

## Schattenbilder wie Schriftzeichen lesen Eine bildoptische Studie nach Kepler

Johannes Grebe-Ellis

Leuphana Universität Lüneburg, Didaktik der Physik, Scharnhorststr. 1, 21335 Lüneburg  
[grebe-ellis@uni.leuphana.de](mailto:grebe-ellis@uni.leuphana.de)

### Kurzfassung

In einem früheren Beitrag wurde gezeigt, wie die Entstehung und Transformation von Schattenbildern als charakteristische Funktion der Sichtgeometrie von Schattengeber und Leuchte mathematisch modelliert werden kann [1]. Um diesen Bildzusammenhang auch qualitativ zu verstehen und zugleich geometrisch zu verallgemeinern, wird eine Überlegung zur formalen Genese von Schattenbildern vorgestellt, die auf Keplers bildoptische Beschreibung von „Lichtfiguren“ Bezug nimmt. Dabei wird die Art, wie sich die Form der Leuchte dem Schattenbild aufprägt, auf den Einfluss bezogen, den der Querschnitt eines Stiftes auf das Schriftbild hat.

### 1. Einleitung

Der Schatten, so lehren es Schul- und Hochschullehrbücher, ist ein Abwesenheitsphänomen: ein Loch im Licht, hervorgerufen von einem undurchsichtigen Gegenstand, der Rest ist Geometrie (siehe z.B. [2] und [3]). Zur Vermittlung dieser Einsicht, die im Physikunterricht der Mittelstufe gelegentlich als Einführung in die geometrische Optik benutzt wird, benötigt man nicht mehr als eine Unterrichtsstunde. Demgegenüber erscheint es bemerkenswert, welche Aufmerksamkeit dem Schatten in den letzten zehn Jahren nicht nur als neu zu entdeckendem optischen Phänomen, sondern auch als kulturellem Symbol und als philosophischer Metapher zuteil geworden ist. Stellvertretend seien die Schatten-Monographien von Casati und Sorensen genannt [4,5]. Die Ausdrücklichkeit, mit der die Autoren den Schatten durch eine Fülle an vielfältigen Beobachtungen und originellen Erörterungen als eigenständiges Phänomen würdigen, lässt den Eindruck entstehen, als stünde die Begründung einer „Schattenwissenschaft“ bevor, die sich gegenüber der seit Platons Höhlengleichnis auf Licht fixierten Erkenntnismetaphorik der Philosophie die Rehabilitation der Dunkelheit zum Ziel gesetzt hätte [6].

Die Anregungen, die aus den genannten Studien für eine alltagsnahe, unterhaltsame und phänomenorientierte Bereicherung von Physikunterricht gewonnen werden können, sind vielfältig und zahlreich. Bei näherer Lektüre fällt indessen auf, dass die Autoren im physikalischen Kern die oben genannte quasi-mechanische Definition des Schattens übernehmen. Dabei wäre es gerade für den Kontext von Physikunterricht interessant, wie diese Definition zu erweitern wäre, so dass eine ausführlichere Behandlung von Schattenphänomenen nicht nur motivierend und Interesse fördernd, sondern auch inhaltlich ge-

rechtfertigt erscheint. Wie sich eine solche Erweiterung als Folge einer bildoptischen Behandlung des Schattens ergibt, wird im Folgenden skizziert.

Dass jeder Schatten nicht nur Information über den Schattengeber, sondern auch über die Lichtquelle enthält, wird gelegentlich erwähnt [3]. Wie diese Information aber als *Bild*information gelesen werden kann, setzt eine Beschäftigung mit den Entstehungsbedingungen und Transformationseigenschaften von Schatten *als Bildern* voraus, die im konventionellen Kanon der Optik nicht vorgesehen ist. Dies hat vor allem historische Gründe [7]. Unter der Voraussetzung, dass man Schatten als Bilder sehen lernt, eröffnet sich indessen ein überraschend vielfältiges Gebiet an Phänomenen. Diese sind mitunter nicht nur physikalisch anspruchsvoll, sondern auch überraschend schön und variantenreich (Abb. 1).



Abb. 1: Schattenbild von Eichenlaub an einer weiß gekalkten Wand, dem sich große unscharfe Lochkamera-bilder der Sonne, so genannte „Sonnentaler“, überlagern.

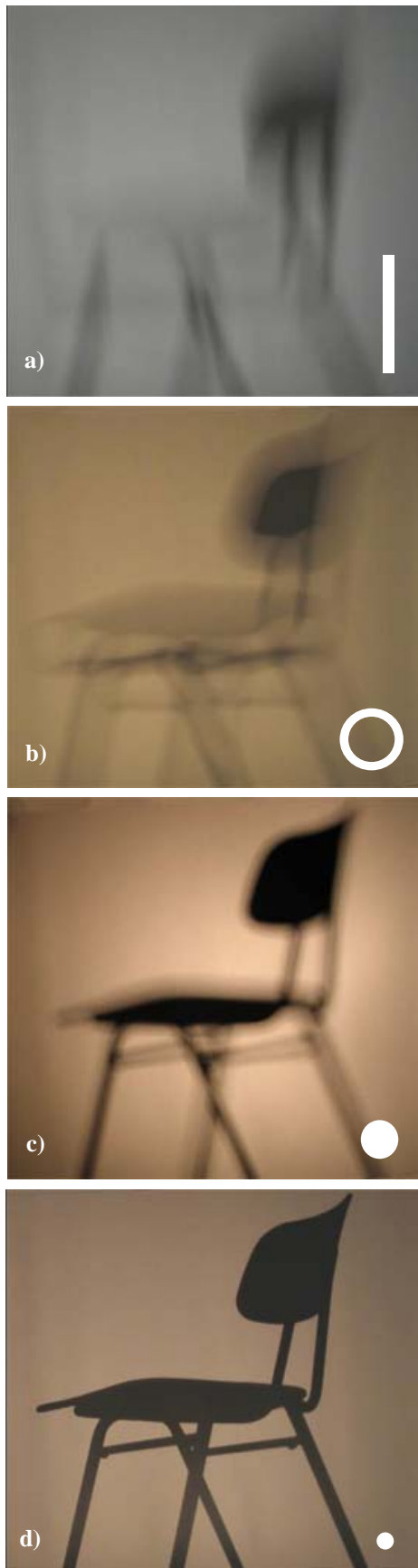


Abb. 2: Vier Schattenbilder desselben Stuhls. Rechts unten ist jeweils die vom Schirm aus gesehene Form der beleuchtenden Lampe schematisch angegeben.

Neben den Effekten des so genannten „hellen Schattens“ und des „Beulenziehens“ (vgl. [8]) gehören dazu auch die „farbigen Schatten“ [9]. Inwiefern es berechtigt ist, komplementäre Schattenbilder als eigene Klasse von Phänomenen zu bezeichnen, wird erst im Übergang vom einfachen Schattenbild zur Lochkameraabbildung deutlich.<sup>1</sup> Hier zeigt sich, dass die Komplementarität von Schattenbildern, die an zueinander inversen Schattengebern entstehen, ein übergeordnetes Strukturmerkmal darstellt. Durch die abbildungsoptische Verallgemeinerung der Betrachtung auf geometrisch äquivalente Fälle können so auch Phänomene berücksichtigt werden, die durch eine Art „negative“ oder „umgekehrte Lochkameraabbildung“ zustande kommen.

Im Folgenden werden bereits bekannte Aspekte einer bildoptischen Beschreibung von Schatten kurz resümiert und auf eine bisher unbeantwortete Frage zugespitzt, die das qualitative, einer mathematischen Beschreibung von Schattenbildern vorausgehende Verständnis der Transformationseigenschaften von Schattenbildern betrifft. Ich möchte zeigen, dass sich diese Eigenschaften durch eine funktionelle Analogie zur Genese von Schrift nachvollziehen und verallgemeinern lassen. Angeregt wurde diese Überlegung durch die bildoptische Behandlung von Schattenbildern als „Lichtfiguren“ in den optischen Schriften Keplers [11].

### 1.1. Die Entdeckung des Schattens als Bild

Schatten als Bilder sehen lernen – was heißt das? Abbildung 2 zeigt vier Schatten, die sich in ihrer Form stark unterscheiden. Dass es sich in allen vier Fällen um Schatten desselben Stuhls bei gleichbleibendem Abstand zum Schirm handelt, erscheint insbesondere gegenüber Bild a) zunächst erstaunlich und wirft zugleich die Frage nach dem jeweils wirksamen Verfremdungseffekt auf: Die Form des Stuhls wird offensichtlich von einer weiteren Struktur überlagert, die sich dem ganzen Schatten als Stil aufprägt – am stärksten ist dieser Einfluss in den Bildern a) und b) zu sehen, am geringsten ist er in Bild d). Bild a) würde man möglicherweise ohne den Zusammenhang mit den anderen Bildern gar nicht als Schatten eines Stuhls erkennen. – Die Auflösung des Rätsels ergibt sich im Blick auf die Geometrie der jeweiligen Leuchte (diese ist in den Bildern rechts unten dargestellt): im Stil der Verfremdung des Stuhlschattens ist die vom Schirm, d.h. vom Ort des Schattens aus gesehene Form der Leuchte wirksam [1]. Interessant ist nun, die gestalthafte Verwandtschaft von Verfremdungsstil und Leuchtengeometrie genauer ins Auge zu fassen und den Blick sozusagen auf die Fähigkeit hin zu trainieren, im Verfremdungsstil des

<sup>1</sup> Ein prominentes Beispiel hierfür sind die Lochkameraabbildungen der Sonne am Boden unter hohen Blätterdächern, auch „Sonnentaler“ genannt (Abb. 1), auf deren geometrische Eigenschaften und Untersuchung im historischen Kontext mit besonderer Rücksicht auf Kepler Schlichting aufmerksam gemacht hat [10].

Schattengebers im Schattenbild den Typ der beleuchtenden Lampe zu erkennen.

Eine erste Antwort auf die Frage, was es heißt, Schatten als Bilder sehen zu lernen, könnte demnach lauten: Der Schatten ist nie nur Bild des schattengebenden Objekts, sondern stets auch Bild der beleuchtenden Lampe. Schatten als Bilder zu sehen heißt, diesen *Bildzusammenhang* im konkreten Schattenbild erkennen zu können.

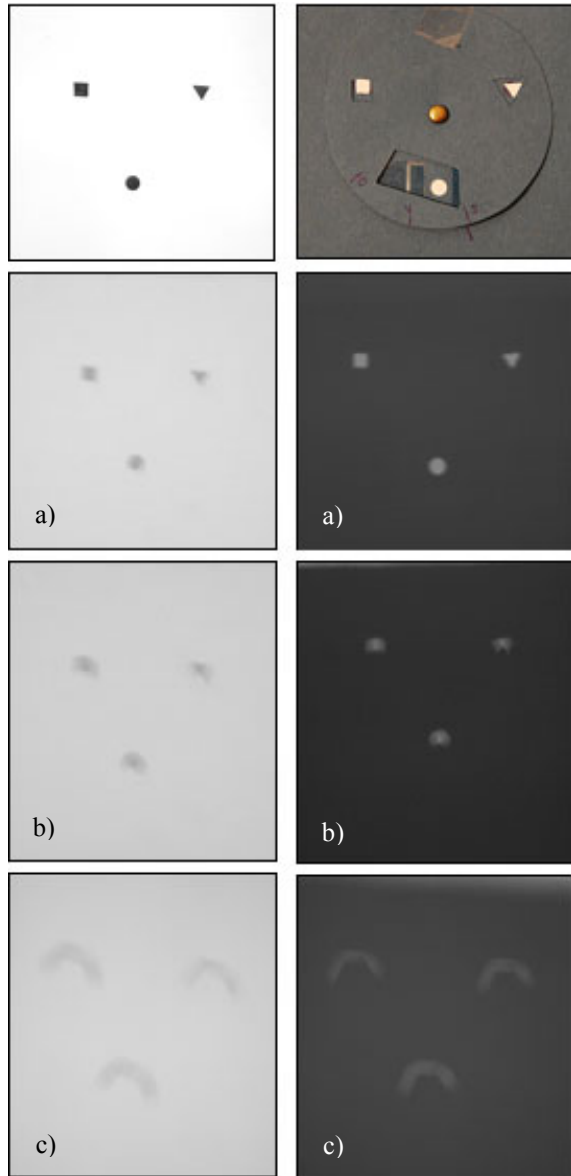


Abb. 3: Komplementäre Schattenbilder inverser Blenden bei Beleuchtung mit einer nach oben geöffneten Glühwendel. Oben: die rechts ausgeschnittenen Formen wurden links auf eine Glasscheibe aufgeklebt. a) Blende in Schirmnähe, b) die Blende teilt die Entfernung Leuchte-Schirm etwa im Verhältnis 4:1, c) Blende nah vor der Glühwendel.

## 1.2. Der Einfluss von Blenden- und Leuchtengeometrie auf das Schattenbild

Die Frage nach dem Verhältnis, in dem sich die „Figuren“ von Schattengeber und Leuchte im Schattenbild „vermischen“ [11, S. 94], so dass mal die Figur des Schattengebers, mal die Figur der Leuchte im Schattenbild stärker hervortritt, führt auf eine Betrachtung der räumlichen Bedingungen und insbesondere der relativen Größen von Schattengeber und Leuchtengeometrie. Je kleiner der als Blende ausgeführte Schattengeber im Verhältnis zur Ausdehnung der Leuchte ist, desto besser lässt sich die Verwandlung des Schattenbildes vom Blendenbild ins Bild der beleuchtenden Lampe zeigen – als Funktion der Blendenposition zwischen Schirm und Leuchte (Abb. 3, a-c). Und obwohl der Fall geometrisch einleuchtet, so ist es dennoch überraschend, zu sehen, wie die Schatten verschieden geformter kleiner Blenden bei zunehmendem Abstand vom Schirm jede Ähnlichkeit mit den sie erzeugenden Blenden verlieren und in *dunkle* Bilder des beleuchtenden Glühfadens übergehen – eine „invertierte Lochkamera-situation“ (Abb. 3, linke Spalte).

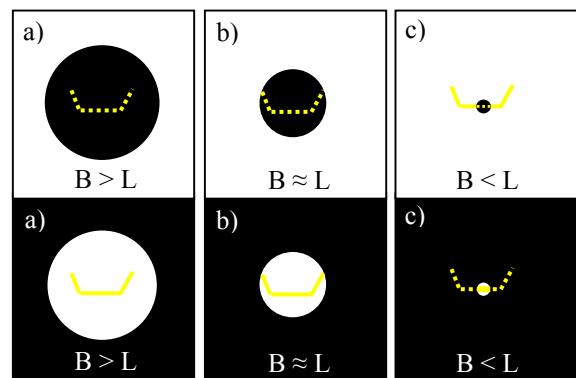


Abb. 4: Perspektivisches Größenverhältnis von Blende  $B$  und Leuchte  $L$ , gesehen vom Schirm aus und schematisch dargestellt am Beispiel der Kreis- bzw. Lochblende für die drei zu den Schattenbildpaaren in Abbildung 3 gehörenden Blendenpositionen a)-c).

Der damit eingeschlagene Weg führt u.a. zu folgenden Feststellungen: 1. Schattenbilder zueinander inverser Schattengeber (Blenden) sind komplementär. 2. Im Schattenbild vermischen sich Blenden- und Leuchtenbild; welches von beiden das Schattenbild stärker prägt, hängt vom Größenverhältnis zwischen Blende und Leuchte sowie der Blendenposition ab. Sind die absoluten Abmessungen der Blende *kleiner* als die der Leuchtengeometrie, lassen sich die drei in Abbildung 3 dargestellten Bildphasen unterscheiden:

- im Schattenbild dominiert die Blendengeometrie;
- weder die Blenden- noch die Leuchtengeometrie sind eindeutig erkennbar, es besteht eine Art „Mischungs-gleichgewicht“ der Figuren;
- im Schattenbild dominiert die Leuchtengeometrie. Die optischen Bedingungen dieser Phasen können noch genauer beschrieben werden, indem das am Ort

des Schattenbildes auf dem Schirm wirksame, d.h. von dort aus sichtbare, perspektivische Größenverhältnis von Blende und Leuchtengeometrie in Abhängigkeit von der Blendenposition berücksichtigt wird (Abb. 4). Nimmt man die in Abbildung 4 dargestellte Perspektive auf Blende und Leuchte ein und bewegt das Auge quer zur Beleuchtungsrichtung durch den Schatten hindurch, so lassen sich parallaxebedingt den verschiedenen Bereichen des Schattens unterschiedliche Verdeckungsstadien zwischen Blende und Leuchte zuordnen. Insbesondere die Teilschattenbereiche werden dann verständlich als diejenigen Bereiche, von denen aus Teile der Leuchte durch die Blende verdeckt (im Falle der Lochblende, für die Kreisblende gilt: nicht verdeckt) gesehen werden. Die Ausdehnung dieser Bereiche ist folglich eine Funktion der vom Schattenbild aus gesehenen Ausdehnung der Leuchte. Der Teilschattenbereich kann demnach auch als *Bildzone der Leuchte* angesehen werden.

Entscheidend dafür, dass im Schattenbild die Form der Leuchte bestimmend wird, ist nach Abbildung 4, dass nur noch Ausschnitte der Leuchte durch die Blende gesehen (verdeckt) werden, d.h. dass die gesehene (verdeckte) Ausdehnung der Blende klein wird gegen diejenige der Leuchte. Im Fall  $B \ll L$  zeigt die Lochblende von den beleuchteten Orten auf dem Schirm aus gesehen nur noch einzelne „Punkte“ der Leuchte. Bewegt man sich vor dem Schirm mit dem Auge so, dass man diese „Punkte“ nacheinander „abtastet“, vollzieht man mit der Bewegung die Form der Leuchte nach und es ist sofort verständlich, weshalb das Lochkamerabild bezüglich der Leuchte punktsymmetrisch gespiegelt ist.

Für den entsprechenden Fall der Kreisblende gilt, dass diese vom Schirm aus gesehen nur noch einzelne „Punkte“ der Leuchte verdeckt (Abb. 4, c), es demnach an den zugehörigen Orten des Schirms etwas dunkler ist als an benachbarten Orten, von denen aus die Leuchte unverdeckt gesehen wird. „Tastet“ man mit der Kreisblende nebeneinander liegende Orte auf der Leuchte ab, indem man sich mit dem Auge vor dem Schirm bewegt, so vollzieht man analog zum Fall der Lochblende die Form der Leuchte nach, diesmal aber als Spur von partiellen *Verdeckungen*, weshalb das zum Lochkamerabild komplementäre „Kreisblendenkamerabild“ ebenfalls als Teilschattenbild verständlich wird.

### 1.3. Wie „vermischen“ sich die „Figuren“ von Blende und Leuchte im Schattenbild?

Dass die in Abbildung 3 gezeigte Transformation des Schattenbildes als Funktion der relativen Blendenposition mathematisch modelliert werden kann, indem über das Faltungsprodukt der in die Lampenebene projizierten Blendenfunktion  $A(x)$  mit der Lampenfunktion  $L(x)$  integriert wird, wurde in [1] gezeigt. Darin wird die Funktion  $S(y)$ , welche die Sichtbarkeit der Lampe für jeden Punkt des Schirms angibt, in eine Helligkeitsfunktion  $H(y)$  umgeschrie-

ben, welche die Helligkeitsverteilung auf dem Schirm und damit das Schattenbild beschreibt. Diese Funktion lässt sich als zweidimensionales Faltungsintegral ausdrücken [1]:

$$S(\mathbf{y}) = \int_{\mathbb{R}^2} L(\mathbf{x}) A\left(\frac{d_1 \mathbf{x} + d_2 \mathbf{y}}{d_1 + d_2}\right) d\mathbf{x}$$

$$\downarrow$$

$$H(\mathbf{y}) = k^2(L_k(\mathbf{x}) \otimes A_k(\mathbf{x}))$$

Abgesehen davon, dass die betreffenden Rechnungen den Rahmen von Schulmathematik übersteigen, bleibt die Frage offen, wie eine *Vorstufe* der mathematischen Beschreibung im Sinne eines qualitativen Verständnisses der Transformationseigenschaften von Schattenbildern aussehen könnte. Es wird also nach einer geometrischen Vorschrift gefragt, die das „Vermischen“ der „Figuren“ von Blende und Lampe im Schattenbild anschaulich nachvollziehbar macht.

## 2. Schatten und Schrift: Keplers „Lichtfiguren“

Die Idee der Vorschrift, die hier im Folgenden vorgestellt werden soll, besteht darin, die formale Genese des Schattenbildes analog zur Entstehung eines *Schriftbildes* zu behandeln. Die Analogie Schattenbild-Schriftbild sagt dabei nichts über die tatsächliche Entstehung von Schattenbildern aus. Sie gestattet lediglich, die Art, wie sich die Form der Leuchte dem Schattenbild aufprägt, auf den Einfluss zu beziehen, den der Querschnitt einer Schreibfeder auf das Schriftbild hat. Beide, die Form des Schattenbildes und die Form des Schriftbildes, können als multiplikative Verknüpfung zweier geometrischer Elemente beschrieben werden: hier Schattengeber und Leuchte, dort Schriftzeichen und Feder.

Um zunächst zu verdeutlichen, inwiefern sich diese Überlegung methodisch an Keplers Vorschrift, sich die Entstehung von „Lichtfiguren“ (Schattenbildern) zu denken, anschließt und letztere verallgemeinert, wird der entscheidende Passus Keplers aus dem Kapitel „Lichtfiguren“ [11, S. 84ff] im Folgenden zusammengefasst. Kepler operiert in drei parallelen Ebenen: der Boden seiner Kammer ist die Abbildungsebene, darüber befindet sich ein in der Höhe befestigtes Buch, das „den leuchtenden Körper“ vertritt. In den Zwischenraum fügt er als Schattengeber eine Tafel mit einem vieleckigen Loch ein. Die Geometrie des Schattenbildes ergibt sich im Folgenden dadurch, dass Kepler die auf die Abbildungsebene bezogenen Verdeckungsverhältnisse zwischen Tafel und Buch mit einem Faden ausmisst, der nacheinander zunächst an den Ecken, dann an den Seiten des Buches befestigt und straff gespannt am Rand der Tafelöffnung *entlanggeführt* wird. Die dabei für jede Buchecke als Projektionszentrum und schließlich für „unzählige Punkte des Randes“ entstehenden Projektionsbilder der Tafelöffnung auf dem Boden zeichnet Kepler mit Kreide nach und erhält aus der

Überlagerung dieser Bilder den Umriss des Schattenbildes, das sich bei der Beleuchtung der Tafelöffnung durch einen leuchtenden Körper mit den geometrischen Abmessungen des Buches auf dem Boden ergeben würde.

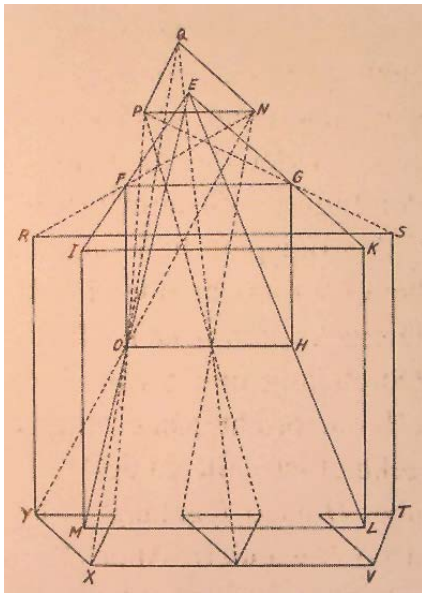


Abb. 5: Keplers Zeichnung zur Erklärung der Entstehung des Schattenbildes [11, S. 91]. Das Dreieck  $PNQ$  ist eine leuchtende Fläche mit dem Zentrum  $E$ , das Rechteck  $FGHO$  ist ein Fenster. Jeder Punkt auf dem Rand desselben vermittelt ein umgekehrtes Bild der Leuchte (zur Verdeutlichung wurde die von der Fensterecke  $O$  vermittelte Lochkameraabbildung farblich hervorgehoben). Die Gesamtheit dieser umgekehrten Bilder von  $PNQ$  ergibt den Umriss des Fensterschattens  $RSTVXY$ . Diesen kann man sich nach Kepler auch dadurch entstanden denken, dass man das Projektionszentrum in  $O$  am Rand des Fensters entlang führt und dadurch eine Spur von Lochkameraabbildern über das scharfe Bild  $IKLM$  des Fensters legt. Ebenso kann der Umriss  $FGHO$  als Hindernis betrachtet werden, dann ergibt sich das komplementäre Schattenbild.

Im Anschluss an den geometrischen Beweis seiner Überlegungen verlegt Kepler das Projektionszentrum von der Lampenebene in die Fensterebene (Abb. 5). Dadurch entstehen in der Bildebene des Schattens Bilder der Leuchte: jeder Punkt des Fensterrandes vermittelt ein punktsymmetrisch gespiegeltes Bild der beleuchtenden Lampe. Das Schattenbild des Fensters ergibt sich auf diesem Weg als Gesamtheit der von der Fensteröffnung vermittelten Lampenbilder (Abb. 5): „Die Lichtfigur [das Schattenbild] an der Wand wird gemeinschaftlich erzeugt aus der umgekehrten Figur der leuchtenden Fläche [der Leuchte] und der aufrechten des Fensters und entspricht ihnen dem Aussehen nach auf diese Weise [11, S. 91].“ Kepler zeigt so zwei geometrisch äquivalente Wege auf, die Struktur des Schattenbildes als Verknüpfung von Leuchten- und Blendengeometrie zu denken:

1. Auf dem ersten Weg ergibt sich das Schattenbild durch Überlagerung von *Bildern des Schattengebers*. Diese Bilder entstehen, indem jeder Punkt der Leuchtengeometrie jeweils mit der gesamten Blendengeometrie identifiziert wird (Projektionen der Blende in die Bildebene).

2. Auf dem zweiten Weg ergibt sich das Schattenbild durch Überlagerung von *Bildern der Leuchte*. Diese Bilder entstehen, indem jeder Punkt der Blendengeometrie jeweils mit der gesamten Leuchtengeometrie identifiziert wird (Projektionen der Leuchte in die Bildebene).

### 2.1. Die „Bewegung der Bilder“

Auf beiden Wegen geht Kepler in der zusammenfassenden Charakterisierung der Bildgenese noch einen Schritt weiter, indem er sie dynamisch denkt: „[...] die umgekehrte Figur der leuchtenden Fläche, die gleichsam in der leuchtenden Oberfläche [Leuchte] steckt,“ wird „herumgeführt längs der Grenzen des Fensters, wodurch sie mit ihren einzelnen Punkten an der Wand Linien beschreibt, die den Seiten des Fensters entsprechen [...]“ [ebd.].

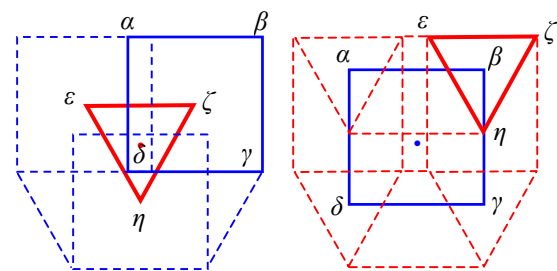


Abb. 6: Die Entstehung der geometrischen Struktur des Schattenbildes durch „Bewegung der Bilder“ [11, S. 92]: Bild der Leuchte (rot) und Bild der Blende (blau). Links: der Schwerpunkt des Blendenbildes wird auf dem Umriss des Leuchtenbildes herumgeführt. Rechts: der Schwerpunkt des Leuchtenbildes wird auf dem Umriss des Blendenbildes herumgeführt.

Der für die Analogie zum Schriftbild entscheidende Punkt ist das „Herumführen“ oder auch „Entlangführen“ 1. des Projektionszentrums auf dem Umriss der Leuchte bzw. 2. des Projektionszentrums auf dem Rand der Blende (genauer: auf dem vom Schirm aus gesehenen Umriss des Schattengebers, vgl. Abb. 5). Diesen dynamischen Operationen, die gewissermaßen „Spurintegrale“ der Blenden- bzw. Leuchtenbilder in der Bildebene des Schattens erzeugen, entsprechen in der Bildebene Relativbewegungen von Leuchten- und Blendenbildern. Im ersten Fall wird das von der Leuchtenebene aus projizierte Blendenbild mit seinem Schwerpunkt auf dem punktsymmetrisch gespiegelten Bild der Leuchte herumgeführt (Abb. 6, links). Im zweiten Fall wird das punktsymmetrisch gespiegelte Leuchtenbild auf dem Umriss des vom Schwerpunkt der Leuchte aus

projizierten Blendenbildes herumgeführt (Abb. 6, rechts). Beide Operationen führen zu derselben Bildgeometrie.

Ohne dies explizit zu sagen, behandelt Kepler die Wirkung der Blende (Leuchte) wie einen Stift, dessen Spitzenquerschnitt die Form der Blende (die punktsymmetrisch gespiegelten Form der Leuchte) hat und mit dem er die „umgekehrte Figur der leuchtenden Fläche“ (die „Figur des Fensters“, d.h. der Blende) „umschreibt“: „Nun führe man das Zentrum der Figur  $\varepsilon\zeta\eta$  [umgekehrtes Bild der Leuchte] auf allen Rändern von  $\alpha\beta\gamma\delta$  [Bild der Blende] herum ...“ heißt es mehrfach in dem betreffenden Textabschnitt [8, S. 97]. Und entsprechend bei vertauschten Rollen von Schattengeber und Leuchte (Zeichen und Stift): „In derselben Weise bewege man das Zentrum der Figur  $\alpha\beta\gamma\delta$  [Bild der Blende] durch alle Ränder von  $\varepsilon\zeta\eta$  [umgekehrtes Bild der Leuchte].“

Keplers Lichtfiguren sind in seinen Beschreibungen stets Schattenbilder von Fensteröffnungen in der Beleuchtung verschieden geformter Leuchtfelder. Diesen Fall zu behandeln liegt nahe: zum einen entspricht er der alltäglichen Situation, dass Sonnenlicht den Schattenriss eines Fensters z.B. auf dem Boden entwirft; zum anderen geht aus dieser Anordnung durch Verkleinern der Fensteröffnung die Lochkamera hervor, deren Abbildungseigenschaften Kepler aufklären wollte. Seine Zeichnungen, die sich auf die abbildungsoptisch relevante Geometrie beschränken, können aber genauso gut auch komplementär gedeutet werden; sie enthalten mehr physikalisch realisierbare Fälle als nur den genannten. Einen Hinweis darauf, dass Kepler den Fall räumlich invertierter „Figuren“ behandelt, deren Schattenbilder sich zu seinen „Lichtfiguren“ komplementär verhalten würden, habe ich in seinen Schriften nicht gefunden. Solche „Schattenfiguren“, ergeben sich, wenn beispielsweise das Rechteck  $FGHO$  in Abbildung 5 nicht als Fenster, sondern als Hindernis gedeutet wird. Im Zuge einer systematischen abbildungsoptischen Verallgemeinerung kommt zu der Möglichkeit der räumlichen Invertierung mit der Invertierung des optischen Kontrasts ein weiterer Freiheitsgrad hinzu, so dass die von Kepler in seinen Zeichnungen dargestellte Abbildungsoptik insgesamt acht denkbare Fälle umfasst, die paarweise zueinander komplementär sind (vgl. [12]).

**2.2. Kalligrafische Beobachtungen: Schriftbilder, Zeichen und Feder**

Abbildung 7 zeigt zwei historische Schriftbilder, an denen Merkmale einer mit Feder geschriebenen Schrift studiert werden können. Am eindrücklichsten ist natürlich das individuelle Gesamtbild der Schrift, das zu einem gewissen Grad Auskunft geben mag über Charakter, Temperament und gegenwärtige Verfassung des Schreibenden. Von diesem Zusammenhang der Schrift mit dem Schreibenden soll indessen im Folgenden abgesehen werden. Stattdessen sollen die geometrischen Elemente näher ins Auge

gefasst werden, in deren Zusammenspiel Schrift entsteht: das *Schriftzeichen* und der *Federquerschnitt*.

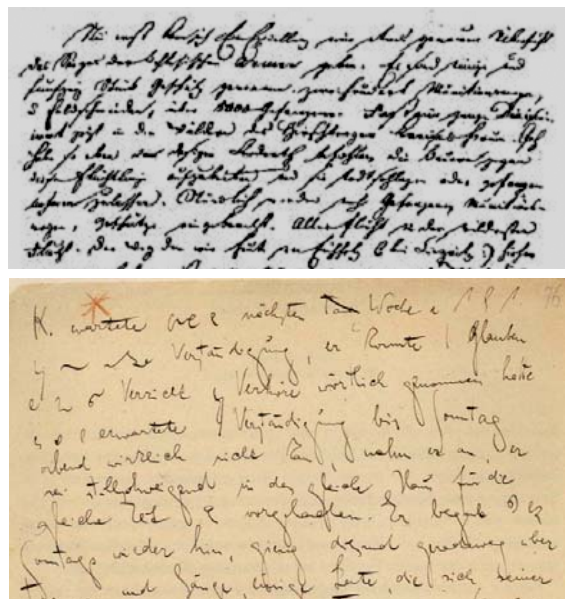


Abb. 7: Schriftbilder. Generalfeldmarschall Gneisenaus Bericht „Schlacht an der Katzbach“ von 1813 (oben) und der Anfang von Kafkas „Der Prozess“ (unten).



Abb. 8: Zur Abhängigkeit des Schriftbildes von der Breite und Stärke der Feder sowie von ihrer Orientierung relativ zur Schreibrichtung [14].

Im Schriftbeispiel Kafkas ist die Variation der Strichstärke gut zu erkennen. Sie verweist auf den Querschnitt der verwendeten Feder. Wie sich Breite und Stärke der Feder sowie ihre Orientierung relativ zur Schreibrichtung auf das Schriftbild auswirken, zeigt exemplarisch Abbildung 8. Am schmalsten ist der Strich in Richtung des Federblattes; hier wird die Strichstärke von der Dicke des Federmaterials be-

stimmt. Quer dazu entspricht die Strichbreite der Federbreite. Welche Partien der Schriftzeichen mit welcher Schriftbreite gewichtet werden, hängt schließlich von der Orientierung der Feder ab (Abb. 8, unten).

Mit der folgenden Formelschreibweise soll die Art, wie dem Schriftzeichen  $Z$  im Vollzug des Schreibens die Form der Feder  $F$  aufgeprägt wird, zusammengefasst werden. Die Verknüpfungsvorschrift (Stern im Kreis) lautet: führe den Schwerpunkt des Federquerschnitts auf der Linie des Zeichens entlang. Das „O“ zum Beispiel entsteht bei Verwendung einer relativ breiten Feder und einer 45°-Neigung derselben wie in Abbildung 9 gezeigt:

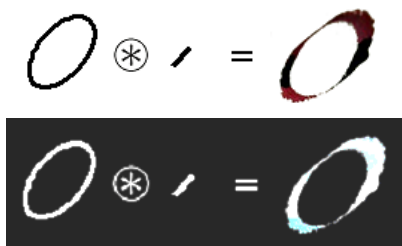


Abb. 9: Genese des Schriftbildes durch die Verknüpfung von Zeichen und Feder, gezeigt am Beispiel des Buchstabens „O“.

Das komplementäre Schriftbild ergibt sich durch Invertieren des Kontrastes von Zeichen (dunkel) und Umfeld (hell). Die Form der Schrift und damit die geometrische Verknüpfung von  $Z$  und  $F$  im Schriftbild ist bezüglich dieser Invertierung invariant. Allgemein lautet die Verknüpfungsvorschrift:

$$Z \circledast F = \text{Schrift}$$

### 2.3. Das rechte Maß

Damit eine Schrift angenehm lesbar ist, sollten sich Zeichen und Federquerschnitt in einem ausgewogenen Größenverhältnis befinden. Ist die Schrift relativ zur Federbreite zu klein, wird sie unleserlich; die Abmessungen der Feder wirken wie eine Art „Auflösungsvermögen“, welche die Lesbarkeit der Schrift nach unten begrenzt. In Hinblick auf das Größenverhältnis von Zeichen und Feder liegt es nahe, die folgenden drei Fälle zu unterscheiden:

$Z > F$ : gut leserliches, schönes *Schriftbild*.

$Z \approx F$ : Schrift unleserlich, da die Zeichen nicht mehr „aufgelöst“ werden können.

$Z < F$ : Das Schriftbild wird zur „verzitterten“ Spur der Feder, zum *Federbild*.

### 3. Licht- und Schattenfiguren wie Schriftzeichen lesen

Wie im Vorangegangenen bereits angedeutet wird der Zusammenhang zwischen Schrift- und Schattenbild nun darin gesehen, dass die Verknüpfung von

Leuchte und Blende in der Form des Schattenbildes der Art entspricht, wie sich im Schriftbild Federquerschnitt und Schriftzeichen verbinden. Die Leuchte repräsentiert die Funktion der Feder, das Schriftzeichen entspricht der Umrisssgeometrie des Schattengebers. Dann kann man sich die Form von Schattenbildern dadurch entstanden denken, dass mit einem Stift, dessen Spitze die punktsymmetrisch gespiegelte Form der Leuchte hat, die Kontur des Schattengebers nachgezeichnet wird.

Der Schwerpunkt des Spitzenquerschnitts (Leuchte) wird dazu auf der selbst ausdehnungslos gedachten Linie des Schriftzeichens (optischer Kontrast) entlang geführt. Dem Umriss des Schriftzeichens (Kontrast) wird auf diese Weise das Bild der Spitzengeometrie (Leuchte) aufgeprägt (Abb. 10 und 11). Die drei im vorigen Abschnitt 2.2 unterschiedenen Fälle für  $Z$  und  $F$  entsprechen dabei den in den Abbildungen 3 und 4 dargestellten Fällen a) – c) der auf den Ort des Schattens bezogenen, perspektivischen Größe von Blende  $B$  und Leuchte  $L$ .

Die analoge Verknüpfungsvorschrift für die Genese des Schattenbildes lautet demnach:

$$B \circledast L = \text{Schattenbild}$$

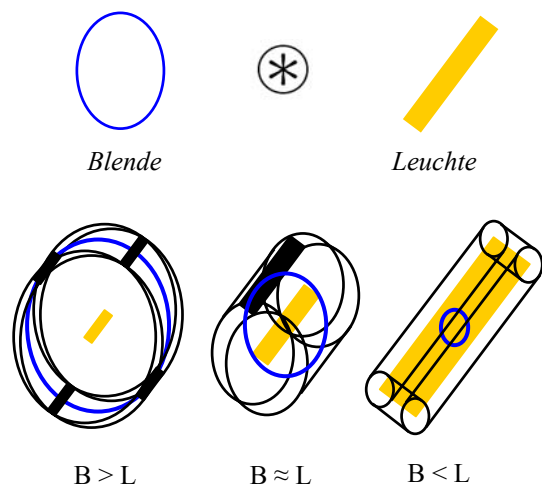


Abb. 10: Die Verknüpfung von Blenden- und Leuchtengeometrie zur Konstruktion des Schattenumrisses am Beispiel einer „o“-förmigen Blende und einer stabförmigen Leuchte, die um 45° geneigt ist. Die Schattenumrisse ergeben sich als Einhüllende der Spuren, die von den vier Ecken der Stablampe gezogen werden, während diese mit ihrem geometrischen Mittelpunkt auf dem Blendenumriss herumgeführt wird. Für den Fall  $B > L$  (links) sind vier Positionen der Leuchte schwarz markiert, für  $L \approx B$  (Mitte) nur eine Position.

Abbildung 10 illustriert die Ausführung der Vorschrift am Beispiel einer ovalen Blendengeometrie, die von einer um 45° geneigten Stablampe beleuchtet wird. Dargestellt sind die drei charakteristischen Fälle aus Abbildung 3:  $B > L$ ,  $B \approx L$  und  $B < L$ . Wie

zu Beginn ausdrücklich hervorgehoben liefert die beschriebene Verknüpfung nur die *Bildgeometrie* des Schattens (und seines komplementären Gegenstücks) in Abhängigkeit vom perspektivischen Größenverhältnis zwischen  $B$  und  $L$ . Das Helligkeits- bzw. Dunkelheitsprofil des Schattens ergibt sich erst durch das Integral über eine Funktion, die jeden Punkt im Schattengebiet mit der von dort aus sichtbaren Flächengröße der Leuchte gewichtet (vgl. [1]).

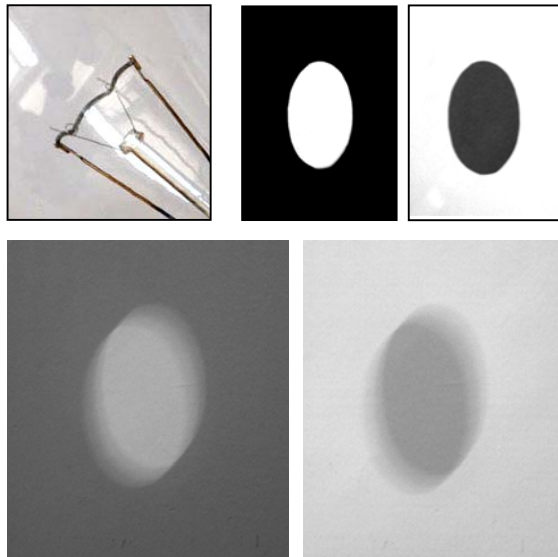


Abb. 11: Schattenbilder (unten), erzeugt mit inversen Blenden (oben rechts). Beleuchtet wurde mit einer Glühwendel, die vom Schatten aus gesehen so orientiert war, wie es oben links gezeigt ist (nicht maßstäblich).



Abb. 12: Komplementäre Schattenbilder inverser Blenden. Der i-Punkt des Schriftzugs liefert ein dunkles (oben) und

helles (unten) Bild der beleuchtenden Glühwendel, die etwa so orientiert ist wie in Abbildung 10 angegeben. Sie entspricht gewissermaßen dem Querschnitt der „Schattenfeder“ bzw. „Lichtfeder“, mit denen die Schriftzüge der Schattenbilder „geschrieben“ sind.

Abbildung 11 zeigt zum Vergleich mit dem Fall  $B > L$  in Abbildung 10 Fotografien der beiden zugehörigen komplementären Schattenbilder.

Um die Möglichkeit, Schattenbilder bzw. „Lichtfiguren“ als mit einer „Lichtfeder“ geschriebene Schrift zu lesen, noch weiter zu veranschaulichen, werden in Abbildung 12 Schattenbilder zueinander inverser Blenden gezeigt, die einen Schriftzug darstellen. Beleuchtet wurde mit derselben Glühwendel wie in Abbildung 11.

#### 4. Zusammenfassung

Anknüpfend an die Studien Keplers zur Entstehung von „Lichtfiguren“ (Schattenbildern) wurde skizziert, wie eine Behandlung von Schattenphänomenen aussehen könnte, die über eine bloß mechanische Definition des Schattens hinausgeht. Im Einzelnen ging es darum, zu zeigen, wie Schatten als Bilder beschrieben werden können, in denen sich die geometrische Information des Schattengebers mit derjenigen der beleuchtenden Lampe vermischt. Ferner wurde nach einem qualitativen, der in [1] vorgestellten mathematischen Beschreibung von Schattenbildern vorausgehenden Verständnis der Transformationseigenschaften von Schattenbildern gefragt. Es wurde gezeigt, dass sich diese Eigenschaften durch eine funktionelle Analogie zur Genese von Schrift veranschaulichen und verallgemeinern lassen.

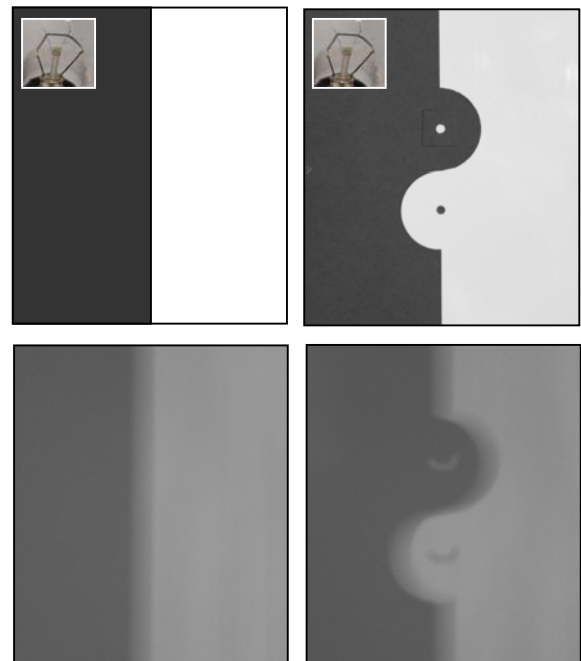


Abb. 13: Beleuchtung einer Kante mit einer Glühwendel der angegebenen Orientierung (oben links); das zugehörige Schattenbild zeigt einen verbreiterten Teilschattenbe-



reich (unten links). Diese Bildzone kann in zweifacher Hinsicht gedeutet werden: einerseits als helles, entlang dem Kantenschatten verschmiertes Lochkamerabild des beleuchtenden Glühfadens. In diesem Fall wird der Kontrast als Rand einer undurchsichtigen (dunklen) Kante gedacht, die, wenn sie konkav zur Rundung einer Lochblende gekrümmt wird, in einer begrenzten Umgebung das verschmierte helle Glühwendelbild unterdrückt und dafür ein helles Einzelbild der Glühwendel erscheinen lässt (rechts unten, obere Bildhälfte). Wird der Kontrast dagegen als Rand einer durchsichtigen (hellen) Kante gedacht, die zur Rundung einer Kreisblende konvex gekrümmt wird und dadurch in einer begrenzten Umgebung das verschmierte dunkle Glühwendelbild unterdrückt, erscheint ein dunkles Einzelbild des Glühfadens. Insofern fallen im Teilschatten als Bildzone der Glühwendel komplementäre Bilder der Glühwendel zusammen.

Zu der Frage, ob sich der behandelte Bildzusammenhang an einer Art Elementar- oder Urphänomen aufzeigen lässt, gibt Holtsmark den Hinweis, dass die einfache Kante als optischer Kontrast bereits alle bildoptischen Aspekte des Schattens aufweist [13]. In welchem Sinne der Kantenschatten eine Bildzone darstellt, in der sich die komplementären Bilder der Leuchte *simultan* geltend machen, verdeutlicht Abbildung 13.

## Literatur

- [1] Quick, Thomas; Müller, Marc; Grebe-Ellis, Johannes (2009): Mathematische Beschreibung von Schattenbildern. In: Nordmeier, V., Grötzebauch, H. (Hg.): *Didaktik der Physik*. Frühjahrstagung der DPG in Bochum. Berlin: Lehmanns Media
- [2] Bergmann & Schaefer (2004): *Lehrbuch der Experimentalphysik*, Bd. 3: *Optik*. Berlin: Walter de Gruyter
- [3] Cornelsen Verlag (1991): *Physik für die Sekundarstufe I*. Teilband 1.1. 1. Aufl. Berlin: Cornelsen Verlag. Vgl. mit Cornelsen Verlag (2006): *Physik plus 7/8. Schülerbuch. Gymnasium. Berlin*. Berlin: Cornelsen / Volk und Wissen
- [4] Casati, Roberto (2001): *Die Entdeckung des Schattens*. Berlin: Berlin Verlag
- [5] Sorensen, Roy (2008): *Seeing dark things. The philosophy of Shadows*. Oxford University Press
- [6] Schmölders, Claudia (2001): Platon und seine Schatten. Roberto Casati präsentiert seine Entdeckung des Schattens. *literaturkritik.de*, 3. Jg. Nr. 6
- [7] Holtsmark, Torger (1963): Probleme der Licht- und Farbenlehre in ihrer geschichtlichen Entwicklung. *Mathematisch-Physikalische Korrespondenz* Nr. 40, S. 5-7
- [8] Maier, Georg (2003): *Optik der Bilder*, Dürnau: Kooperative Dürnau
- [9] Westphal, Nico; Müller, Marc; Grebe-Ellis, Johannes (2009): Wie aus farbigen Schatten bunte Bilder hervorgehen – Experimente zur Zwei-Farben-Projektion. In: Nordmeier, V. & Grötzebauch, H. (Hrsg.): Frühjahrstagung der DPG 2009 in Bochum, *Didaktik der Physik*. Berlin: Lehmanns Media
- [10] Schlichting, Hans Joachim (1995): Sonnentaler fallen nicht vom Himmel. *MNU* 48/4, S. 199-207
- [11] Kepler, Johannes (2008): *Schriften zur Optik*. Hrsg. von Rolf Riekher in der Reihe Ostwalds Klassiker Bd. 198, Frankfurt am Main: Harri Deutsch Verlag
- [12] Rang, Matthias (2009): Der Hellraum als Bedingung zur Invertierung spektraler Phänomene. *Elemente der Naturwissenschaft* 90, S. 46-79
- [13] Holtsmark, Torger (1976): Halbschatten und Bild, *Mathematisch-Physikalische Korrespondenz* Nr. 100, S. 3-10
- [14] <http://www.brause-kalligraphie.com/>