Einsatz von multiplen Repräsentationsformen zur qualitativen Beschreibung realer Phänomene der Fluiddynamik

Christian Rabe*, Vincent Drews*, Larissa Hahn*, Pascal Klein*

*Georg-August-Universität Göttingen, Didaktik der Physik, Friedrich-Hund-Platz 1, 37077 Göttingen
christian.rabe@stud.uni-goettingen.de

Kurzfassung

Empirische Studien zeigten, dass die qualitative Beschreibung realer Phänomene in der Fluiddynamik Lernenden häufig Schwierigkeiten bereitet, insbesondere wenn vektorielle Feldkonzepte eine Rolle spielen, wie z. B. bei der Kontinuitätsgleichung. Aus diesem Grund wurden multi-repräsentationale Lehr-Lern-Materialen zu vektoriellen Feldkonzepten entwickelt, die verschiedene für die Fluidmechanik relevante Repräsentationsformen (Formeln, Vektorfelder) sowie ihre Verbindung beinhalten. In der Physikdidaktik ist bekannt, dass sich die Verwendung von multiplen Repräsentationsformen in vielen Fällen als lernförderlich erweisen kann; eine kohärente Übersetzung zwischen realem Phänomen und Repräsentationsform allerdings auch Schwierigkeiten bereitet. Aus diesem Grund wurde im Rahmen einer Studie das studentische Verständnis der Kontinuitätsgleichung in Flüssigkeitsströmungen untersucht. Durch den Einsatz einer Akzeptanzbefragung konnten Lernschwierigkeiten im Umgang mit den Lehr-Lern-Materialen sowie bezüglich fluidmechanischer Konzepte identifiziert werden, die der Weiterentwicklung der Materialien im Stil des Design-Based Research dienen. Die Fluiddynamik erwies sich dabei als ein äußerst reichhaltiges Feld für physikdidaktische Forschungsarbeiten mit hoher Anschlussfähigkeit an die Elektrodynamik.

1. Einleitung

Die Aero- und Hydrodynamik als Teilgebiete der Fluidmechanik beschäftigen sich mit der Bewegung von Gasen und Flüssigkeiten. Die Beschreibung der Phänomene in diesem Zusammenhang beruht dabei zumeist auf zwei zentralen Gleichungen, der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \qquad \{1\}$$

mit Massendichte ρ und Strömungsgeschwindigkeit $\vec{v}$ und der Bernoulli-Gleichung (siehe z. B. Demtröder, 2015). Die Kontinuitätsgleichung beschreibt die kontinuierliche Bewegung einer Masse anhand ihrer Dichte und Geschwindigkeit und folgt aus dem Grundprinzip der Massenerhaltung (Demtröder, 2015). In ihrer integralen Darstellung besagt sie, dass der Massestrom aus einer geschlossenen Oberfläche auf Veränderungen der Masse innerhalb des eingeschlossenen Volumens zurückzuführen ist. Dieser intuitive Zugang ist in vielen Abhandlungen der Ausgangspunkt zur Herleitung der Kontinuitätsgleichung in differentieller Form und zudem inhaltlich leicht verständlich, wenn auch die mathematische Formulierung über vektorielle Differentialoperatoren und mehrdimensionale Integrale erfolgt. Dieses einleitende Beispiel zeigt bereits, dass integrale und differentielle Darstellungen einer Gleichung inhaltlich zwar gleich sein mögen, psychologisch aber nicht äquivalent sind, wie es Feynman bereits formulierte (Feynman, 1967, zitiert nach Klein et al., 2018). In Gleichung {1} wird die Flüssigkeitsströmung durch ein Vektorfeld $\vec{v}$ beschrieben, welches Strömungsgeschwindigkeit und -richtung in jedem Raumpunkt charakterisiert. In der Kontinuitätsgleichung wird die Divergenz dieses Feldes betrachtet, welche für ein ebenes Strömungsfeld $\vec{v}(x, y)$ in kartesischen Koordinaten über die partiellen Ableitungen der Feldkomponenten definiert ist,

$$div\ \vec{v} = \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y}. \qquad \{2\}$$

Für inkompressible Fluide reduziert sich die Kontinuitätsgleichung dann zu

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0\,. \qquad \{3\}$$

Die Annahme der Inkompressibilität ist für kleine Strömungsgeschwindigkeiten leicht zu rechtfertigen. Demnach ist das Strömungsfeld für inkompressible Fluide immer divergenzfrei; es existieren keine Quellen oder Senken des Strömungsfeldes.

In der physikalischen Anwendung werden Kontinuitäts- und Bernoulli-Gleichung einander ergänzend zur ganzheitlichen Beschreibung von Phänomenen genutzt; eine aktuelle Studie zeigte jedoch, dass die Bernoulli-Gleichung bei der Bearbeitung von Problemstellungen häufig vorzugsweise für eine Argumentation herangezogen und der Gültigkeit der Kontinuitätsgleichung unbewusst entgegen gestellt wird (Schäfle & Kautz, 2021).

In Lehrbüchern (z. B. Demtröder, 2015) und in universitären Vorlesungen wird häufig eine vereinfachte Version der Kontinuitätsgleichung hergeleitet,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}, \qquad \{4\}$$

die den Querschnitt des Stroms A beinhaltet (Abb.1). Dies ist eine einfache Form der Integraldarstellung unter der Annahme, dass die Fläche senkrecht durchströmt wird; oder exakt ausgedrückt, dass der orientierte Flächennormalenvektor parallel zum Geschwindigkeitsvektor liegt. Diese Gesetzmäßigkeit reduziert die Anwendbarkeit auf Situationen, in denen dieser Querschnitt bekannt ist.

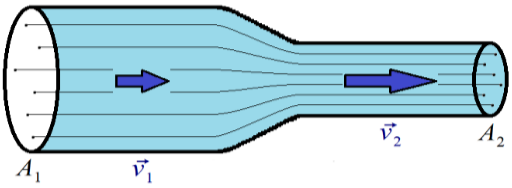

Abb. 1: Schema zur vereinfachten Integraldarstellung der Kontinuitätsgleichung für ein Strömungsfeld $\vec{v}$ einer inkompressiblen Flüssigkeit mit Stromquerschnitt A.

Mit Blick auf Gleichung {3} wird deutlich, dass Vektorfeldern und vektoriellen Differentialoperatoren (z. B. Divergenz) eine zentrale Bedeutung in der Fluidmechanik zukommt. Vektorfelder sind darüber hinaus zentraler Gegenstand weiterer physikalischer Teilgebiete, wie z. B. der Maxwell'schen Gleichungen in der Elektrodynamik (Klein et al., 2019; 2021). Bisherige Forschungsergebnisse zeigten allerdings, dass die konzeptionellen Hintergründe dieser Feldkonzepte, welche insbesondere für das physikalische Verständnis relevant sind, Studierenden häufig Schwierigkeiten bereiteten (z. B. Bollen et al., 2015; Pepper et al., 2012; Singh & Maries, 2013). In den aufgeführten Arbeiten wird daher die Relevanz und Notwendigkeit neuer Ansätze, die ein konzeptionelles Verständnis der Divergenz adressieren, betont und hierfür vor allem die Verwendung visueller Repräsentationen vorgeschlagen.

Vor diesem Hintergrund haben Klein et al. (2018) einen visuellen Ansatz entwickelt, um die Divergenz eines Vektorfeldes qualitativ zu beurteilen. Dieser nutzt eine differentielle Strategie, die auf der visuellen Evaluation der Richtungsableitungen beruht. Empirische Untersuchungen zeigten positive Lerneffekte bei der Beurteilung, ob ein Vektorfeld divergenzfrei ist oder nicht, eine Anwendung im physikalischen Kontext wurde jedoch bisher nicht untersucht. Insbesondere Lehr-Lern-Materialien für konkrete Felder und Problemstellungen der Hydrodynamik fehlen noch. Im Rahmen dieser Arbeit wurden daher ebensolche Lehr-Lern-Materialien im Stil des Design-Based Research entwickelt und mit 13 Studierenden der Physik erprobt. Dafür wurden kognitive Lerntheorien und aktuelle Forschung im Bereich der Fluiddynamik zusammengetragen.

2. Theoretischer Hintergrund

In diesem Abschnitt werden die empirischen und theoretischen Grundlagen für die Entwicklung der Lehr-Lern-Materialien vorgestellt. Zu diesem Zweck werden zunächst bisherige empirische Ergebnisse zu Lernschwierigkeiten im Umgang mit Vektorfeldern, vektoriellen Feldkonzepten sowie Konzepten der Fluiddynamik zusammengefasst. Anschließend werden lerntheoretische und (fach-)didaktische Grundlagen sowie ein qualitativer Ansatz zur visuellen Interpretation der Divergenz vorgestellt.

2.1 Lernschwierigkeiten

Der FMCI (Martin et al., 2003) ist ein etablierter Konzepttest, der dazu dient, herauszufinden, bis zu welchem Grad Lernende die relevanten Konzepte der Fluiddynamik verstehen. Dazu gehört ein fundamentales Verständnis der Massenerhaltung und einer konvektiven Beschleunigung. Im Rahmen einer qualitativen Studie mit 21 Physiklehrer:innen in ihren ersten zwei Berufsjahren zeigten sich zahlreiche Präkonzepte im Bereich der Fluiddynamik, z. B. die Verwechslung von ontologischen Eigenschaften fester, flüssiger und gasförmiger Zustände (Jia et al., 2021). Wird Wasser als Festkörper behandelt, so entsteht die Vorstellung, dass nicht alle Körper gleichzeitig durch eine Engstelle passen und dass einzelne Teilchen warten müssen, „bis sie an der Reihe sind". Die Autor:innen fanden zudem die Vorstellung, Flüssigkeitselemente könnten an der Engstelle zusammengepresst werden; eine Vorstellung, die auf Gase zutrifft, jedoch nicht auf eine inkompressible Flüssigkeitsströmung. Als Fazit stellen die Autor:innen fest, dass auch fortgeschrittene Lernende sich auf Alltagsvorstellungen berufen und dass inkorrekte Analogien Präkonzepte begünstigen (Jia et al., 2021). In einer weiteren Studie konzipierten Schäfle und Kautz (2021) eine Aufgabe mit einem großen Tank, aus dem Wasser über einen Ausfluss mit konstantem Querschnitt abfließt. Aufgrund der Kontinuitätsgleichung ändert sich die Geschwindigkeit des Wassers in dem Ausflussrohr nicht. Die Autor:innen präsentierten drei Varianten des Gedankenexperiments: In Variante (a) zeigt der Ausfluss schräg nach oben, in Variante (b) verläuft er waagerecht und in Variante (c) ist er zusätzlich mit Manometerrohren ausgestattet, die einen Druckabfall anzeigen (Schäfle & Kautz, 2021). Die Autor:innen stellten die Frage, ob das Verständnis der Kontinuitätsgleichung ($v = konst., A = konst.$) den irreführenden Faktoren von Gravitation (Variante a) und Druckverlust durch Reibung (Variante c) standhält. Ihre Ergebnisse zeigten, dass viele Vorstellungen über Physik aus dem Alltagsleben stammen. Sie schlussfolgern daher, dass es zu wenig Lernmaterial gebe, welches diese Präkonzepte adressiere. Darüber hinaus helfe im Unterricht keine Standard-Instruktion. Es müsse ein generelles Verständnis über eigene Präkonzepte motiviert werden.

Vektorfeldern und vektoriellen Feldkonzepten kommt in der Fluidmechanik eine große Relevanz zu. Aufgrund ihrer Bedeutung auch für andere physikalische Teilgebiete gibt es bereits zahlreiche Untersuchungen zu Lernschwierigkeiten in diesem Bereich (siehe z. B. Hahn & Klein (2021) für einen Überblick). Eine Studie von Singh und Maries (2013) zeigte dabei, dass Lernende Probleme mit dem Divergenzoperator haben und Strategien zur Beurteilung der Divergenz inkonsistent verwenden (Klein et al., 2018) Im Hinblick auf die graphische Darstellung von Vektorfeldern zeigten weitere Untersuchungen, dass Studierende Schwierigkeiten haben, zu beurteilen, ob ein Vektorfelddiagram divergenzfrei ist oder nicht (z. B. Bollen et al., 2015; Klein et al., 2018; 2019; Pepper et al., 2012; Singh & Maries, 2013). Die häufigsten Fehler und Probleme waren dabei auf Verständnisschwierigkeiten bezüglich der partiellen Ableitungen, der Richtung der Veränderung und der Kovariation von Komponenten und Koordinaten zurückzuführen (Pepper et al., 2012).

2.2 **Leitlinien zur Entwicklung der Lehr-Lern-Materialien**

Mit Blick auf die beschriebenen empirischen Forschungsbefunde wird die Relevanz und Notwendigkeit neuer Interventionen besonders deutlich; die Autor:innen der aufgeführten Arbeiten befürworten hierbei vor allem die Verwendung graphischer Repräsentationen zur Förderung einer Repräsentationskompetenz (z. B. Bollen et al., 2015). Diese dient dabei insbesondere der Entwicklung eines robusten Verständnisses, welches die Fähigkeit beschreibt, Wissen in anderen Situationen anzuwenden, aus denen es erworben wurde (McDermott, 2001).

Für die Entwicklung ebensolcher lernförderlicher Interventionen bieten kognitive Lerntheorien und didaktische Frameworks die wissenschaftliche Rahmung. Die CTML (Mayer, 2005) betont dabei insbesondere die Wichtigkeit von Kohärenz sowie einer Führung durch das Material, um Lernende beim Aufbau eines mentalen Modells zu unterstützen. Wird ein tieferes Verständnis bezweckt, so sollte nach Ainsworth (1999) eine Übersetzung zwischen multiplen Repräsentationen angeleitet werden. Auch visuelle Hilfen (Klein et al., 2019; 2021) stellen ein einfaches Mittel dar, um eine höhere Lernwirksamkeit zu erzielen. Zudem wurden Aufgaben, welche die Herstellung von Kohärenz erfordern, als nützlicher Ansatz in der Physik bewertet (Scheid et al., 2019). In einer Auffassung als fragmentarisch miteinander verbundene Wissensressourcen werden die Präkonzepte je nach Situation aktiviert, eine erfolgreiche Bearbeitung benötigt jedoch eine konsistente Anwendung multipler hydrodynamischer Konzepte.

2.3 **Leitlinien zur Entwicklung der Lehr-Lern-Materialien**

Mit Blick auf die Definition der Divergenz in kartesischen Koordinaten (Gl. 2) entwickelten Klein et al. (2018) textbasierte Interventionen zur visuellen Interpretation der Divergenz. Diese basiert auf der Beurteilung der Änderung von Feldkomponenten in Koordinatenrichtung und somit auf einer visuellen Interpretation der partiellen Ableitungen als Kovariation von Komponenten und Koordinaten (siehe auch Hahn & Klein, 2021). Ändert sich eine der Komponenten in Koordinatenrichtung, ist das Feld nicht divergenzfrei; der Fall, dass die Änderungen von einer weiteren Änderung kompensiert wird, wurde ausgeschlossen.

Für inkompressible Fluide ist jedoch insbesondere dieser Spezialfall von Bedeutung. Man betrachte eine laminare Strömung $\vec{v}(x, y)$ eines inkompressiblen Fluids in einem sich verengenden Rohr (Abb.2). In den geraden Rohrabschnitten ist die y-Komponente Null und die x-Komponente konstant, das Feld somit divergenzfrei. Im Bereich der Rohrverengung nimmt die x-Komponente v_x in x-Richtung zu. Die Divergenzfreiheit ist jedoch auch weiterhin gegeben, da die Verengung zu einer von Null verschiedenen y-Komponente v_y führt, welche in y-Richtung abnimmt. Für die Verengung gilt somit, dass die Zunahme der Geschwindigkeit in die eine Richtung gerade der Abnahme der Geschwindigkeit in die andere Richtung entspricht. Mit anderen Worten: Unter Annahme der Divergenzfreiheit muss aus der Engstelle (= Veränderung der v_y-Komponente in y-Richtung) eine Veränderung der v_x-Komponente in x-Richtung resultieren.

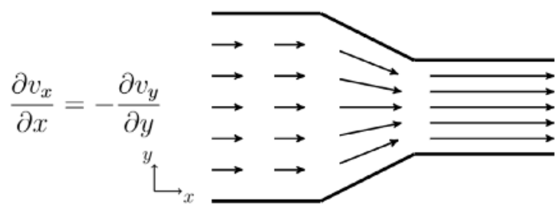

Abb. 2: Visuelle Strategie zur Beurteilung der Divergenz eines Geschwindigkeitsvektorfeldes $\vec{v}$ einer inkompressiblen Strömung in einem sich verengenden Rohr.

Dies wirkt wie ein sonderbarer Spezialfall: Die Divergenz ist in ihrer Gesamtheit Null, da sich die beiden Summanden gegenseitig kompensieren, und nicht etwa, weil die Summanden für sich verschwinden. In der Tat zeigt sich aber, dass dieser Fall in der Elektro- und Magnetostatik zu den Regelfällen gehört. Beispielsweise ist das elektrische Feld außerhalb eines geladenen Körpers divergenzfrei, obgleich es Veränderungen der Feldkomponenten gibt.

3. Forschungsfragen

Mit Blick auf die beschriebenen Lernschwierigkeiten zu Konzepten der Hydrodynamik sowie zu vektoriellen Feldkonzepten ergibt sich die Notwendigkeit zur Erstellung von Lehr-Lern-Materialien, welche diese spezifischen Probleme adressieren. Zu diesem Zweck wurde eine Lerneinheit für den Problemkontext der Kontinuitätsgleichung inkompressibler Fluide entwickelt. Diese nutzt vorangegangene Untersuchungen und Ansätze von Klein et al. (2018). Um die Wirksamkeit der Materialien zu untersuchen, stellt sich dabei die zentrale Frage:

Wie gut gelingt es Studierenden in der Studieneingangsphase Physik, die Gleichung {3} auf reale Problemstellungen der Hydrodynamik anzuwenden? (FF1)

Gleichzeitig können weitere Erkenntnisse über die Anforderungen einer Lerneinheit im Bereich der Fluiddynamik erlangt werden. Durch ein Interview nach dem Vorbild einer Akzeptanzbefragung wird auch folgende Frage beantwortet:

Welche Schwierigkeiten oder Verständnisprobleme treten im Umgang mit den Lehr-Lern-Materialien auf? (FF2)

4. Forschungsmethodik

Bei der Methode der Akzeptanzbefragung nach Jung (1992) stellt der Interviewende ein Informationsangebot zur Erklärung eines Phänomens vor. In der Erhebung der Reaktion des Interviewten und der anschließenden Anwendung auf ähnliche Situationen zeigen sich die Akzeptanzschwierigkeiten und damit die Lernwiderstände in Bezug auf das spezifische Informationsangebot. Für den Untersuchenden stellt die Notwendigkeit zur Formulierung einer kompakten Erklärung eine Herausforderung dar.

Diese Methode wurde für die Durchführung einer Feldstudie leicht modifiziert. Hierbei erhielten 13 Studierende der Studieneingangsphase Physik Lehr-Lern-Materialien in Form eines multi-repräsentationalen Erklärtextes mit der visuellen Strategie zur Beurteilung der Divergenz, der insbesondere den Spezialfall der Divergenzfreiheit trotz Komponentenänderung aufgreift. Hierbei wurde die beschriebene visuelle Strategie zunächst erklärt und konnte anschließend von den Teilnehmenden anhand verschiedener Vektorfelder geübt werden. Danach fand im Rahmen eines weiteren Erklärtextes eine Übertragung der Konzepte auf den Kontext der Fluiddynamik statt. Die konvektive Beschleunigung einer inkompressiblen Flüssigkeit bietet dabei das Potential für einen kognitiven Konflikt: Wie kann sich die Strömung in einer Verengung beschleunigen, wenn das zugehörige Vektorfeld divergenzfrei ist? Die Antwort liegt im beschriebenen Sonderfall (Abb.2) und wird durch die Beurteilung der partiellen Richtungsableitungen deutlich. Im Sinne der Akzeptanzbefragung gaben die Studierenden nach jedem Sinnabschnitt des Erklärtextes eine kurze Inhaltszusammenfassung und beurteilten die Erklärung hinsichtlich ihrer Plausibilität. Im Sinne des Design-Based Research (Krüger et al., 2014) konnten so Anhaltspunkte für Anpassungen und Optimierungen der Lehr-Lern-Materialien erhalten werden. Schließlich wurden drei Problemlöseaufgaben gestellt, die auf die Anwendung des Gelernten bzw. der visuellen Strategie zur Beurteilung der Divergenz abzielten. Da sich die erste Forschungsfrage auf die Anwendung der Kontinuitätsgleichung in der Hydrodynamik bezieht, konzentriert sich der nachfolgende Abschnitt auf die multi-repräsentationale Problemlöseaufgaben zum Strahlverlauf einer laminaren Fontäne (Abb.3).

Die Aufgabe zeigt ein mit Wasser gefülltes Rohr, dessen Öffnung schräg nach oben zeigt. Blaue Pfeile und eine gepunktete Kurve geben den Verlauf einer laminaren Wasserfontäne durch die Luft an. Darunter sind vier Strahlprofile eingezeichnet, die den Durchmesser des Strahls darstellen. Die Aufgabenstellung fragt danach, welches der Profile den Durchmesser des Strahls in Abhängigkeit seines Verlaufs von links nach rechts korrekt beschreibt. Es wird um eine Bearbeitung in einem Freitextfeld gebeten; der Luftwiderstand wird in dieser Aufgabe vernachlässigt. Die Aufgabe lässt sich sowohl mithilfe einer physikalischen Erklärung über die Volumenerhaltung und den Zusammenhang von Geschwindigkeit und Querschnitt als auch mithilfe der differentiellen Strategie zur Beurteilung der Divergenz lösen.

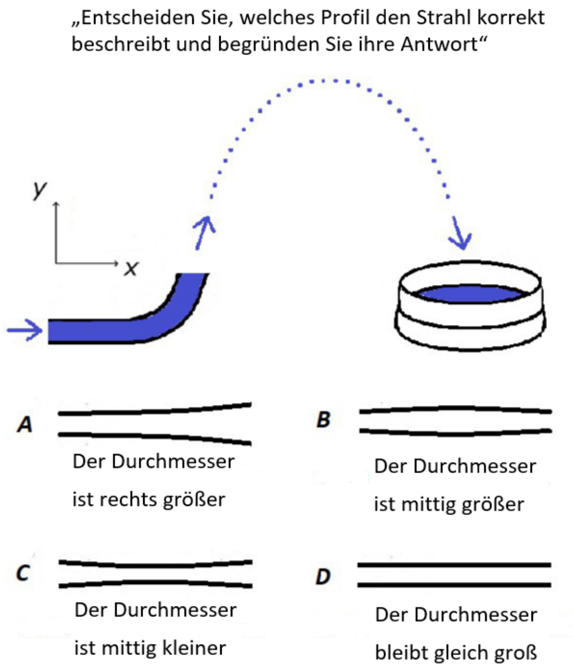

Abb. 3: Phänomenorientierte Aufgabe einer laminaren Fontäne.

Physikalisch betrachtet beschleunigt die Gravitation die Strömung. Bis zum Scheitelpunkt wird die Geschwindigkeit geringer, weniger Strecke pro Zeiteinheit wird passiert, daher muss die sich dort befindende Masse ein breiteres Volumen einnehmen. Beim Fallen läuft der Prozess umgekehrt ab. Um die Aufgabe mit der instruierten Strategie bearbeiten zu können, hilft das Einzeichnen der Vektorpfeile und ihrer Komponenten (Hahn & Klein, 2021): Nach der Divergenzfreiheit des Feldes folgt für eine Verringerung der Pfeillänge in die eine Koordinatenrichtung eine Verlängerung der Länge in die andere Koordinatenrichtung. Folglich kann nur Antwort B korrekt sein.

5. Ergebnisse und Diskussion

In den Antworten der Studierenden wurden einige Missverständnisse gefunden. Manche wählten die Form A, welche mit der Erfahrung im Umgang mit Gartenschläuchen begründet wurde. Diese Auswahl zeigt die Alltäglichkeit fluiddynamischer Situationen. Andere interpretierten die Begrenzungen der Grafiken nicht als strenge Grenzfläche zwischen Wasser und Luft, sondern als Kennzeichnung des Raumes, in dem sich Wasser und Luft aufhalten können. Die Form A wurde auch gewählt, weil eine Rohrverbreiterung Gegenstand des Lernmaterials war und die Studierenden die gegebene Situation fälschlicherweise mit der Situation in dem Material verbanden. Einige gaben an, dass nun mehr Platz vorhanden sei und das Wasser sich ausbreiten könne. Einige Studierende zeichneten Vektorfelder zu der Situation. Einmal wurde dabei versucht, die differentielle Strategie zu nutzen; dabei wurde die Primärgröße mit ihrer Ableitung verwechselt und mehrmals wurde die Änderung der Pfeillängen nicht entlang der Koordinaten sondern im Strahlverlauf beurteilt. Ein anderer Teilnehmer folgerte, dass die Kontinuitätsgleichung in diesem Fall nicht gelte. Die Hälfte aller Teilnehmenden schloss von einer geringeren Geschwindigkeit auf einen höheren Querschnitt und wählte daher die Antwort B.

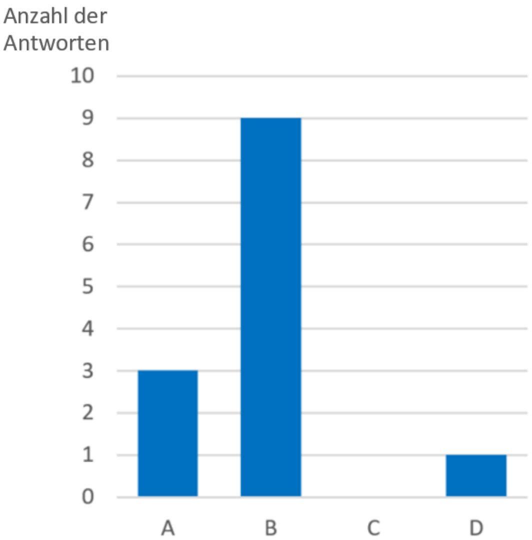

Abb. 4: Anzahl der Antworten für die Strahlprofile A bis D in der Aufgabe der laminaren Fontäne.

Die Verwendung der Vektorpfeile war für diese Argumentation nicht zwingend notwendig; die Studierenden wählten gewissermaßen eine mentale Integraldarstellung der Kontinuitätsgleichung. Nur ein Teilnehmer beurteilte die Änderung entlang der Flussrichtung sowie der dazu senkrechten Richtung und fand so zur korrekten Lösung mithilfe der instruierten Strategie. Vier Teilnehmende versuchten, die partiellen Ableitungen zu bestimmen, obwohl keine Vektorpfeile eingezeichnet waren. Dies zeigte, dass das Erstellen adäquater Vektorfelddarstellungen eine Transferleistung ist, indem die Repräsentationsform der Vektorfelder in das Phänomen hineingetragen werden muss. Perspektivisch sollten weitere, einfache Strömungen die Möglichkeit bieten, Vektorpfeile einzuzeichnen, um diese Fähigkeit zu fördern.

Die Bearbeitung der Aufgabe lieferte neben studentischen Schwierigkeiten bei der Aufgabenbearbeitung auch Anhaltpunkte für ein Re-Design der Lernumgebung. Um diese Aufgabe mit der instruierten Strategie bearbeiten zu können, gibt es zu viele Schwierigkeiten, die durch das Lehr-Lern-Material nicht berücksichtigt oder nicht hinreichend reflektiert werden. Beispielsweise könnte die Erklärung hinsichtlich einer Integraldarstellung der Divergenz erweitert werden, womit dann der Fluss durch Flächen betrachtet wird – da sich einige Studierende diesem Konzept schon intuitiv bedienten, erscheint dies anschlussfähig für diese Zielgruppe. Außerdem wurde deutlich, welche Teile des Erklärtextes zu Missverständnissen führen und anders formuliert werden müssen oder weiterer Unterstützung bedürfen.

Zudem zeigten sich Verbesserungsmöglichkeiten bezüglich der Aufgabenformulierung und -darstellung. Das Rohr am Anfang sollte in einer geraden Linie verlaufen, um der Vorstellung von Wirbeln entgegen zu wirken. Es ist sinnvoll, die Antwortmöglichkeiten blau zu hinterlegen, in Parabelform und ohne schwarzen Rand anzugeben, um den Transfer zu erleichtern. Gleichzeitig wird deutlich, dass sich keine Luft innerhalb des markierten Bereichs befindet. Für die Lehre in der Fluiddynamik lässt sich schließen, dass die Inkompressibilität als Eigenschaft der meisten Flüssigkeiten stärker hervorgehoben werden sollte. Zudem muss eine Trennung von einer äußeren Struktur erfolgen: Das Wasser kann sich nicht in einen freien Raum ausbreiten, ohne an Geschwindigkeit zu verlieren. Außerdem ist es wichtig, einen Gültigkeitsbereich für physikalische Gesetze anzugeben. Scheid et al. (2019) schlagen vor, Aufgaben mit den Operatoren „Vergleichen", „Vervollständigen" und „Korrigieren" zu stellen, welche explizit die Herstellung von Kohärenz verlangen. Dies würde bedeuten, dass Studierende in einem ersten Schritt eine Abstraktion von dem realen Phänomen (auch als photorealistische Abbildung) hin zu einem Vektorfelddiagramm machen, bevor sie die erlernten Strategien anwenden. Das ist auch deshalb sinnvoll, weil sich der/die Lernende die Frage stellen muss, welche physikalische Gesetzmäßigkeit gilt.

6. Schlussfolgerungen und Ausblick

Im Stil des Design-Based Research wurden Lehr-Lern-Materialien für den Problemkontext der Kontinuitätsgleichung inkompressibler Fluide erstellt. Ein Beitrag zur Grundlagenforschung besteht in der Bewertung der Wirksamkeit der Lerneinheit und der Reflexion der Lernschwierigkeiten in diesem bisher wenig erforschten Themengebiet der physikalischen Hochschullehre. Bevor ein Re-Design stattfinden kann, müssen konkrete Konzeptwechselstrategien anhand der Ergebnisse dieser Arbeit diskutiert werden. Die Ergebnisse zeigen, dass die Divergenzfreiheit der Strömung von einigen Studierenden herangezogen wird, um die phänomenologischen Problemstellungen zu bearbeiten. Die Argumentation taucht auch bei Aufgaben auf, die keine Vektorpfeile zeigen. Das bedeutet, dass die Repräsentationsform der Vektorfelder von den Proband:innen erfolgreich in das Phänomen hineingetragen wurde. Die anschließende Arbeit mit dieser selbsterstellten Repräsentationsform gelingt jedoch nicht in allen Fällen. Die vereinfache Darstellung der Kontinuitätsgleichung (gewonnen aus der integralen Darstellung der Kontinuitätsgleichung) stellt eine sinnvolle Alternative zur Beschreibung von Strömungen mithilfe der Divergenzfreiheit des Feldes dar. In Folgestudien werden beide Ansätze als zueinander komplementäre Sichtweisen auf die Physik inkompressibler Fluide eingebettet.

Die gefundenen Schwierigkeiten im Umgang mit dem Lernmaterial beinhalten die Beurteilung der partiellen Ableitungen, wie Klein et al. (2018) es bereits vorher gefunden haben. Verständnisprobleme können auch als Folge der Erklärungen im Kontext festgestellt werden: Einige Teilnehmende erkennen die äußere Struktur als Ursache für die Form der Strömung. Außerdem ist der Transfer auf offene Strömungen bedingt möglich: Wird die Grenzfläche von der Flüssigkeit als äußere Struktur begriffen, gelingt die korrekte Anschauung. Die entwickelten Lehr-Lern-Materialien im Kontext der Fluiddynamik besitzen durch die Schwerpunktsetzung auf vektoranalytische Konzepte hohes Potential, auf andere Kontexte erweitert zu werden. Bezüglich des oben genannten komplementären Integralansatzes zur Beurteilung der Divergenz über dem Fluss durch (geschlossene) Flächen formulierten Klein et al. (2018) bereits qualitative Zugänge ohne Kontextanbindung. Die hier beschriebene Studie lieferte wichtige Hinweise darauf, wie sinnstiftende Anwendungen dieser Strategie im Kontext der Fluiddynamik aussehen können.

7. Literatur

Ainsworth, Shaaron (1999): The functions of multiple representations. In: *Computers and Education, 33*(2), 131-152, https://doi.org/10.1016/S0360-1315(99)00029-9

Bollen, Laurens; Van Kampen, Paul; De Cock Mieke (2015): Students' difficulties with vector calculus in electrodynamics. In: *Physical Review Physics Education Research, 11*(2), 020129, https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.11.020129

Demtröder, Wolfgang (2015): *Experimentalphysik1 Mechanik und Wärme.* Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, Url: https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-662-46415-1.pdf

Feynman, Richard P. (1967): *The Character of Physical Law* (MIT Press, Cambridge, MA, 1967), Url: https://mitpress.mit.edu/books/character-physical-law

Hahn, Larissa; Klein, Pascal (2021): Multiple Repräsentationen als fachdidaktischer Zugang zum Satz von Gauß - Qualitative Zugänge zur Interpretation der Divergenz von Vektorfeldern. In: *J. Grebe-Ellis & H. Grötzebauch (Hrsg.): PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung , 1,* S. 95-100, Url: http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/1151/1237

Jia, Zehao; Ding, Lin; Zhang, Ping (2021): Using sequential synthesis problems to investigate novice teachers' conceptions of hydrodynamics. In: *Review Physics Education Research, 17*(1), 010142, https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.17.010142

Jung, Walter (1992): Probing acceptance: A technique for investigating learning difficulties. In: R. Duit & E. Goldberg und H. Niedderer (Hrsg.): *Research in physics learning. Theoretical issues and empirical studies*, S. 278-295, Kiel: IPN, Url: https://www.researchgate.net/profile/Hans-Niedderer/publication/330993365_Research_in_Physics_Learning_Theoretical_Issues_and_Empirical_Studies/links/5c5f8abea6fdccb608b40ca2/Research-in-Physics-Learning-Theoretical-Issues-and-Empirical-Studies.pdf

Klein, Pascal; Viiri, Jouni; Mozaffari, Saleh; Dengel, Andreas; Kuhn, Jochen (2018): Instruction-based clinical eye-tracking study on the visual interpretation of divergence: How do students look at vector field plots? In: *Physical Review Physics Education Research, 14*(1), 10116, https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.14.010116

Klein, Pascal; Viiri, Jouni; Kuhn, Jochen (2019): Visual cues improve students' understanding of divergence and curl: Evidence from eye movements during reading and problem solving. In: *Physical Review Physics Education Research, 15*(1), 010126, https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.15.010126

Klein, Pascal; Hahn, Larissa; Kuhn, Jochen (2021): Einfluss visueller Hilfen und räumlicher Fähigkeiten auf die graphische Interpretation von Vektorfeldern: Eine Eye-tracking-Untersuchung. In: *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften, 27*, 181–201, https://doi.org/10.1007/s40573-021-00133-2

Krüger, Dirk; Parchmann, Ilka; Schecker, Horst (2014)*: Methoden in der naturwissenschaftsdidaktischen Forschung.* Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, Url: https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-642-37827-0.pdf

Martin, Jay; Mitchell, John; Newell, Ty (2003): Development of a concept inventory for fluid mechanics. In: *33rd Annual Frontiers in Education, 2003, 1,* S. T3D-T3D, https://doi.org/10.1109/FIE.2003.1263340

Mayer, Richard E. (2005): *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning.* Cambridge: University Press, Url: https://www.cambridge.org/core/books/cambridge-handbook-of-multimedia-learning/09E09224829AB8D3D327EF8A0E9B5288

McDermott, Lillian C. (2001): *Oersted Medal Lecture: "Physics education research* – The key to student learning", *American Journal of Physics*, *69*, 1127, https://doi.org/10.1119/1.1389280

Pepper, Rachel E.; Chasteen, Stephanie V.; Pollock, Steven J.; Perkins, Katherine K. (2012): Observations on student difficulties with mathematics in upper-division electricity and magnetism, In: *Physical Review Special Topics - Physics Education Research, 8*(1), *010111*, https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.8.010111

Schäfle, Claudia; Kautz, Christian (2021): Student reasoning in hydrodynamics: Bernoulli's principle versus the continuity equation. In: *Review Physics Education Research, 17*(1), 010147, https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.17.010147

Scheid, Jochen; Müller, Andreas; Hettmannsperger, Rosa; Schnotz, Wolfgang (2019): Improving learners' representational coherence ability with experiment-related representational activity tasks. In: *Review Physics Education Research, 15*(1), 010142, https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.15.010142

Singh, Chandralekha; Maries, Alexandru (2013): Core graduate courses: A missed learning opportunity? In: *AIP Conference Proceedings, 1513*, S. 382-385, https://doi.org/10.1063/1.4789732

Anhang

Alle Materialien können auf Anfrage bereitgestellt werden.