieht, dass die Geschwindigkeit auf einen Grenzwert zuläuft, der sich aus der Reibung ergibt, die wiederum von der mit einem Schieberegler einstellbaren Querschnittsfläche der Kugel abhängt. Ein Vergleich mit einer genaueren Berechnung nach dem Runge-Kutta-Verfahren zeigt eine Abweichung, die von der Größe der Zeitschritte abhängt – die Einfachheit des Euler-Verfahrens spricht jedoch für dessen Verwendung.

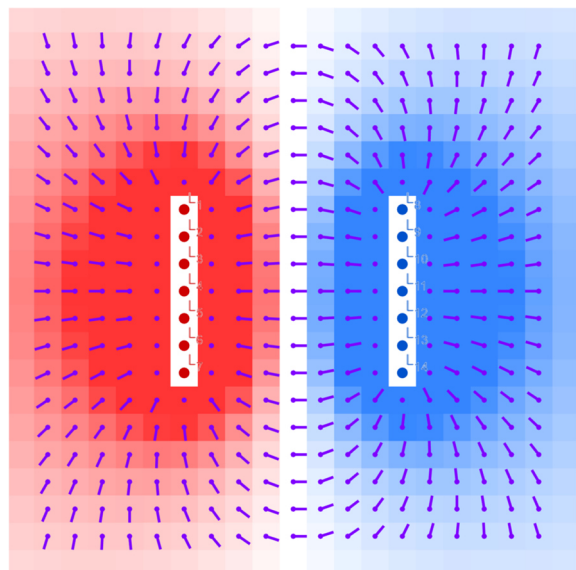


Abb. 7: Berechnung der Richtung der elektrischen Feldstärke aus dem Potential an einem Plattenkondensator

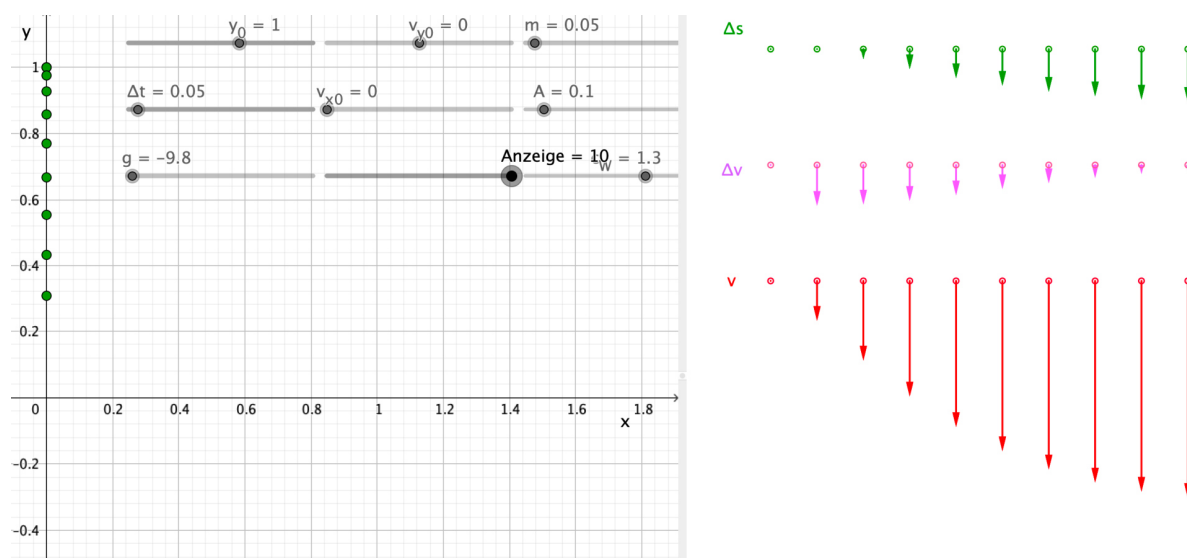


Abb. 8: Berechnung des zurückgelegten Weges und der Geschwindigkeit beim Fall mit Reibung

Es kann auch eine Anfangsgeschwindigkeit in y -Richtung so voreingestellt werden, dass der senkrechte Wurf betrachtet werden kann, und mit einer Anfangsgeschwindigkeit in x -Richtung auch der schiefe Wurf.

6. Fazit

Die Modellierung physikalischer Sachverhalte mit GeoGebra ist für mehrere Themenbereiche möglich. Sie erlaubt die Betrachtung von Problemstellungen, die sonst nur schwer zugänglich sind, wie im Falle der Beugung und der reibungsbehafteten Bewegungen. Als hauptsächlicher Vorteil erscheint uns aber die Möglichkeit, vergleichsweise einfache Modellierungen im Physikunterricht anwenden zu können, die von Schülerinnen und Schülern selbst manipuliert oder sogar selbständig angefertigt werden können. In diesen Fällen wird der gegenseitige Vergleich von Modell und Experiment möglich, was notwendig ist, um den physikalischen Erkenntnisprozess nachvollziehen zu können. Die Verwendung der AR-Funktionalität vereinfacht diesen Vergleich zusätzlich. Der Einsatz dieser Modelle wurde mittlerweile von uns in mehreren Fällen empirisch untersucht (Freese, Glatz, Teichrew & Erb, 2023).

7. Literatur

- Erb, R. (2016). *Optik mit GeoGebra*. Berlin: De Gruyter.
- Erb, R. & Teichrew, A. (2023). Das elektrische Feld – Modell und Experiment. *Plus Lucis*, 2023(3).
- Freese, M., Glatz, L. C., Teichrew, A. & Erb, R. (2023). Wirkungsvolle Augmented Reality-Experimente im physikalischen Praktikum. *PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung*. Hannover.

KMK. (2004). *Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss (Jahrgangsstufe 10) - Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16.12.2004*. München: Luchterhand in Wolters Kluwer Deutschland.

Leisner-Bodenthin, A. (2006). Zur Entwicklung von Modellkompetenz im Physikunterricht. *ZfDN*, (12), 91–109.

Teichrew, A. & Erb, R. (2020a). Lernen mit Modellen und Experimenten: Von der Beobachtung zur Erkenntnis am Beispiel des Regenbogens. *MNU*, 73(6), 481–486.

Teichrew, A. & Erb, R. (2020b). How augmented reality enhances typical classroom experiments: examples from mechanics, electricity and optics. *Physics Education*, 55(6), 065029. <https://doi.org/10.1088/1361-6552/abb5b9>

Teichrew, A. & Erb, R. (2022). Dynamisch modelliert. *Physik Journal*, 21(2), 25–28.

Thiele, M., Mikelskis-Seifert, S. & Wünsch, T. (2005). Modellieren - Schlüsselfähigkeit für physikalische Forschungs- und Lernprozesse. *PhyDid A - Physik und Didaktik in Schule und Hochschule*, 1(4), 30–46.

Modelle verfügbar unter

- <https://www.geogebra.org/u/rephysik>
<https://www.geogebra.org/u/ateichrew>